

В.И. Колчунов
К.П. Пятикрестовский
Н.В. Ключева

ПРОСТРАНСТВЕННЫЕ КОНСТРУКЦИИ ПОКРЫТИЙ



В. И. Колчунов, К. П. Пятикрестовский, Н. В. Ключева

ПРОСТРАНСТВЕННЫЕ КОНСТРУКЦИИ ПОКРЫТИЙ

Курсовое и дипломное проектирование

Москва



Издательство Ассоциации строительных вузов

2008

Рецензенты:

В. М. Бондаренко – академик Российской академии архитектуры и строительных наук, зав. кафедрой «Железобетонные конструкции» Московского института коммунального строительства и хозяйства;

Н. И. Карпенко – академик – секретарь отделения строительных наук Российской академии архитектуры и строительных наук, доктор технических наук, профессор;

В. С. Федоров – член корреспондент Российской академии архитектуры и строительных наук, доктор технических наук, профессор, зав. кафедрой «Строительные конструкции» Московского государственного университета путей сообщения.

Колчунов В. И., Пятикрестовский К. П., Ключева Н. В.

Пространственные конструкции покрытий: учебное пособие.

– М.: Изд-во АСВ, 2008, – 352 с., 122 илл.

ISBN 978-5-93093-579-0

В учебном пособии изложены основы проектирования, алгоритмы и примеры расчета железобетонных и деревянных пространственных конструкций покрытий в виде цилиндрических оболочек, призматических складок, панелей-оболочек на пролет, положих оболочек положительной и отрицательной гауссовой кривизны. В отдельном разделе приведены основы анализа живучести пространственных конструкций при запроектных воздействиях.

Пособие предназначено для студентов строительных специальностей университетов, и может представлять интерес для инженеров проектировщиков, аспирантов и научных сотрудников.

УДК 624.07

ISBN 978-5-93093-579-0



© Издательство АСВ, 2008

© Колчунов В. И.,
Пятикрестовский К. П.,
Ключева Н. В., 2008

*Светлой памяти д.т.н.,
профессора, чл.-корр. РААСН
Георгия Александровича Гениева
посвящается...*



**ГЕОРГИЙ АЛЕКСАНДРОВИЧ
ГЕНИЕВ**

доктор технических наук,
профессор, чл.-корр. РААСН,
заслуженный деятель науки РФ.

Родился Георгий Александрович в 1927 г. в Москве. В 1948 г. он окончил с отличием факультет промышленного и гражданского строительства МИСИ им. Куйбышева. В 1951 г. защитил кандидатскую, а в 1958 г. – докторскую диссертацию в ЦНИИСК им. Кучеренко, где работал с 1948 г.

Основные направления научной деятельности: строительная механика, механика деформируемого твердого тела, динамика сплошной среды, прочность конструкционных материалов. Опубликовал в печати более 250 научных работ, в том числе 8 книг. Подготовил 36 кандидатов наук, многие из которых стали докторами технических наук. Имеет четыре правительственные награды. В 1998 г., в составе авторского коллектива, ему присуждена премия Правительства РФ в области науки и техники. В 1999 г. присвоено звание Почетного строителя Москвы. Его научные заслуги оценены почетным званием заслуженного деятеля науки России и наградами: орденом «Знак Почета» и тремя медалями.

Георгий Александрович участвовал в проведении расчетов основания и фундамента Останкинской телебашни в Москве, в разработке моделирования прочности покрытия Большой Спортивной Арены в Лужниках, работал в составе комиссии РААСН по научному сопровождению работ по восстановлению Храма Христа Спасителя в Москве.

13 октября 2004 года Георгий Александрович ушел из жизни.

ВВЕДЕНИЕ

В современных условиях значительного износа основных фондов страны, возросшей техногенной нагрузки на здания и сооружения, на фоне общего снижения уровня обеспечения условий технической эксплуатации и реконструкции жилого и производственного фонда, а также заметного снижения качественного уровня профессиональной подготовки инженеров-строителей, вопросы теории расчета и проектирования вновь возводимых и реконструируемых зданий и сооружений имеют важное значение. Особенно это относится к сложным конструктивным системам, к которым несомненно относятся и пространственные покрытия. В силу различных причин в высших учебных заведениях, а также в практике проектирования и строительства таким конструкциям уделяется недостаточно внимания. И если вопросы теории в той или иной степени освещены в технической и учебной литературе, то практические вопросы проектирования и, особенно, примеры расчета и конструирования конкретных типов оболочек почти отсутствуют. Даже в Руководстве [22], которое издано более 25 лет назад, примеры расчета большинства типов оболочек не рассмотрены. В тоже время без знаний «игры сил» в таких сложных сооружениях невозможно вести их качественный анализ и квалифицированное проектирование, даже если расчеты выполняются с использованием компьютерных технологий современных программных комплексов. Более того, пользоваться компьютером начинающему инженеру, и тем более студенту, раньше, чем он получит четкое понимание работы конструктивной системы, просто недопустимо. Приближенные вычисления должны войти в практику и будущей инженерной деятельности, в том числе для принципиальной проверки расчетов.

В последние годы проблемы проектирования строительных конструкций еще более усложняются в связи с необходимостью реконструкции построенных объектов и все чаще возникающей задачей оценки их живучести и остаточного ресурса. Эти разделы в настоящее время в учебной литературе не рассмотрены, а важность их для практики становится все более очевидной.

В предлагаемом учебном пособии приведены примеры расчета некоторых типов железобетонных и деревянных пространственных конструкций в форме, доступной для студентов строительных специальностей. В связи с этим формирование уравнений механики для расчета сложных пространственных систем показано на простейших

примерах с приближенными расчетными схемами. Представляется, что такой подход позволит студенту получить полную информацию о ходе решения задачи, самостоятельно подойти к вопросу автоматизации расчета и, что особенно важно, вести качественный инженерный анализ получаемых в ходе расчета результатов. В примерах представлены те конструкции пространственных покрытий, которые наиболее разработаны и получили наибольшее применение в промышленном и гражданском строительстве.

Содержание учебного пособия представлено в трех частях.

В первой части приводятся общие сведения о геометрии, разнообразиях и области применения железобетонных пространственных конструкций, основные принципы их проектирования и общие сведения о расчетных схемах и методах расчета. Изложены алгоритмы, примеры расчета и конструирования конкретных типов железобетонных конструкций покрытий: цилиндрических оболочек и призматических складок, пологих оболочек положительной и отрицательной гауссовой кривизны, панелей-оболочек на пролет. При этом рассмотрены как линейно упругие методы расчета конструкций, так и методы, учитывающие физическую нелинейность и наличие трещин в железобетоне.

Во второй части учебного пособия приведены основные положения проектирования тонкостенных пространственных конструкций из древесины. Даны алгоритмы, примеры расчета и конструирования куполов-оболочек, ребристо-кольцевых куполов, коротких и длинных цилиндрических оболочек, а также пологих оболочек двоякой положительной гауссовой кривизны.

Третья часть учебного пособия посвящена основам теории конструктивной безопасности пространственных конструкций. Здесь рассмотрены элементы одного из возможных концептуально-методических подходов к обеспечению конструктивной безопасности строительных систем. Описана методология и даны расчетные зависимости для определения приращений напряжений и деформации в элементах внезапно повреждаемых пространственных конструкций. Приведены алгоритм и примеры расчета отдельных типов пространственных покрытий на живучесть при запроектных воздействиях.

Пособие может быть использовано при разработке дипломных и курсовых проектов всех строительных специальностей направления подготовки специалистов «Строительство», а также применяться при изучении курсов строительной механики, железобетонных и деревянных строительных конструкций.

Авторы выражают искреннюю благодарность академику РААСН д.т.н., проф. В.М. Бондаренко, академику РААСН, д.т.н., проф. Н.И. Карпенко, чл. корр. РААСН, д.т.н., проф. В.С. Федорову за высказанные ценные замечания и пожелания в процессе подготовки рукописи к ее изданию при рецензировании, а также сотрудникам кафедры «Строительные конструкции и материалы» ОрелГТУ Н.Б. Андросовой, С.И. Кашавцеву и инженерам ЦНИИСК им. В.А. Кучеренко Т.В. Душаниной, А.А. Горбышеву, А.В. Маслову за помощь в подготовке рукописи к изданию.

Часть I. ПРОЕКТИРОВАНИЕ ТОНКОСТЕННЫХ ЖЕЛЕЗОБЕТОННЫХ ПРОСТРАНСТВЕННЫХ ПОКРЫТИЙ

1. ОБЩИЕ ПОЛОЖЕНИЯ ПРОЕКТИРОВАНИЯ ЖЕЛЕЗОБЕТОННЫХ ОБОЛОЧЕК

1.1. Общие сведения. Геометрия. Разновидности оболочек и область применения

Одной из распространенных моделей тонкостенных пространственных конструкций является оболочка – тело, ограниченное двумя криволинейными поверхностями; расстояние между которыми (толщина t) существенно меньше двух других характерных размеров. Толщина может быть постоянной или переменной. Поверхность, делящая в каждой точке толщину оболочки пополам, называется срединной поверхностью.

Железобетонные оболочки и складки – сравнительно новый вид конструкций, они получают все большее применение в связи с необходимостью перекрытия больших площадей без промежуточных опор, например, выставочных и спортивных залов, торговых центров, заводских цехов. Наиболее рациональная область применения железобетонных оболочек и складок (на опыте уже построенных зданий) относится к пролетам 30...120 м.

Оболочка выполняет в покрытии одновременно две функции – несущей конструкции и кровли. Это также создает ей определенные преимущества перед плоскостными конструкциями, где эти функции обычно разделены. Благодаря кривизне поверхности оболочка приобретает пространственную жесткость, что придает ей большую несущую способность при минимальной массе и расходе материала. При прочих равных условиях эта желаемая цель достигается главным образом с помощью конструктивной формы, а не за счет прочностных свойств материала.

На протяжении сравнительно короткого времени оболочки получили широкое распространение, и благодаря их

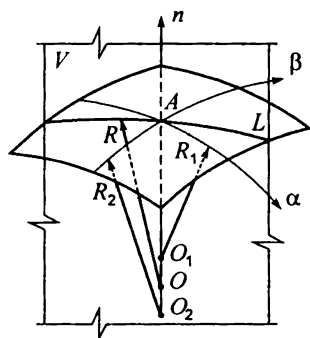


Рис. 1.1. К определению геометрических параметров срединной поверхности оболочки

применению архитектура обогатилась новыми, неизвестными ранее конструктивно-архитектурными элементами.

Железобетонные тонкостенные пространственные конструкции различают по очертанию срединной поверхности, которая может быть либо задана уравнениями в декартовых, сферических, цилиндрических координатах, либо представлена в параметрической форме. Рассмотрим участок произвольной поверхности (рис. 1.1). В произвольной точке A проведем нормаль n к поверхности. Рассекая поверхность плоскостью V , проходящей через нормаль, получим плоскую кривую L , радиус кривизны которой в окрестности точки A обозначим R , а центр кривизны – O . Величина $K = 1/R$ называется кривизной плоской кривой в точке A .

Если вращать плоскость V вокруг нормали n , то из семейства кривых L на поверхности оболочки можно найти линии α и β , для которых кривизна будет наибольшей и наименьшей. Такие линии называют линиями главных кривизн. Им соответствуют минимальный и максимальный (соответственно R_1 и R_2) радиусы, которые называют главными радиусами кривизны поверхности в точке A . Величины $K_1 = 1/R_1$, и $K_2 = 1/R_2$ называют главными кривизнами. Знаки кривизн принимаются в зависимости от расположения центров кривизн по отношению к поверхности.

Важной характеристикой поверхности является гауссова кривизна

$$K = K_1 \cdot K_2 = (1/R_1) \cdot (1/R_2). \quad (1.1)$$

В зависимости от знака различают поверхности положительной, отрицательной и нулевой гауссовой кривизны (рис. 1.2).

В зависимости от очертания срединной поверхности пространственные конструкции делятся (рис. 1.3) на призматические складки

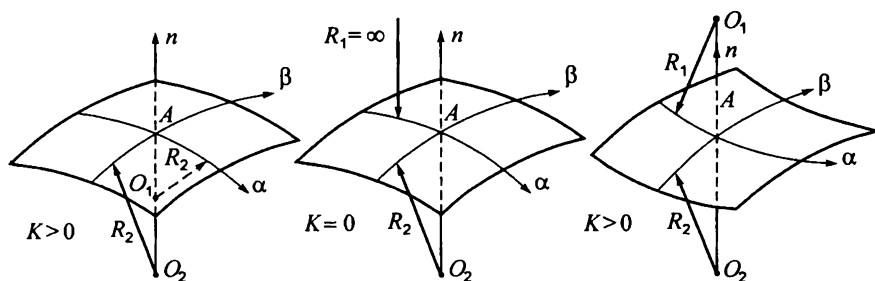


Рис. 1.2. Гауссова кривизна срединной поверхности

с различной формой поперечного сечения (*а, б*), оболочки нулевой гауссовой кривизны (*в*), пологие оболочки положительной (*г, д*) и отрицательной (*е*) гауссовой кривизны, оболочки с вертикальной и горизонтальной осью вращения (*ж, з*), многогранники (*и*), составные оболочки (*к*), панели-оболочки на пролет (*л, м*).

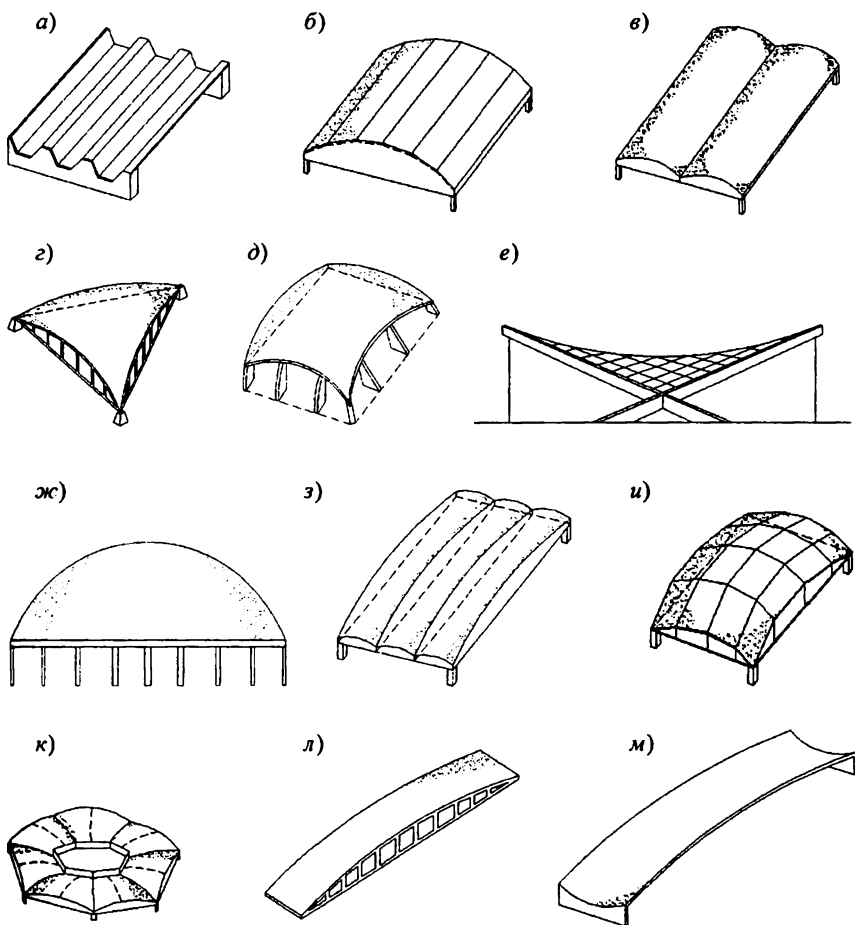


Рис. 1.3. Схемы поверхностей тонкостенных пространственных конструкций покрытий:

***а, б* – призматические складки, *в* – цилиндрические оболочки, *г, д* – пологие оболочки положительной гауссовой кривизны соответственно на треугольном и прямоугольном плане, *е* – оболочка отрицательной гауссовой кривизны, *ж* – купол, *з* – бочарные своды, *и* – многогранники, *к* – составные оболочки, *л* – оболочки КУЖС, *м* – панели-гипары**

По форме перекрываемой площади оболочки возводят на прямоугольном плане (рис. 1.3а, б, в, з, и, л, м), на круглом плане (рис. 1.3ж), на треугольном (рис. 1.3з), квадратном (рис. 1.3д), полигональном (рис. 1.3к) и других формах плана. Кроме того, по конструктивным особенностям различают составные (рис. 1.3к), неразрезные многопролетные (рис. 1.3в), неразрезные многоволновые (рис. 1.3з), гладкие или ребристые, консольные оболочки, складки и многогранники.

По способу изготовления различают монолитные, сборные и сборно-монолитные оболочки. Сборные оболочки выполняются из отдельных плоских цилиндрических или других элементов. К сборным относятся и так называемые панели-оболочки и панели-складки, монтируемые в готовом виде и, как правило, не требующие замоноличивания швов между ними. В сборно-монолитных оболочках сборные элементы играют роль несущей опалубки.

Выбор той или иной формы пространственных конструкций осуществляют с учетом их технической и экономической целесообразности. В технические требования включают технологические параметры и габариты сооружения, форму плана, техническую оснащенность (наличие подвесных и мостовых кранов, фонарей, технологических коммуникаций), условия строительства и эксплуатации и др. [22]. Для более строгого решения этой задачи все чаще используются методы оптимального проектирования [35].

Развитие железобетонных тонкостенных конструкций в нашей стране шло по пути применения монолитных конструкций, а с 60-х годов – сборных оболочек. Однако в ряде районов и особенно в зонах с сейсмической активностью были распространены монолитные и сборно-монолитные оболочки.

В настоящее время в России и странах СНГ железобетонными пространственными конструкциями перекрыто более 10 млн. м² зданий и сооружений различного назначения, среди которых есть уникальные, с пролетами 100 м и более, например Челябинский торговый центр со сборной, предварительно напряженной оболочкой положительной гауссовой кривизны размером 102×102 м и аналогичная оболочка размером 103×103 м из легкого бетона в Минске. Особенно обогатилась практика возведения большепролетных пространственных конструкций в России в связи со строительством олимпийских спортивных объектов в Москве, отвечающих самым высоким эксплуатационным требованиям и оригинальным архитектурным замыслам. Так, интересным конструктивным решением от-

личается спортивный зал в Лужниках размером в плане 88×88 м, перекрытый полой железобетонной оболочкой, опирающейся на боковые железобетонные элементы складчатого профиля.

Наряду со строительством уникальных сооружений в стране широко внедрялись железобетонные, пространственные конструкции для зданий массового строительства. В частности, расширено применение сборных оболочек положительной гауссовой кривизны из унифицированных плоских панелей размером 3×3 м и цилиндрических панелей размером 3×6 или 3×12 м. Достаточно распространенными в массовом строительстве стали панели-оболочки и панели-складки на пролет (панели КЖС, панели-гипары, панели КСО). В конце прошлого столетия ими ежегодно перекрывались более 300 тыс. м² покрытий. В промышленном строительстве наибольшее распространение получили так называемые складчатые покрытия пролетами 18 и 24 м и с шагом колонн 6 и 12 м, которые монтируются из сборных типовых унифицированных железобетонных элементов.

Тонкостенные пространственные конструкции нашли применение и в сельскохозяйственном строительстве. Были разработаны и внедрены волнистые, цилиндрические и складчатые железобетонные и армоцементные своды из сборных элементов заводского изготовления, панели-оболочки КЖС, рамно-панельные и другие конструкции.

Развитие пространственных конструкций в мировой практике составляет одно из важных направлений научно-технического прогресса в строительстве, которое не только обеспечивает значительное снижение материалоемкости и стоимости зданий и сооружений, но и отвечает самым высоким архитектурным требованиям.

1.2. Основные принципы проектирования оболочек и складок покрытий

Проектирование тонкостенных железобетонных конструкций предусматривает определение таких геометрических размеров и армирования, при которых конструкции будут длительно и надежно соответствовать своему функциональному назначению. Определение параметров конструкций и армирования производят по определенным правилам, исходя из заданных пролетов конструкций, характеристик материалов и величин нагрузок. Такой подход получил название прямого проектирования. Вместе с тем при проектировании железобетонных пространственных конструкций часто приме-

няют и поверочные расчеты, при которых параметры и армирование назначаются заранее (например, на основании опыта проектирования подобных конструкций или технологических и архитектурных требований) и проверяется соответствие такой конструкции заданным силовым, деформационным или другим воздействиям. Решение обратной задачи во многих случаях оказывается проще и поэтому часто используется в практических расчетах конструкций. Благодаря развитию теории структурного синтеза в строительной механике [7] в некоторых случаях удастся установить связь между проектными и поверочными расчетами. Применение в итерационном решении проектной задачи варианта метода дополнительных нагрузок позволяет эффективно использовать вычислительные комплексы, созданные для расчета конструкций.

Так же, как и обычные железобетонные элементы, тонкостенные пространственные конструкции могут проектироваться в монолитном, сборном или сборно-монолитном вариантах, целесообразность применения того или иного варианта зависит от многих факторов. К ним относятся тип применяемых конструкций, форма и размеры перекрываемого здания в плане и по высоте, район строительства, способы производства работ и способы преднапряжения, наличие соответствующей базы стройиндустрии, а также наличие транспортных и монтажных механизмов и приспособлений.

Монолитные оболочки проектируют чаще всего с гладкой железобетонной плитой, минимальная толщина которой назначается в соответствии с требованиями норм [23]. Вместе с тем для повышения жесткости поля оболочки при больших пролетах рекомендуется устройство ребер, расположение, шаг и размеры которых определяются расчетом.

Толщину оболочки в угловых зонах, где действуют главные сжимающие и растягивающие усилия (см. параграф 3.1), назначают или по расчету, или при выполнении условий $\sigma_{mc} \leq 0,3 R_b$, $\sigma_{mt} \leq R_{bt}$ по конструктивным требованиям, с тем чтобы обеспечить размещение необходимого количества арматуры с учетом конструктивных требований [16].

Стрелу подъема монолитных оболочек назначают в пределах $1/5 \dots 1/10$ пролета. Наклон краев оболочки должен быть достаточным для беспрепятственного опускания опалубки и для бетонирования на односторонней опалубке. При углах наклона более 35° обычно бывает необходима дополнительная опалубка для наружной поверхности.

При армировании поля оболочки конструктивно предусматривают обычно не менее одной (у растянутой грани) сварной сетки из стержней диаметром 3—4 мм с шагом не более $4t$ (t — толщина оболочки), или 200 мм. Расчетная арматура также проектируется в виде одной сетки со стержнями соответствующего диаметра у растянутой грани (для изгибаемых элементов) и не менее двух симметрично расположенных относительно срединной поверхности сеток (для сжатых и растянутых плит).

В случаях, когда безмоментное решение «подправляется» так называемым краевым эффектом, учитывающим моментные усилия, в приконтурных зонах оболочки устанавливают дополнительную арматуру, которая в зависимости от знака момента закладывается по верху или низу плиты. Ширину l_k и толщину t_k приконтурной зоны (см. рис. 3.1) определяют по расчету.

В качестве бортовых элементов монолитных оболочек и складок предусматриваются плоские несущие железобетонные или металлические конструкции в виде балок, арок или рам. Бортовые элементы большепролетных покрытий нередко проектируют преднапряженными, располагая предварительно напряженную арматуру в каналах или пазах, которые в последующем замоноличиваются.

Сборные железобетонные оболочки получили в нашей стране наибольшее распространение. По сравнению с монолитными они имеют ряд существенных преимуществ производственного характера: не требуется устройство опалубки и подмостей, можно механизировать и автоматизировать производственные процессы, организовать массовое серийное производство унифицированных конструкций и тем самым повысить производительность труда и улучшить технико-экономические показатели. Принцип сборности позволяет также переходить к технически более совершенному способу производства работ при изготовлении конструкций, так как в заводских условиях облегчается применение преднапряжения, пропаривания, вибрирования, вакуумирования бетона, в результате повышаются механические характеристики и достигается снижение расхода материалов.

Сборные оболочки могут проектироваться как из сравнительно небольших элементов, так и из крупноразмерных элементов типа панель на пролет. Однако в стремлении к укрупнению сборных элементов необходимо помнить о предельных габаритах, при которых сборный элемент перестает быть транспортабельным. Кроме того, при выборе очертания срединной поверхности оболочки и

разбивке ее на сборные элементы необходимо соблюдать следующие условия:

- минимальное число типоразмеров изделий;
- возможность осуществления индустриального монтажа без применения лесов и подмостей;
- упрощение методов и средств механизации изготовления и расчетной схемы сборных элементов при перевозке и складировании.

С учетом вышеизложенного сборные конструкции проектируют из тонкостенных панельных, балочных, арочных и других элементов, которые после установки в проектное положение соединяются монолитно и образуют своды, оболочки, складки, купола и другие пространственные конструкции. Сборные элементы целесообразно окаймлять по контуру ребрами, что повышает жесткость элемента при монтажных нагрузках и обеспечивает устойчивость плиты оболочки в стадии эксплуатации. Стыки сборных элементов рассчитывают и контролируют исходя из условия обеспечения передачи усилий в соединении при монтаже и в процессе эксплуатации.

Минимальную толщину сборных элементов назначают из условий обеспечения требуемых толщин защитных слоев бетона и расположения арматуры по толщине плиты исходя из требований [16]. Так же, как и для монолитных оболочек, в сборных покрытиях в местах действия краевых моментов и максимальных растягивающих усилий допускается утолщение, в том числе и с помощью слоя монолитного бетона, укладываемого по сборным плитам. Основную рабочую арматуру сборных пространственных покрытий проектируют, как правило, в плите, ребрах панелей, бортовых элементах и торцевых диафрагмах. Однако если установленной в сборных элементах арматуры недостаточно для армирования сборной оболочки в целом, то в ней предусматривают дополнительное армирование в виде предварительно напряженных поясов, отдельных элементов или стержней, укладываемых в процессе возведения конструкции. В качестве диафрагм и бортовых элементов сборных оболочек предусматриваются балки, арки или фермы. Причем эти элементы, а также и сборные элементы оболочек длиной более 12 м в зонах, испытывающих растяжение или изгиб, целесообразно проектировать с предварительным напряжением.

Сборно-монолитные оболочки и складки представляют собой рациональное сочетание сборных элементов с монолитным бетоном. В результате уменьшается масса сборных элементов и соответственно расходы на их транспортирование и монтаж, упрощаются условия их

поставки, снижаются расходы рабочей арматуры (благодаря использованию преднапряженных сборных элементов), удешевляются опалубочные и поддерживающие устройства.

Сборные элементы сборно-монолитных конструкций оболочек рассчитывают на восприятие нагрузок, возникающих в период строительства по разрезной или неразрезной схемам. Для обеспечения передачи контактных усилий между сборным и монолитным железобетоном предусматривают специальные конструктивные меры – устройство продольных ребер, поперечных шпонок, выпусков поперечной арматуры в сторону контакта с монолитным бетоном, закладные детали и др. При проектировании сборно-монолитных оболочек [13, 27] необходимо стремиться к максимальному снижению массы сборных элементов, используя для этого (где это возможно) временные затяжки и другие подкрепляющие устройства для элементов, работающих на существенные монтажные усилия.

Размеры поперечного сечения сборно-монолитных оболочек назначают по результатам расчета на усилия в эксплуатационном состоянии, при этом в работу комплексного сечения включают и сечения сборных элементов несущей опалубки.

Форму сечений сборных элементов подбирают из условий простоты изготовления, эффективного использования материалов в конструкции и обеспечения максимально возможной поверхности контакта с монолитным бетоном. С целью упрощения лесов и подмостей рекомендуется предусматривать сборные диафрагмы, бортовые элементы (железобетонные или металлические) или ребра.

При конструировании монолитных частей сборно-монолитных оболочек используют те же основные принципы, что и для монолитных оболочек.

1.3. О напряженно-деформированном состоянии оболочек и методах расчета

При действии на оболочку внешней нагрузки, температурных воздействий, смещений опор и других воздействий в ней возникают внутренние усилия. В общем случае напряженного состояния в оболочке действует две группы усилий, включающих десять компонентов. Усилия мембранного типа (рис. 1.4а) включают в себя нормальные (N_1 и N_2) и сдвигающие (S_{12} и S_{21}) силы. Усилия моментного типа (рис. 1.4б) включают в себя изгибающие (M_1 и M_2) и крутящие (M_{12} и M_{21}) моменты, а также поперечные силы (Q_1 и Q_2).

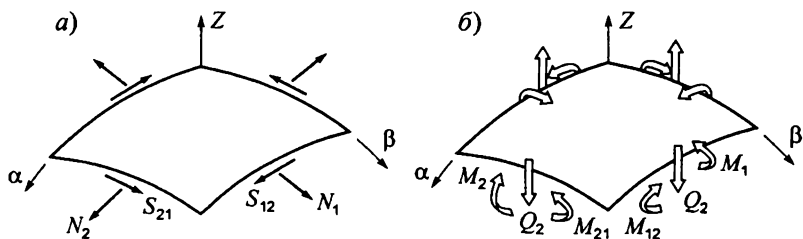


Рис. 1.4. Схема внутренних усилий в оболочке мембранного (а) и моментного (б) типа

В технической теории тонких оболочек, для которых величина t/R мала по сравнению с единицей (обычно не более $1/20$), используют закон парности касательных напряжений, а следовательно, и усилий.

$$S_{12} = S_{21} = S, \quad M_{12} = M_{21} = M. \quad (1.2)$$

В зависимости от формы срединной поверхности, типа закрепления краев и характера внешней нагрузки конструкция оболочки или ее часть может находиться в одном из следующих трех напряженных состояний:

1. Если действуют только мембранные усилия или напряжения, вызванные ими, намного превышают изгибные, такое напряженное состояние называют *безмоментным* и расчетные усилия в оболочке определяют по так называемой безмоментной теории.
2. Если напряжения от изгибных усилий существенно больше напряжений от мембранных, такое напряженное состояние называют *чисто моментным*.
3. Если напряжения в оболочке от изгибных и мембранных усилий имеют один порядок, такое напряженное состояние называют *смешанным* или *полным моментным напряженным состоянием*.

Безмоментное напряженное состояние в оболочке наиболее выгодно: при малой толщине даже небольшие изгибающие моменты могут вызвать значительные напряжения. Равномерное же распределение напряжений по толщине позволяет наиболее полно использовать прочностные свойства материала. Расчеты оболочек при безмоментном напряженном состоянии наиболее просты, однако для реализации безмоментной теории необходимо выполнение следующих условий [20]:

1. Поверхность оболочки плавная, без изломов, скачков толщины и т.п.
2. Нагрузка на оболочку непрерывная и плавная.
3. Закрепление оболочки на контуре обеспечивает нормальные по отношению к поверхности оболочки перемещения и повороты.
4. Контурные усилия лежат в плоскости, касательной к поверхности оболочки на ее границе (следствие условия 3).

Последние два условия в существующих конструкциях практически не реализуются. Нарушение условий безмоментности связано с появлением «краевого эффекта» (смешанного напряженного состояния) в сравнительно малой области поверхности оболочки. Механизм возникновения краевого эффекта и варианты его учета в практических расчетах описаны в работе [20].

Полный комплект уравнений теории упругих оболочек включает пять уравнений равновесия с восемью неизвестными усилиями:

$$N_1, N_2, S, M_1, M_2, M, Q_1, Q_2;$$

шесть геометрических уравнений с девятью неизвестными деформациями и перемещениями:

$$\varepsilon_1, \varepsilon_2, \gamma_{12}, x_1, x_2, U, V, W;$$

шесть физических уравнений, включающих неизвестные обоих типов.

Уравнения с 17 неизвестными можно свести к меньшему числу разрешающих уравнений относительно функций, выбираемых в качестве основных. Решение уравнений должно удовлетворять не только основным уравнениям теории оболочек, но и конкретным граничным условиям рассматриваемой задачи, т.е. условиям опирания на всех четырех краях оболочки.

На рис. 1.5 приведены схемы основных граничных условий: контур $x = 0$ зашцеplen, контур $x = a$ шарнирно неподвижно оперт, контур $y = b$ свободно оперт и контур $y = 0$ свободен.

Если конструкции опорных элементов оболочки обладают достаточно большой жесткостью в отношении перемещений в их плоскости и несравнимо меньшей жесткостью относительно перемещений из их плоскости, то схема граничных условий для такого случая показана на рис. 1.5б; ей практически эквивалентна схема шарнирного опирания (см. рис. 1.5в). Граничные условия в этом случае, например для кромки $x = a$, формулируются так:

$$W(a, y) = 0, \quad V(a, y) = 0, \quad N_1(a, y) = 0, \quad M_1(a, y) = 0 \quad (1.3)$$

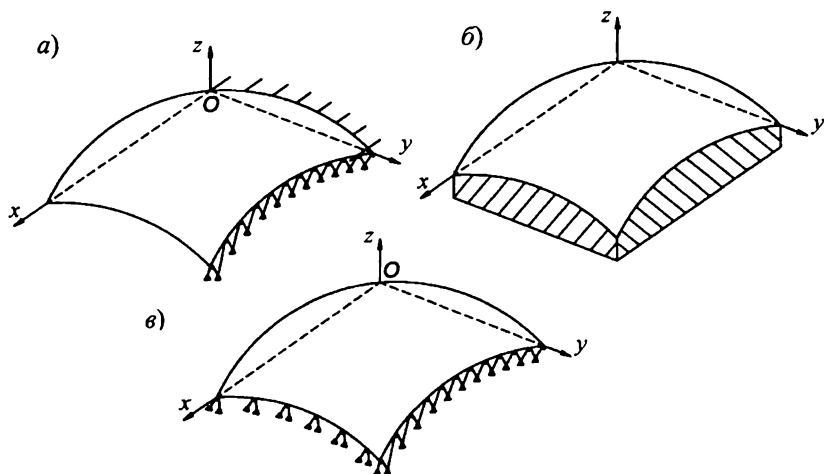


Рис. 1.5. Варианты граничных условий оболочки:

a – общая схема; *б*, *в* – опирание на идеальные диафрагмы и эквивалентное шарнирное опирание соответственно

Для описанного случая граничных условий используют способ разложения искомых величин и нагрузки в ряды (в частности, в тригонометрические). Пример такого решения приведен в параграфе 3.3 применительно к расчету сборной полой оболочки.

Эффективны для более сложных случаев граничных условий и жесткостных параметров оболочки (например, при ортотропной, многослойной оболочке или оболочке переменной толщины) метод численного интегрирования Рунге-Кутты и интерполяционные методы решения краевых задач для обыкновенных дифференциальных уравнений, основанные на использовании числовых матриц интегрирования или дифференцирования [1].

Двумерные задачи теории оболочек, описываемые дифференциальными уравнениями в частных производных, различными способами приводят к одномерным задачам с использованием обыкновенных дифференциальных уравнений, решения которых значительно проще. Вариант такого решения на основе вариационного метода В.З. Власова дан в параграфе 2.3 применительно к расчету короткой призматической складки.

Успешное проектирование и применение оболочечных конструкций связано с разработкой и совершенствованием методов их расчета и в особенности практических инженерных методов. Объем работ по

расчету оболочек, выполняемых при их проектировании, в несколько раз превосходит затраты труда при расчете стержневых систем, а выполнение таких расчетов требует от инженера высокой квалификации. Возникающие здесь проблемы во многом определяются необходимостью учета специфики механических свойств железобетона при различных воздействиях и на разных стадиях его работы.

Существует две группы методов расчета железобетонных оболочек [22, 27]: линейные и нелинейные.

Линейные теории описывают напряженно-деформированное состояние оболочек из материала, подчиняющегося закону Гука. Эти теории относительно просты, наиболее разработаны и, согласно [22], могут быть использованы для расчета железобетонных оболочек при соответствующем обосновании. При этом, однако, следует помнить о том, что если расчет выполняется по I группе предельных состояний, то применение линейных методов, как правило, идет в запас прочности конструкции. Что же касается расчета по II группе предельных состояний, то эти методы недооценивают величины фактических перемещений и ширины раскрытия трещин реальных железобетонных оболочечных конструкций. Одной из основных причин обрушения покрытия в аквапарке «Трансвааль» (г. Москва) явились ошибки в расчете. При расчете не были учтены нелинейные деформации железобетонной оболочки. Поэтому применять линейные методы расчета для ответственных сооружений следует весьма осторожно, чаще – только лишь на стадии предварительного расчета для обоснования технических решений и вариантов конструкций. В основных расчетах рекомендуется применять нелинейные теории и связанные с ними нелинейные методы расчета.

Различают три вида нелинейности [14, 24]: *физическую*, обусловленную нелинейной связью между тензорами напряжений и деформаций, *геометрическую*, определяемую нелинейной связью между деформациями и перемещениями, и *конструктивную*, связанную с возможными изменениями расчетной схемы в процессе нагружения. Теории нелинейного расчета оболочек сложнее теорий расчета в линейной постановке и разработаны недостаточно глубоко, а расчеты по ним трудоемки. Одним из наиболее простых и доведенных до практического применения методов расчета оболочек с учетом физической нелинейности является метод предельного равновесия [27]. Примеры численной реализации этого метода применительно к конкретным железобетонным пространственным конструкциям даны в параграфах 2.2, 3.4.

Выбор расчетной схемы оболочечной конструкции является одним из важных и наиболее ответственных этапов проектирования [20]. В каждом конкретном случае решение этой задачи носит индивидуальный характер, потому приведем только некоторые принципиальные рекомендации общего характера.

1. Расчетная схема должна по возможности максимально отражать все конструктивные особенности оболочки, а также физические свойства железобетона. При этом в случае необходимости учитывают деформированную схему конструкции, в том числе и перемещения, накопленные в процессе изготовления и возведения конструкции.
2. На разных стадиях проектирования должны быть применены расчетные схемы разного уровня сложности. Так, в настоящем учебном пособии, целью которого является общее знакомство с основами расчета и проектирования железобетонных пространственных конструкций, в большинстве своем рассмотрены наиболее простые и даже во многом условные расчетные схемы, наглядные для понимания, поддающиеся простым способам расчета и в целом дающие качественные представления о поведении рассматриваемых конструкций под нагрузкой. Очевидно, что такой подход приемлем и в курсовом, и дипломном проектировании на стадии предварительных оценочных расчетов. Более того, такой подход крайне необходим современному инженеру при освоении им компьютерных технологий моделирования и численного анализа конструкций в среде программных комплексов, поскольку он дает представление о качественной картине напряженно деформированного состояния конструкций в целом.

Для обоснования рабочих чертежей сложных пространственных конструкций рекомендуется использовать более строгий подход к выбору расчетной схемы и метода расчета.

3. При выборе расчетной схемы оболочечной конструкции за основную принимают срединную поверхность гладкой плиты, подкрепленной плиты оболочки, многогранника или складки, а влияние ребер и граней учитывают с помощью некоторых приведенных характеристик. В ряде случаев учет подкрепляющих ребер производится по методам, специально разработанным для конкретных конструкций (см. например, расчет призматической складки, приведенный в параграфе 2.3).
4. Расчетный пролет оболочек и складок определяют как расстояние между осями опор покрытий и перекрытий, а размер сторон

оболочек и складок в плане, как расстояние между осями соответствующих бортовых элементов и диафрагм.

5. Характер расчетной схемы в значительной степени определяется применяемым методом расчета. При расчете оболочки в линейно упругой постановке площадь и момент инерции допускается принимать как для бетонного или приведенного к нему сечения. При учете неупругих деформаций и трещин следует принимать действительные характеристики железобетонных сечений для рассматриваемой стадии их работы.
6. Расчетная схема должна отражать технологию изготовления и возведения конструкции. Так, например, отдельные элементы сборно-монолитной оболочки в стадии монтажа рассчитывают по прочности и трещиностойкости на действие собственного веса, веса бетона замоноличивания и монтажных нагрузок, а в стадии эксплуатации – как монолитную с включением в работу сборных элементов на эксплуатационные нагрузки.
7. Схемы железобетонных оболочек и складок или их частей строят с учетом конструктивных и расчетных требований [23]. Диафрагмы и бортовые элементы оболочек и складок включают в расчетную схему оболочки или складки, принимая их действительные жесткости и схемы загрузки. Отверстия значительных размеров (более 20г) также должны учитываться при расчете конструкций [22].
8. В сборно-монолитных пространственных конструкциях принимают во внимание деформативные свойства стыков и особенно передачи усилий через них. Для сборных оболочек при передаче усилий через закладные детали и приваренные к ним стержни или закладные детали учитывают также неупругую податливость таких соединений – 0,5...1 мм на каждое соединение [22].

С выбором расчетной схемы оболочечной конструкции неразрывно связаны выбор метода расчета и построение математической модели конструкции. Известны следующие математические модели:

- *континуальная* – если состояние конструкции характеризуется функциями одной или двух переменных с бесконечно большим числом степеней свободы. Такой модели в математической формулировке задачи отвечает система дифференциальных уравнений;
- *дискретная* – если состояние конструкции описывается конечным числом степеней свободы. В математической формулировке задачи такой модели отвечает система алгебраических уравнений;

– *дискретно – континуальная*, т.е. комбинация двух указанных моделей.

Применение той или иной модели зависит от конкретных условий рассматриваемой задачи – размеров конструкции, степени ее однородности, условий опирания, условий применения компьютерных технологий и др.

Как уже отмечалось, в настоящее время в теории оболочек разработано значительное количество практических методов расчета, ориентированных как на ручной счет, так и на применение ЭВМ. К наиболее распространенным относятся методы, рекомендованные руководством [22]:

- аналитические [1, 2, 5, 14, 25];
- численные [1, 11, 12];
- приближенные методы расчета конкретных тонкостенных пространственных систем, учитывающие различные конструктивные особенности оболочек и складок, в том числе неразрезность конструкций, податливость опор и диафрагм, наличие подкрепляющих ребер, отверстий, проемов и т.д. [13, 15, 20, 19];
- методы упруго-пластической теории, основанные на прикладной теории деформирования железобетона [8, 26];
- методы предельного равновесия [12, 27], ориентированные главным образом на решение задач о несущей способности или на проверку назначенных сечений бетона и арматуры.

Поскольку методы расчета в линейной постановке наиболее простые для изучения и в то же время достаточно широко применяются в практике проектирования, большинство алгоритмов и программ, составленных в последующих разделах пособия, ориентированы на эти методы.

2. ЦИЛИНДРИЧЕСКИЕ ОБОЛОЧКИ И ПРИЗМАТИЧЕСКИЕ СКЛАДКИ

2.1. Конструирование и особенности расчета

Одним из распространенных в настоящее время типов железобетонных пространственных конструкций зданий массового строительства являются призматические складки и цилиндрические оболочки [1, 9, 12, 13, 22, 26]. Срединная поверхность этих конструкций образуется параллельным скольжением прямой образующей по произвольной криволинейной (цилиндрические оболочки) или ломаной (призматические складки) направляющей. Расстояние между осями опорных диафрагм l_1 называют пролетом оболочки (складки), а расстояние между бортовыми элементами l_2 называют длиной волны (рис. 2.1). В зависимости от отношения пролета к длине волны цилиндрические оболочки условно подразделяются на длинные ($l_1/l_2 > 1$) и короткие ($l_1/l_2 \leq 1$). Оболочки могут быть однопролетными, многопролетными и консольными. Кроме того, различают одноволновые и многоволновые оболочки.

Схемы и очертания элементов цилиндрических оболочек и призматических складок обусловлены размерами перекрываемых пролетов, типом покрытия, характером опирания элементов, величиной и схемой приложения нагрузок, наличием фонарей и других отверстий, вариантом выполнения (сборный, монолитный или сборно-монолитный) и рядом других факторов.

При предварительном конструировании оболочки основные конструктивные параметры принимают следующими (рис. 2.2а, б): высоту оболочки h с учетом сечения бортовой балки, равной $(1/10...1/15) l_1$, стрелу подъема $f = (1/6...1/8) l_2$ и толщину плиты $t = (1/200...1/300) l_2$, но не менее 50 мм для монолитных и не менее 30 мм для сборных.

Поперечное сечение оболочек может быть очерчено по дуге окружности, эллипса или другой кривой, простой для производства работ. Для размещения основной растянутой арматуры и снижения деформативности контура оболочки ее окаймляют бортовыми элементами и поперечными диафрагмами, опирающимися на колонны или стены. Выбор типа бортовых элементов зависит, в основном, от условий опирания краев оболочки. Некоторые типы бортовых элементов и диафрагм монолитных оболочек показаны на рис. 2.2в, г, а призматических складок – на рис. 2.2д.

Сборные и сборно-монолитные цилиндрические оболочки обычно выполняют ребристыми (расстояние между ребрами назначается не более $7\sqrt{rt}$, где r – радиус кривизны оболочки), а монолитные – гладкими, так как это значительно упрощает опалубку и производство работ.

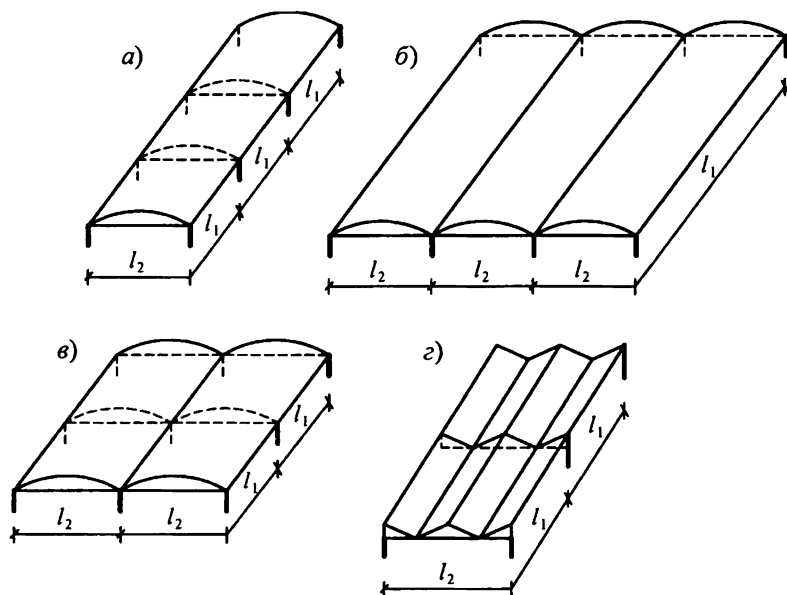


Рис. 2.1. Конструктивные схемы покрытий с применением цилиндрических оболочек (призматических складок):

а – одноволновая многопролетная, *б* – многоволновая однопролетная, *в* – многоволновая многопролетная, *г* – консольная

При необходимости в оболочках и складках могут устраивать фонарные проемы, которые рекомендуется располагать в верхней части оболочки в продольном направлении. Ширину проема принимают не более $(1/4...1/3) l_2$. Проемы в оболочках окаймляют рамками-утолщениями и усиливают распорками через 2–3 м (см. рис. 2.2а).

Конструкции сборных цилиндрических оболочек и призматических складок различаются по способу разрезки на сборные элементы. Конструкции могут собираться из плоских или криволинейных плит, что зависит от условий изготовления, транспортирования, монтажа и особенностей конструирования.

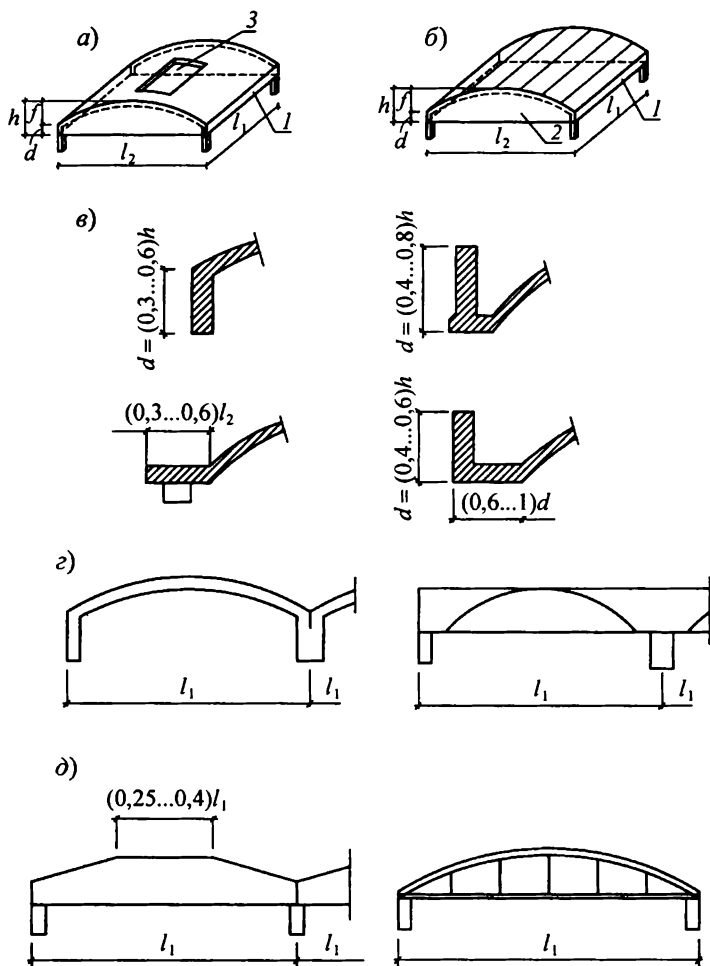


Рис. 2.2. Цилиндрические оболочки и призматические складки:

а – схема монолитной цилиндрической оболочки; **б** – то же, призматической складки; **в** – бортовые элементы; **г** – диафрагмы цилиндрических оболочек; **д** – то же, призматических складок; **1** – болтовой элемент; **2** – диафрагма; **3** – фонарный проем

Как показывала практика строительства, в России и других странах СНГ большое распространение получили сборные конструкции со складчатой поверхностью (рис. 2.3), изготовление, хранение и монтаж элементов, которых ничем не отличается от обычных плоскостных конструкций [12, 13, 22]. Обеспечение совместной работы элементов складчатого покрытия осуществляют с помощью следующих

мероприятий (см. рис. 2.3): для неразрезных складок – устройством бетонных столбиков на верхнем поясе диафрагм, пазов на наружных гранях плит и бортовых элементов (узел II), установкой арматурных каркасов в швах замоноличивания; для разрезных складок – устройством пазов на наружных гранях плит, приваркой плит на всех четырех опорах по доступному контуру, приваркой стальных упоров к закладным деталям опорных узлов диафрагм для восприятия сдвигающих сил, передающихся с диска покрытия (узел I). В зданиях с фонарями продольные ребра плит, примыкающих к фонарному проему, реко-

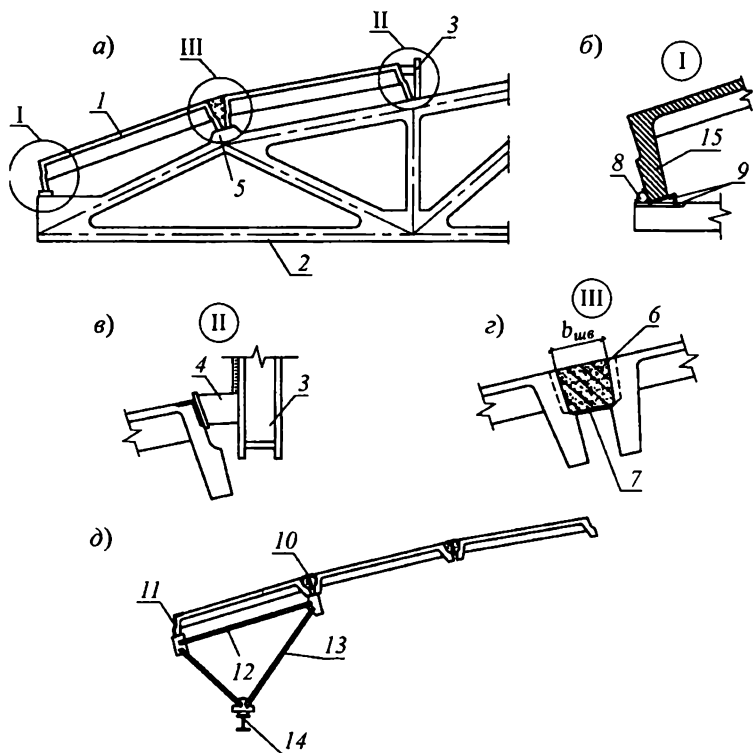


Рис. 2.3. Конструкция складчатого покрытия из типовых элементов:

а – поперечный разрез; *б* – соединение крайней плиты с диафрагмой; *в* – то же, со стойкой рамы фонаря; *г* – то же, плит между собой; *д* – схема подвески кранового пути к плитам; 1 – плита; 2 – ферма-диафрагма; 3 – стойка фонаря; 4 – подвеска плиты к фонарю; 5 – бетонный столбик; 6 – бетон замоноличивания; 7 – доска; 8 – упор Ø25 мм; 9 – закладная деталь; 10, 11 – Г и Т-образные соединительные детали; 12 – распорка; 13 – подвеска; 14 – подкрановый путь; 15 – продольное ребро крайней плиты

мендуется крепить посредине пролета к стальной фонарной панели соединительной планкой-подвеской (узел II).

Выполненные многовариантные испытания складских покрытий на экспериментальной базе НИИ Строительных конструкций г. Киев [12] и в лаборатории кафедры строительных конструкций г. Белгород [9] подтвердили эффект совместной работы элементов складчатого покрытия при выполнении перечисленных выше мероприятий (рис. 2.4, 2.5).

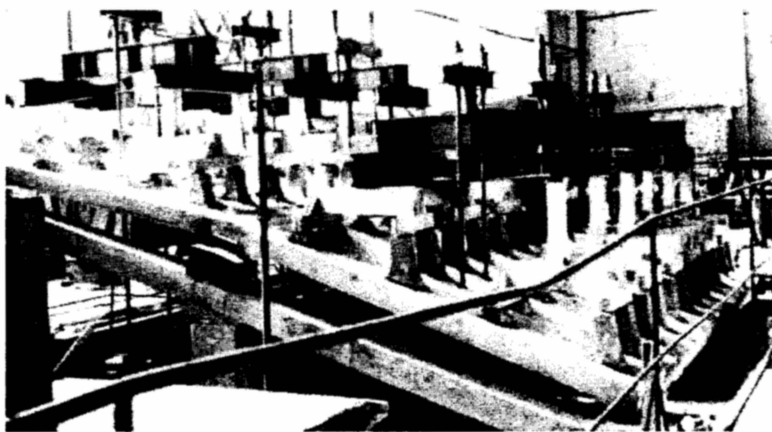


Рис. 2.4. Общий вид испытания фрагмента складчатого покрытия в виде двугранной складки

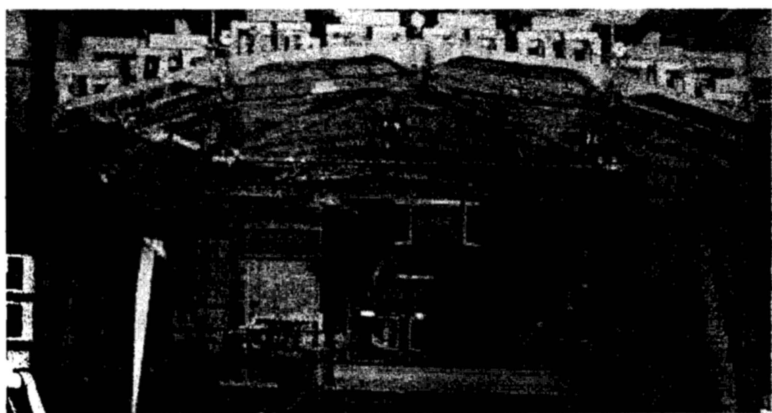


Рис. 2.5. Общий вид испытания модели железобетонного складчатого покрытия с металлическими диафрагмами

При армировании монолитных оболочек и складок основную часть продольной рабочей арматуры 1 располагают в нижней части бортовых элементов, что обеспечивает наибольшую величину плеча внутренней пары сил z (рис. 2.6). Остальную арматуру (20–40 %) располагают по высоте бортовых элементов и равномерно вдоль растянутой зоны плиты оболочки, согласно эпюре нормальных напряжений. В продольном направлении, как в однопролетных, так и в многопролетных цилиндрических оболочках и призматических складках не менее 30 % всей продольной арматуры доводится до опор.

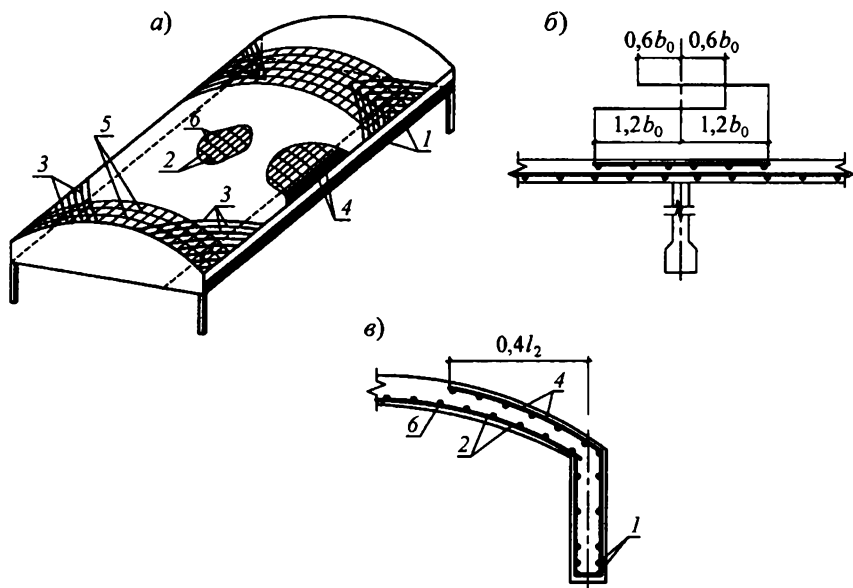


Рис. 2.6. Схемы армирования длинной цилиндрической оболочки:

a – оболочка, *б* – бортовой элемент, *в* – опорная зона над диафрагмой;
 1 – основная растянутая арматура; 2 – продольная арматура; 3 – отдельные наклонные стержни; 4 – дополнительная сетка в зоне сопряжения оболочки с бортовым элементом; 5 – дополнительная приопорная сетка над диафрагмами; *б* – поперечная арматура

В неразрезных многопролетных оболочках и складках кроме основной растянутой арматуры в пролете ставят арматуру в верхней части оболочки для восприятия растягивающих напряжений под опорами (диафрагмами). Располагают арматуру в средней половине растянутой части дуги. Не менее 50 % этой арматуры дол-

жно быть заведено в каждую сторону от диафрагмы на длину $1,2 b$, а другую половину арматуры – не менее чем на $0,6b_0$ (b_0 – расстояние от опоры до сечения с нулевыми моментами).

В неразрезной оболочке в зоне ее монолитного соединения с диафрагмой ставят дополнительную продольную арматуру в виде приопорной сетки 5, продольные стержни которой воспринимают продольный изгибающий момент, возникающий в зоне сопряжения с диафрагмой. Конструктивно эта арматура выполняется в виде сетки. Продольную арматуру 2 в сжатой зоне оболочки, а также на участках, где главные растягивающие напряжения $\sigma_{mt} < R_{bt}$, устанавливают конструктивно диаметром 5–10 мм через 150–250 мм с площадью не менее 0,2 % площади поперечного сечения бетона.

Сечение арматуры 6, необходимой для восприятия поперечных моментов, определяют так же, как для неразрезных плит, и устанавливают в соответствии с эпюрой поперечных моментов в растянутой зоне. Эта арматура вместе с продольной арматурой 2 образует систему перекрестных стержней, и поэтому ее проектируют в виде сетки. В местах примыкания поля оболочки к бортовым элементам устанавливают дополнительную сетку 4 на длину $0,4 l_2$.

Описанную схему армирования применяют для оболочек и складок толщиной до 80 мм. При большей толщине оболочки их армируют двойной арматурой по всему полю (двойная сетка).

В ребристых оболочках поперечные моменты воспринимаются рабочей арматурой ребер, выполняемой в виде плоских сварных каркасов, а поле оболочки в этом случае армируют конструктивно одиночной сеткой.

В угловых зонах оболочек и складок, где главные растягивающие напряжения $\sigma_{mt} > R_{bt}$, усилия растяжения должны быть полностью восприняты арматурой. И если площади основной сетки (стержни 2 и 6) недостаточно для восприятия этих напряжений, то в этих зонах дополнительно устанавливают косую арматуру в виде отдельных стержней 3 диаметром 6–12 мм, расположенных под углом 45° к образующей, с шагом 100–150 мм. Эта арматура, воспринимающая главные растягивающие напряжения, должна быть надежно заанкерена в бортовой элемент или заведена за расчетное сечение не менее чем на 20 диаметров. При значительных пролетах оболочки арматура 1 и 3 может выполняться предварительно напряженной.

Армирование железобетонных складчатых покрытий, проектируемых из отдельных сборных элементов заводского изготовления (ребристых типовых плит, сегментных или безраскосных ферм), практически не отличается от армирования обычных плоскостных элементов.

Для расчета цилиндрических оболочек и призматических складок используются методы, описанные в главе 1. В цилиндрических оболочках и призматических складках в большинстве случаев при наиболее часто встречающихся нагрузках имеет место полубезмоментное напряженное состояние (см. рис. 2.7). Для определения усилий в рассматриваемых пространственных конструкциях используется полумоментная теория.

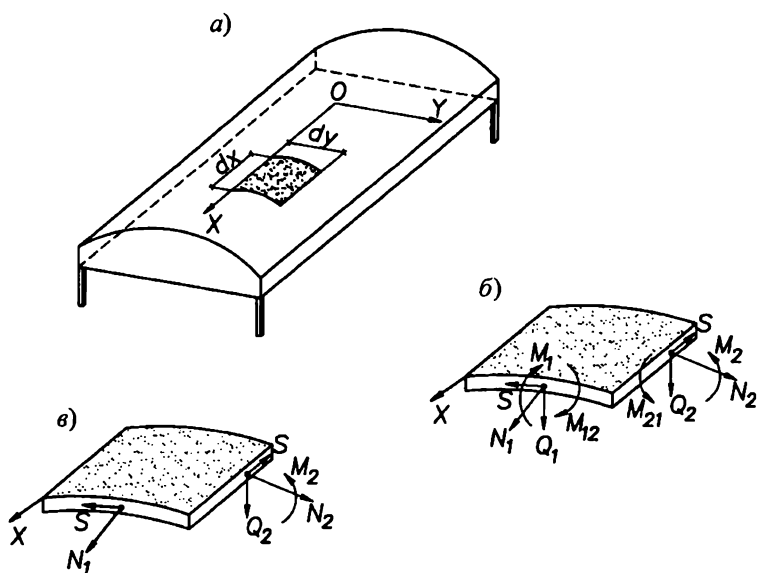


Рис. 2.7. Усилие, действующее на элемент длиной цилиндрической оболочки:

а – схема оболочки и характерного элемента; б – полная схема усилий; в – усилия, учитываемые при расчете длинных оболочек

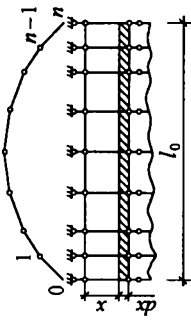
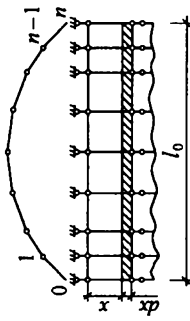
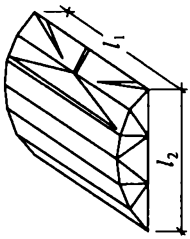
Исходя из принципа разделения внутренних силовых факторов на главные и второстепенные, сформированного проф. В.З. Власовым [4], пренебрегают изгибающими моментами M_1 , действующими на площадках поперечного сечения оболочки, попереч-

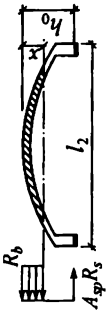
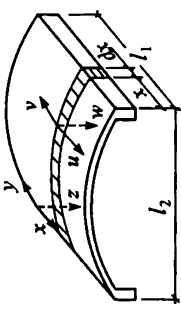
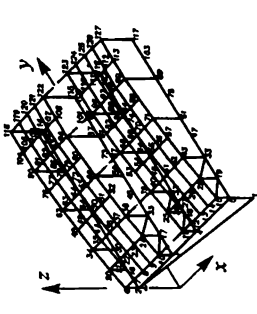
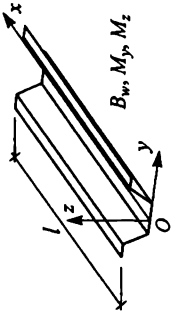
ными силами Q_1 , а также крутящими моментами M_{12} и M_{21} . Нормальные силы N_2 , действующие нормально к площадкам продольного сечения, и поперечные силы Q_2 , возникающие на тех же площадках, могут учитываться в расчете, но они практически не оказывают влияния на подбор сечений. Размеры сечений определяются в первую очередь величинами нормальных усилий N_1 , действующих на площадках поперечного сечения, сдвигающими усилиями S и изгибающими моментами M_2 , возникающими на площадках продольного сечения оболочки. В ряде случаев некоторыми из этих усилий также можно пренебречь. Так, например, в длинных цилиндрических оболочках при действии равномерно распределенной нагрузки и большой жесткости поперечных ребер взаимное влияние поперечных изгибающих моментов и продольных нормальных усилий незначительно, и его можно не учитывать в расчете, а конструкцию рассчитывать как балку корытообразного сечения. При расчете коротких оболочек основными в качестве усилий, определяющих их армирование, выступают продольные силы N_1 и сдвигающие силы S , а поперечные изгибающие моменты могут не учитываться (см. пример расчета складчатого покрытия в параграфе 2.3).

В каждом конкретном случае применение тех или иных упрощений расчета должно быть обосновано. При первом знакомстве с особенностями напряженно-деформированного состояния оболочек, для некоторой ориентировки в выборе расчетной схемы и метода расчета цилиндрических оболочек и призматических складок могут быть полезны сведения, содержащиеся в табл. 2.1 и 2.2. Как видно из табл. 2.2, значительный класс рассматриваемых конструкций с симметричным сечением и при симметричной нагрузке может быть рассчитан по простейшей балочной схеме.

В общем случае приложения нагрузки и при любом поперечном сечении оболочки или складки наибольшее применение в практических расчетах получил смешанный метод профессора В.З. Власова [20, 22]. Для коротких цилиндрических оболочек и призматических складок, а в ряде случаев, например, при отсутствии значительных односторонних и сосредоточенных нагрузок и для оболочек средней и большой длины можно решать неполную систему восьмичленных уравнений смешанного метода. Ниже приведен пример такого расчета для короткой призматической складки из типовых сборных элементов заводского изготовления.

Практические методы расчета цилиндрических оболочек и призматических складок

№ схемы	Расчетная схема или схема учитываемых в оболочке усилий	Метод расчета	Источник, в котором изложены		Примечание
			метод расчета	пример расчета	
1	2	3	4	5	6
1		Смешанный метод В.З. Власова	[20, 22]	п. 2.3, [20]	
2		Метод последователь- ных нагружений в сочетании с методом В.З. Власова	[9, 17, 20, 26]	[19]	При учете физиче- ской нелинейности и трещин
3		Кинематический ме- тод предельного рав- новесия	[12, 22]	п. 2.2, [19]	Другие возможные схемы разрушения приведены в [22]

1	2	3	4	5	6
4		Статический метод предельного равновесия	[13, 15, 22, 26]	[13, 15]	Поперечные моменты определяют из равновесия полоски единичной ширины
5		Метод перемещений	[16]	[16]	
6		Численные методы (МКР, МКЭ и др.)	[1, 11]	[11]	С использованием программных комплексов Лира, Мономах и др.
7		Теория тонкостенных стержней	[5, 13, 20]	[19]	

**Рекомендации по выбору расчетных схем и методов расчета цилиндрических оболочек и
призматических складок**

Тип конструкций	Нагрузка	Соотношение пролетов		Группа пределных состояний	Номер рекомендуе- мого метода расчета согласно табл. 2.1	
		одноволно- вых и край- них волн	средних волн		с исполь- зованием ЭВМ	при ручном счете
1	2	3	4	5	6	7
Монолитные сборные, сборно-монолитные ци- линдрические оболочки или призматические складки всех типов	Симметричная равномерно распределенная по проек- ции оболочки					
	Симметричная равномерно распределенная вдоль бор- товых элементов					
	Односторонняя снеговая при $S = 0,25(g + S)^{**}$	$\frac{l_1}{l_2} \geq 3^*$	$\frac{l_1}{l_2} \geq 2^*$	I, II	7	4
	Односторонние или сим- метричные подвесные гру- зы $S \leq 0,03 \sum (G + F)$					
	Любая произвольная сим- метричная нагрузка	$\frac{l_1}{l_2} \geq 4$		I, II	5, 6	4
	Произвольная	$\frac{l_1}{l_2} = 1 \dots 4$		I, II	2, 6	1, 5

Окончание таблицы 2.2

1	2	3	4	5	6	7
Сборно-монолитные разрезные и неразрезные призматические складки	Симметричная, равномерно распределенная по проек- ции складки	$\frac{l_1}{l_2} \leq 1$	$\frac{l_1}{l_2} \leq 1$	I	1, 5, 6	3
				II	2, 6	1, 5
Треугольные и трапе- циевидные складки	Равномерно распределен- ная нагрузка	$\frac{l_1}{l_2} \geq 4$		I, II	2, 6	4
	Совместное действие рав- номерно распределенной и сосредоточенных нагрузок	$\frac{l_1}{l_2} \geq 4$		I, II	2, 6	1, 7
Квазицилиндрические оболочки ***	Совместное действие рав- номерно распределенной и симметричных сосредото- ченных нагрузок	$\frac{l_1}{l_2} = 3 \dots 4$	$\frac{l_1}{l_2} \geq 2$	I, II	6	4, 5

* При наличии в оболочке не менее трех ребер высотой $0,04l_2$.
 ** Заменяется симметричной нагрузкой той же интенсивности:
 g – постоянная распределенная нагрузка; S – то же, снеговая; G, F – сосредоточенные грузы.
 *** Вытянутые и очень пологие в продольном направлении оболочки двоякой кривизны с отношением продольных и поперечных радиусов кривизны $R_1/R_2 \geq 10$.

2.2. Алгоритм расчета и конструирования покрытия в виде короткой призматической складки

Алгоритм расчета покрытия в виде разрезной короткой призматической складки составлен на основе кинематического метода предельного равновесия (см. табл. 2.1, схему 3).

Расчет сборного складчатого покрытия производят в два этапа, что соответствует двум стадиям работы таких конструкций – до и после замоноличивания швов между сборными элементами.

Расчет на первой стадии выполняют как для обычных сборных конструкций по элементарным (чаще всего балочным) расчетным схемам на действие нагрузок, возникающих в стадиях изготовления, транспортирования и возведения.

Расчет по второй эксплуатационной стадии после замоноличивания швов производят на действие постоянных и временных нагрузок как пространственной системы с использованием кинематически возможных схем разрушения, охватывающих одну или две грани складки у свободного края (рис. 2.8). Рассматриваемый приближенный метод определения изгибающих моментов основан на энергетическом методе, по которому работа внешних сил T равна работе внутренних разрушающих моментов на углах поворота частей складки. Например, для определения изгибающего момента M_{13} в продольном ребре разрезной складки по линии излома 1–3, пересекающей это ребро (см. рис. 2.8б) задают единичное возможное перемещение. Работу внешней нагрузки, полученную на внешних перемещениях жестких звеньев схемы излома, приравнивают работе внутренних сил на линиях излома (пластических шарнирах), соединяющих эти звенья. При изломе двух граней складки работу внутренних сил определяют из пространственной схемы перемещений жестких звеньев (см. рис. 2.8в, г). Полку и поперечные ребра плит проверяют также на местное разрушение (рис. 2.9). За исходные данные при расчете принимают следующие параметры (см. рис. 2.8 и 2.9).

Расчетные нагрузки: q – равномерно распределенная нагрузка на единицу площади полки с учетом ее веса при $\gamma_i > 1$; $\bar{q}$ – то же, с учетом веса поперечных ребер; p_g – равномерно распределенная нагрузка собственного веса при $\gamma_i > 1$; q_r – нагрузка на единицу длины поперечного ребра (с учетом его веса), расположенная на ребре; g – постоянная нагрузка от веса покрытия; g_b и p_b – соответственно постоянная и временная равномерно распределенные нагрузки на единицу длины бортового элемента; p_1 и p_2 – временная равномерно рас-

пределенная нагрузка на единицу площади горизонтальной проекции соответственно первой и второй грани.

Геометрические характеристики: a – ширина сборной плиты складки; b_f – ширина полки плиты (расстояние в свету между продольными ребрами); h_0 – рабочая высота сечения продольного ребра; r_1 и r_2 – расстояние от внутренней грани продольного ребра до середины шва замоноличивания соответственно в крайней и рядовой плитах; l – расчетный пролет складки; b – расчетная ширина продольного ребра; b'_1 и b'_2 – расчетная ширина при определении армирования полки плиты соответственно в продольном и поперечном направлении; b'_3 – расчетная ширина при определении армирования поперечного ребра, b_4 – то же, торцевого ребра; h_{01} , h_{02} и h_{03} – рабочая высота сечения соответственно полки (в двух направлениях) и поперечного ребра; h_1 и h_3 – высота сечения соответственно полки и поперечного ребра; a_1 – расстояние в свету между торцевым и поперечным ребром; l_2 – расстояние от торца плиты до первого от торца поперечного ребра; $\bar{b}'_3$ – ширина промежуточного поперечного ребра поверху; $\bar{\alpha}_1$ и $\bar{\alpha}_2$ – углы наклона соответственно первой и второй грани складки к горизонту; m – число промежуточных поперечных ребер в плите; $\bar{a}$ – расстояние в свету между поперечными ребрами; b_b – суммарная ширина бортового элемента и половины шва замоноличивания; l_3 – конструктивная длина плиты складки; s_1 и s_2 – шаг арматуры полки плиты соответственно в продольном и поперечном направлении; A'_{S1} , A'_{S2} и A'_{S3} – площадь конструктивно установленной в сжатой зоне арматуры соответственно полки (в обоих направлениях) и поперечного ребра; A_{Sp} , A_s – площадь продольной напрягаемой и ненапрягаемой арматуры, соответственно установленной в продольных ребрах.

Характеристики материалов и коэффициенты, используемые при расчете прочности: R_s , $R_{s,ser}$ – расчетное сопротивление продольной преднапряженной растянутой арматуры соответственно для предельных состояний I и II группы; R'_s – расчетное сопротивление продольной ненапряженной арматуры для предельного состояния I группы; R_{S1} , R_{S2} и R_{S3} – расчетные сопротивления на растяжение соответственно арматуры полки в обоих направлениях и поперечных ребер; R_b – расчетное сопротивление бетона осевому сжатию для предельных состояний I группы; μ – минимальный процент армирования; γ_d – коэффициент динамичности; η – коэффициент, учитывающий влияние распора на прочность элементов α , β , γ_{b2} , σ_p , σ_{p2} , γ_p ,

Рис. 2.8. К расчету бесфонарного разрезного складчатого покрытия:

а – покрытие с вариантом снеговой нагрузки; б, в, г – разрушения складки; д – геометрические размеры ребристой плиты; е – геометрические размеры складки; ж, з – геометрические размеры продольного и поперечного ребра соответственно; л – жесткие звенья в схемах разрушения

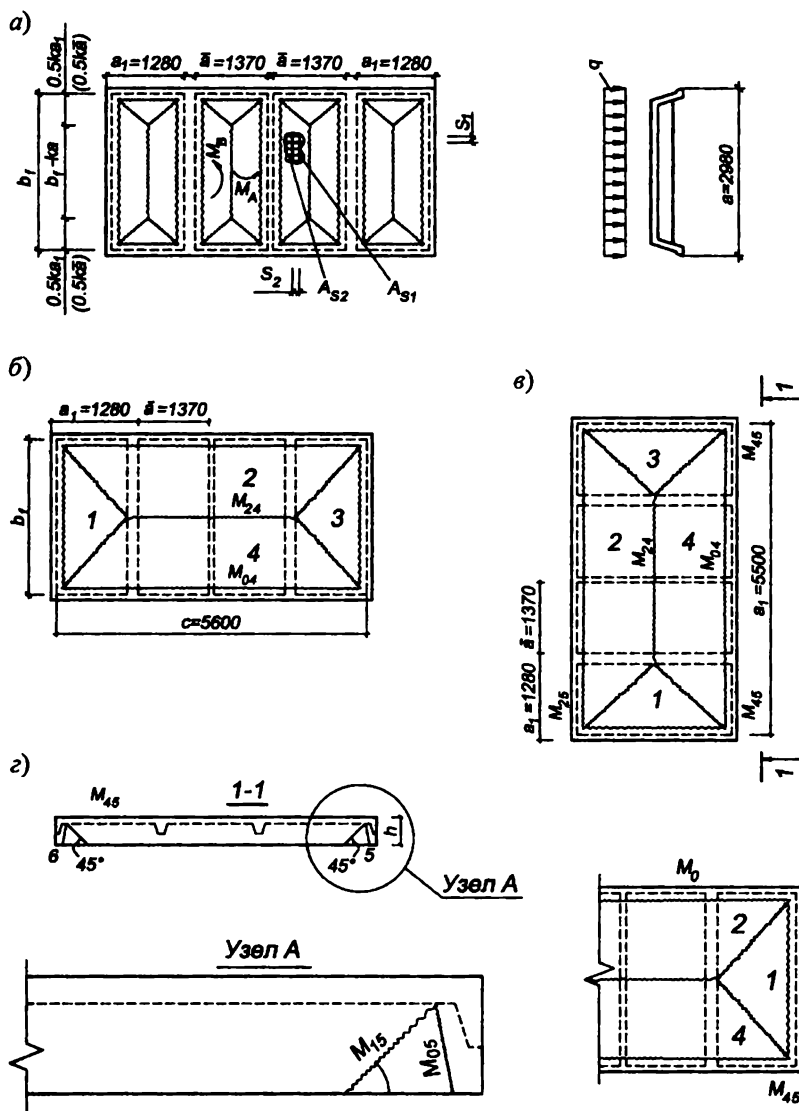


Рис. 2.9. Схемы разрушения полки и поперечных ребер плит от изгиба и продольных ребер от кручения:

а, б – для всех плит; в, г – то же, для крайних плит;
1, ..., 5 – жесткие звенья в схемах разрушения

Расчет прочности складок производят в следующем порядке:

1. Выполняют предварительный подбор сечения арматуры продольных ребер плит на монтажные нагрузки (воздействие собственного веса с коэффициентом динамичности равным: 1,8 – при транспортировании; 1,5 – при подъеме и монтаже).

Расчетный изгибающий момент, приходящийся на одно ребро:

$$M = \frac{p_s \alpha \gamma l^2}{2\delta}. \quad (2.1)$$

Ширина сжатой полки плиты, вводимая в расчет с учетом свесов:

$$b'_f = b + \frac{l}{6}. \quad (2.2)$$

Расчетные параметры напряженного состояния изгибаемого железобетонного элемента определяемые по требованиям норм [23]:

$$\xi_0 = \alpha - \beta R_b \gamma_{b2}, \quad (2.3)$$

$$\sigma_\epsilon = R_s + 400 - \gamma_p \sigma_{p2}, \quad (2.4)$$

$$\xi_R = \frac{\xi_0}{1 + \frac{\sigma_\epsilon (1 - \xi_0 / 1,1)}{400}} \quad \text{при } \gamma_{b2} \geq 1, \quad (2.5)$$

$$\xi_R = \frac{\xi_0}{1 + \frac{\sigma_\epsilon (1 - \xi_0 / 1,1)}{500}} \quad \text{при } \gamma_{b2} < 1, \quad (2.6)$$

$$\lambda_m = \frac{M}{\gamma_{e2} R_s \epsilon h_0^2}, \quad (2.7)$$

при этом должно выполняться условие:

$$\lambda_m \leq 0,5. \quad (2.8)$$

Если условие (2.8) не выполняется, то необходимо увеличить поперечное сечение элемента или прочностные характеристики материалов.

Относительная высота сжатой зоны:

$$\xi = 1 - \sqrt{1 - 2\lambda_m}, \quad (2.9)$$

при условии:

$$\xi \leq \xi_R. \quad (2.10)$$

Если условие (2.10) не выполняется, требуется установка арматуры в сжатой зоне.

Значения расчетных коэффициентов:

$$\gamma_{s12} = \alpha_1 + \frac{0,15\sigma_p}{R_{s,ser}}, \text{ но не менее } \gamma_{s12} = 1; \quad (2.11)$$

$$\gamma_{s7} = \frac{1}{3} \left[4\delta - \gamma_{s12} - 4(\delta - \gamma_{s12}) \frac{\xi}{\xi_R} \right], \text{ но не более } \delta. \quad (2.12)$$

Относительное плечо внутренней пары сил в рассматриваемом сечении:

$$\nu = 1 - 0,5\xi. \quad (2.13)$$

Требуемое сечение преднапряженной арматуры:

$$A_{sp} = \frac{M - R'_s A_s \nu h_0}{\gamma_{s7} R_s \nu h_0}. \quad (2.14)$$

Процент армирования сечения:

$$\mu = \frac{A_{p1} + A_s}{b} h_0, \quad (2.15)$$

причем μ принимается не менее $\mu_{\min}$ и в соответствии с этим принимается минимальное сечение рабочей арматуры.

Аналогично проводят проверку прочности плиты в стадии изготовления и монтажа, а также в соответствии с [23] – прочности и трещиностойкости, проверку напряжений обжатия бетона и жесткости плиты от нагрузок в стадии монтажа.

2. По местным схемам разрушения (см. рис. 2.9) выполняют расчет полки и поперечных ребер плиты от нагрузок в стадии эксплуатации.

Расчет выполняется в такой последовательности.

Определяют параметры возможных «конвертных» схем разрушения плит (рис. 2.9а, б):

$$\bar{\gamma} = \bar{\alpha} / b_f, \quad (2.16)$$

$$K_n = \frac{\bar{\gamma}}{1 - \frac{R_{s1} h_1}{\eta R_{s3} h_3}}. \quad (2.17)$$

В зависимости от соотношения K_n и $\bar{\gamma}$, а, следовательно конкретных схем разрушения, вычисляют значения изгибающих моментов. При $K_n \leq 1/\bar{\gamma}$ разрушение полки происходит по схеме, приведенной на рис. 2.9а:

$$M_a = \frac{\eta q \bar{a}^2 (3 - \bar{\gamma} K_n) K_n}{48 K_n + \bar{\gamma} \psi}; \quad (2.18)$$

$$M_b = \psi M_a; \quad (2.19)$$

$$M_r = \frac{q \cdot \bar{a}^3 \cdot (3 - K_n^2 \bar{\gamma}^2)}{24 \cdot \bar{\gamma}^2} + \frac{g_r b_f^2}{8}, \quad (2.20)$$

где

$$\psi = \frac{K_n^2}{3 - 2\bar{\gamma} K_n}. \quad (2.21)$$

При $K_n > 1/\bar{\gamma}$ разрушение полки происходит по схеме, приведенной на рис. 2.9б:

$$M_b = \frac{\eta q b_f^2 (3\bar{\gamma} - K_{n1}) K_{n1}}{48 (K_{n1} \bar{\gamma} + \psi)}; \quad (2.22)$$

$$M_a = \psi M_b; \quad (2.23)$$

$$M_r = \frac{q K_{n1} b^3}{12} + \frac{g_r b^2}{8}, \quad (2.24)$$

где

$$\psi = \frac{K_{n1}^2}{3 - 2K_n / \bar{\gamma}}, \quad K_{n1} = \frac{1}{K_n}. \quad (2.25)$$

По значениям моментов в полке, используя зависимости (2.3)–(2.10) и (2.13), последовательно вычисляют параметры напряженного состояния ξ_0 , σ_ε , ξ_R , λ_m , ξ и ν для полки, а затем и требуемое сечение арматуры полки обоих направлений:

$$A_{s1} = \frac{M_a}{R_{s1} \nu h_{01}}; \quad (2.26)$$

$$A_{s2} = \frac{M_b}{R_{s2} \nu h_{02}}. \quad (2.27)$$

Назначают диаметры продольных и поперечных стержней полки (d_1, d_2).

Кроме указанных схем разрушения полки (см. рис. 2.9а, б) возможно разрушение полки и поперечных ребер по другой «конвертной» схеме (см. рис. 2.9в). Изгибающий момент, действующий на одно поперечное ребро плиты в пролете:

$$M_{24} = \bar{q} b_f^2 (3c - 2a) 24m - M_{02}. \quad (2.28)$$

Здесь M_{02} – поперечный момент, воспринимаемый поперечным ребром в месте его примыкания к продольному, определяемый по площади арматуры в полке:

$$M_{02} = R_{s3} A_{s2} \left(h_{03} - \frac{x}{2} \right), \quad (2.29)$$

где

$$x = \frac{R_{s3} A_{s2} (\bar{a} + \bar{b}'_3)}{R_b \gamma_{b2} b_3 \frac{(\bar{b}'_3 - \bar{a})}{2}}. \quad (2.30)$$

Подбор арматуры поперечного ребра A_{s3} , так же как и полки, производят по формулам (2.3)–(2.10), (2.14) и (2.26). При этом в формулу (2.26) подставляют большую величину изгибающего момента из вычисленных по формулам (2.20) или (2.24) и (2.28). Диаметр арматуры верхнего стержня каркаса поперечного ребра (A'_{s3}) принимают исходя из конструктивных особенностей, равным 6–8 мм.

3. Расчет армирования предварительно напряженных продольных ребер складки при действии равномерно распределенной или близкой к ней нагрузки выполняют по одной из трех возможных схем разрушения, охватывающих одну или две грани у свободного края.

Рассмотрим схему разрушения, данную на рис. 2.8б.

Вертикальное перемещение пролетной линии излома 1–3:

$$V_1 = \cos(\bar{\alpha}_1 - \bar{\alpha}_{1T}). \quad (2.31)$$

Поправочный угол $\bar{\alpha}_{1T}$:

$$\bar{\alpha}_{1T} = \arctg \frac{2(h_3 - x_1)}{a + b_f}. \quad (2.32)$$

Здесь x_1 — высота сжатой зоны в поперечном ребре на линии излома 0–2:

$$x_1 = \frac{R_{s2} A_{s2} (\bar{a} + \bar{b}_1')}{0,5 R_b \gamma_{b2} b_3' (1 + \lambda)}, \quad (2.33)$$

где

$$\lambda = 1 - 0,0078 \gamma_{b2} R_b.$$

Объем пирамиды вертикальных перемещений для первой грани:

$$\omega_1 = \frac{(2b_f + 3r) l V_1}{6}, \quad (2.34)$$

для бортового элемента:

$$\omega_b = \frac{b_b l V_1}{2}. \quad (2.35)$$

Работа изгибающих моментов:

$$A = \frac{M_{02} m + M_{24} m}{b_n}. \quad (2.36)$$

Работа внешней нагрузки на перемещениях жестких звеньев схемы излома:

$$T = (g_b + P_b) \omega_b + \left(\frac{g_b}{\cos \bar{\alpha}_1} + P_1 \right) \omega_1. \quad (2.37)$$

Изгибающий момент в крайнем продольном ребре первой грани:

$$M_{13} = l(T - A)/4. \quad (2.38)$$

Рассмотрим схему разрушения, данную на рис. 2.8в. Поправочный угол α_{2T} и вертикальное перемещение V_2 для второй грани складки определяют по формулам (2.31)–(2.34), заменив в них $\bar{\alpha}_1$ на $\bar{\alpha}_2$.

Объем пирамид вертикальных перемещений для первой и второй граней складки:

$$\bar{\omega}_1 = \frac{\left(\frac{a + b_f}{2} + r_2 \right) l V_2 \cos \bar{\alpha}_1}{2}, \quad (2.39)$$

$$\bar{\omega}_2 = \frac{\left(\frac{2b_f + 3r_2}{2} + r_2 \right) l V_2 \cos \bar{\alpha}_2}{6}. \quad (2.40)$$

Работа внешней нагрузки

$$T = \left(\frac{g}{\cos \bar{\alpha}_1} + p_1 \right) \bar{\omega}_1 + \left(\frac{g}{\cos \bar{\alpha}_2} + p_2 \right) \bar{\omega}_2. \quad (2.41)$$

Работу изгибающих моментов M_{02} , M_{12} и M_{23} для второй грани складки вычисляют по формуле (2.36).

Изгибающий момент M_i , воспринимаемый наклонным сечением первой грани складки в ее плоскости:

$$M_i = M_a + M_b + M_r, \quad (2.42)$$

где M_a – изгибающий момент, воспринимаемый продольными стержнями сетки:

$$M_a = 0,5 g_{sw1} a (a - x_a); \quad (2.43)$$

M_b – изгибающий момент, воспринимаемый поперечной арматурой полки в наклонном сечении:

$$M_b = 0,5 g_{sw2} c (c - s_2); \quad (2.44)$$

M_r – изгибающий момент, воспринимаемый верхним стержнем каркаса поперечного ребра плиты в наклонном сечении:

$$M_r = 0,5 g_{sw3} c (c - s_3); \quad (2.45)$$

В формулах (2.43)–(2.45) g_{sw1} , g_{sw2} , g_{sw3} – интенсивность усилий в соответствующих стержнях на единицу длины полки:

$$\begin{aligned} g_{sw1} &= R_{s1} A_{s1} / s_1, \\ g_{sw2} &= R_{s2} A_{s2} / s_2, \\ g_{sw3} &= R_{s3} A_{s3} / s_3, \end{aligned} \quad (2.46)$$

где

$$s_3 = \bar{a} + \bar{b}_3; \quad (2.47)$$

Высота сжатой зоны бетона в наклонном сечении:

$$x_a = \frac{g_{sw1} a}{2g_{sw2} + \gamma_{b2} R_b h_1}; \quad (2.48)$$

Длина проекции наклонного сечения на направление продольного ребра:

$$c = \sqrt{2M_a / (g_{sw1} + g_{sw2})}, \quad (2.49)$$

но не более $l/2$.

Виртуальное линейное перемещение

$$\delta = \text{tg}(\bar{\alpha}_1 - \beta_2), \quad (2.50)$$

где

$$\beta_2 = \bar{\alpha}_2 - \bar{\alpha}_{2T}. \quad (2.51)$$

Изгибающий момент M_{13}^* , приходящийся на три продольных ребра двух плит:

$$M_{13}^* = \frac{l \left(\bar{T} - A - \frac{2M\delta}{c} \right)}{4}, \quad (2.52)$$

а на одно продольное ребро:

$$M'_{13} = \frac{M_{13}^*}{3}. \quad (2.53)$$

Рассмотрим схему разрушения, данную на рис. 2.82. Вертикальное перемещение линии излома 1–3:

$$V_3 = \frac{\cos \beta_2}{\cos(\beta_1 - \beta_2)}, \quad (2.54)$$

где углы наклона β_1 и β_2 :

$$\beta_1 = \bar{\alpha}_1 + \alpha_{1T}; \quad \beta_2 = \bar{\alpha}_2 + \alpha_{2T}. \quad (2.55)$$

Объем пирамиды вертикальных перемещений ω_1^* :

$$\omega_1^* = \frac{(a + b_f + 3r_2) l V_3 \cos \bar{\alpha}_1}{6}. \quad (2.56a)$$

Объем пирамиды вертикальных перемещений ω_2^* :

$$\omega_2^* = \frac{(2b_1 + 3r_2) l V_3 \cos \bar{\alpha}_2}{6}. \quad (2.56b)$$

Работу A изгибающих моментов M_{14} и M_{43} в первой грани можно принять равной нулю из-за близко расположенных линий излома 1–4 и 3–4 к линиям излома по наклонным сечениям. В результате реализуются только усилия M_i , в наклонных сечениях грани.

Работу A изгибающих моментов M_{02} , M_{12} и M_{23} для второй грани складки определяют по формуле (2.36), а работу внешней нагрузки T^* – по формуле:

$$T^* = \left(\frac{g}{\cos \bar{\alpha}_1} + p_1 \right) \omega_1^* - \left(\frac{g}{\cos \bar{\alpha}_2} + p_2 \right) \omega_2^*. \quad (2.57)$$

Изгибающий момент $\bar{M}_{13}^*$ приходящийся на два смежных продольных ребра:

$$\bar{M}_{13}^* = \frac{l \left(T^* - A - \frac{2M_1 \delta}{c} \right)}{4}, \quad (2.58)$$

а на одно ребро:

$$M_{13} = \bar{M}_{13}^* / 2. \quad (2.59)$$

Полученное значение M_{13} сравнивают с вычисленным по формулам (2.38) и (2.53) и по большему из этих значений производят расчет сечения преднапряженной арматуры As_p продольного ребра, используя зависимости (2.3)–(2.15).

В остальных гранях складки армирование продольных ребер плит бесфонарного покрытия может быть принято на основе предварительного расчета на монтажные нагрузки.

4. Кроме рассмотренных выше схем разрушения в крайних плитах складки и плитах, примыкающих к фонарным проемам, может иметь место также схема разрушения, приведенная на рис. 2.9з. Крутящие моменты M_{45} , действующие в наклонных сечениях концевых участков продольных ребер под углом 45° к их нижней плоскости и воспринимаемые сетками, устанавливаемыми на концевых участках продольных ребер, определяют из выражения:

$$M_{45} = \frac{\bar{q}(a + b_f)^2(3a_2 - 2a_1)}{48} - \frac{(M_{02} + 2mM_{24})}{2\sqrt{2}}, \quad (2.60)$$

где

$$a_2 = l_3 - 2b_4.$$

Изгибающий момент M_{05} (см. рис. 2.9з) во всех случаях равен нулю, так как угловая арматура не воспринимает усилий растяжения.

Если в результате расчета $M_{05} \leq 0$, то концевые участки плиты армировать на кручение не требуется.

5. Максимальная величина поперечной силы в продольных ребрах первой и второй граней складки

$$Q = \left[\frac{\bar{q}l}{2} + \frac{\bar{q}b_f(a_2 - a_1)}{4} \right] \cos \bar{\alpha}_1,$$

где

$$\bar{q}' = a(g + P_1)/2. \quad (2.61)$$

По вычисленному значению поперечной силы подбирают поперечную арматуру каркасов продольных ребер в соответствии с указаниями действующих норм [23].

6. Максимальные сдвигающие силы S , передающиеся справа и слева на диафрагму покрытия

$$S = \frac{M_i}{c} \left(1 - \frac{4c^2}{3l^2} \right). \quad (2.62)$$

На это усилие рассчитывают сварные швы, прикрепляющие плиту к диафрагмам.

Расчет диафрагм складки производится как расчет обычных раскосных или безраскосных ферм методами строительной механики стержневых систем [1,6]. При этом могут быть использованы программные комплексы для расчета стержневых систем [11].

Пример расчета короткой призматической складки покрытия из сборных ребристых плит размерами $3 \times 6 \times 0,2$ м и раскосных ферм пролетом 24 м (см. рис. 2.8 и 2.9).

Расчетные нагрузки (кН/м^2): $q = 3,22$ – равномерно распределенная нагрузка на единицу площади полки с учетом ее веса при $\gamma_i > 1$; $\bar{q} = 3,43$ – то же, с учетом веса поперечных ребер; $p_g = 1,38$ – равномерно распределенная нагрузка от собственного веса при $\gamma_i > 1$; $g_r = 0,395$ кН/м – нагрузка на единицу длины поперечного ребра (с учетом его веса), расположенная на ребре; $g = 3,0$ – постоянная нагрузка от веса покрытия; $g_b = 0$ и $p_b = 0$ – соответственно постоянная и временная равномерно распределенные нагрузки на единицу длины бортового элемента; $p_1 = 0,98$ и $p_2 = 0,98$ – временная равномерно распределенные нагрузки на единицу площади горизонтальной проекции соответственно первой и второй грани.

Геометрические характеристики (м): $a = 2,98$ – ширина сборной плиты складки; $b_f = 2,74$ – ширина полки плиты (расстояние в свету между продольными ребрами); $h_0 = 0,172$ – рабочая высота сечения продольного ребра; $r_1 = 0,095$ и $r_2 = 0,225$ – расстояние от внутренней грани продольного ребра до середины шва замоноличивания соответственно в крайней и рядовой плитах; $l = 5,80$ – расчетный пролет складки; $b = 0,105$ – расчетная ширина продольного ребра; $b'_1 = 1,0$ и $b'_2 = 1,0$ – расчетная ширина при определении армирования полки плиты соответственно в продольном и поперечном направлении; $b'_3 = 1,47$ – расчетная ширина при определении армирования поперечного ребра; $b'_4 = 0,185$ – то же, торцевого ребра; $h_{01} = 0,015$, $h_{02} = 0,015$ и $h_{03} = 0,122$ – рабочая высота сечения соответственно полки (в двух направлениях) и поперечного ребра; $h_1 = 0,03$ и $h_3 = 0,15$ – высота сечения соответственно полки и поперечного ребра; $a_1 = 1,28$ – расстояние в свету между торцевым ребром; $l_2 = 1,515$ – расстояние от торца плиты до первого от торца поперечного ребра; $\bar{b}'_3 = 0,1$ – ширина промежуточного поперечного ребра поверху; $\bar{\alpha}_1 = 0,3316$ рад и $\bar{\alpha}_2 = 0,1920$ рад – углы наклона соответственно первой и второй грани складки к горизонту; $m = 3$ – число промежуточных поперечных ребер в плите; $\bar{a} = 1,37$ – расстояние в свету между поперечными ребрами; $b_b = 0$ – суммарная ширина бортового элемента и половины ширины шва замоноличивания; $l_3 = 5,97$ – конструктивная длина плиты складки; $s_1 = 0,20$ и $s_2 = 0,25$ – шаг арматуры полки плиты соответственно в продольном и поперечном направлении; $A'_{s1} = 0$, $A'_{s2} = 0$ и $A_{s3} = 0,000503 \text{ м}^2$ – площадь конструктивно установленной в сжатой зоне арматуры соответственно для полки (в обоих направлениях) и поперечного ребра.

Характеристики материалов и коэффициенты, используемые при расчете прочности: $R_s = 510 \text{ МПа}$, $R_{s,ser} = 590 \text{ МПа}$ – расчетное сопротивление продольной преднапряженной растянутой арматуры соответственно для предельных состояний I и II групп; $R'_s = 365 \text{ МПа}$ – расчетное сопротивление продольной ненапряженной арматуры для предельного состояния I группы; $R_{s1} = 375 \text{ МПа}$, $R_{s2} = 375 \text{ МПа}$ и $R_{s3} = 365 \text{ МПа}$ – расчетные сопротивления на растяжение соответственно арматуры полки в обоих направлениях и поперечных ребер; $A_s = 0$ – площадь продольной ненапрягаемой арматуры, установленной в продольных ребрах; $R_b = 1,45 \text{ МПа}$ – расчетное сопротивление бетона осевому сжатию для предельных

состояний I группы; $\mu = 0,05$ – минимальный процент армирования; $\gamma_d = 1,8$ – коэффициент динамичности; $\eta = 0,8$ – коэффициент, учитывающий влияние распора на прочность элементов; $\sigma_{p1} = 530$ МПа, $\sigma_{p2} = 420$ МПа, $\alpha = 0,95$, $\beta = 0,008$, $\gamma_{b2} = 0,9$, $\gamma_p = 0,9$, $\alpha_1 = 0,825$ и $\delta = 1,2$ – контролируемые напряжения и расчетные коэффициенты при расчете прочности обычных и преднапряженных железобетонных элементов по нормальным сечениям и назначаемые по действующим нормам [23].

Расчет производится в соответствии с блок-схемой, приведенной на рис. 2.10.

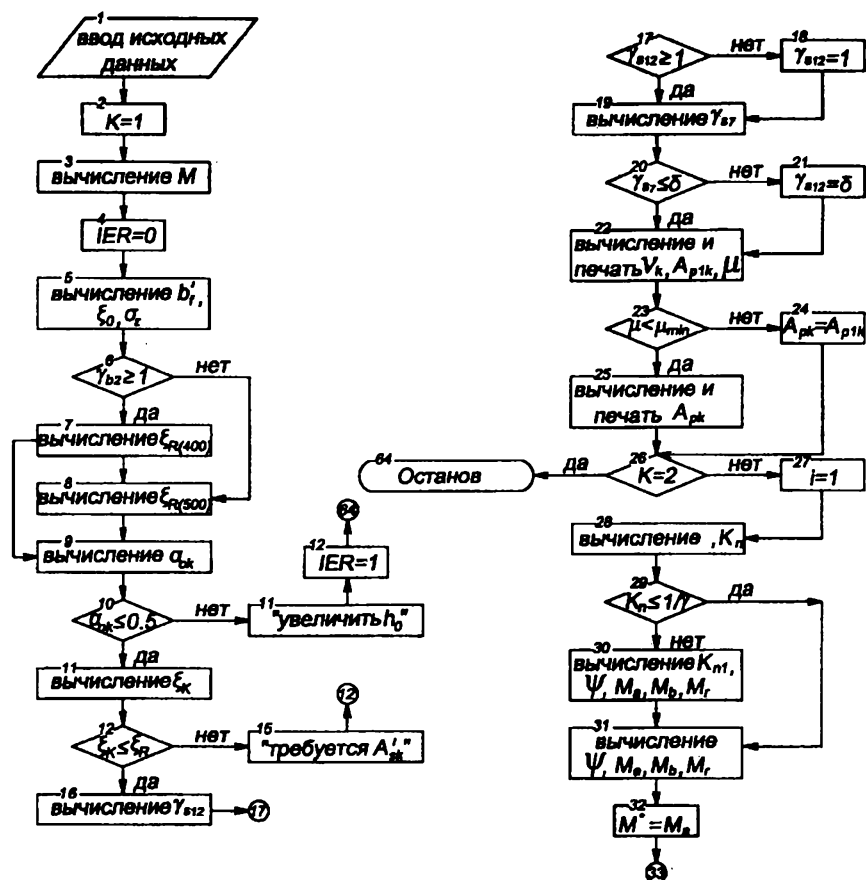
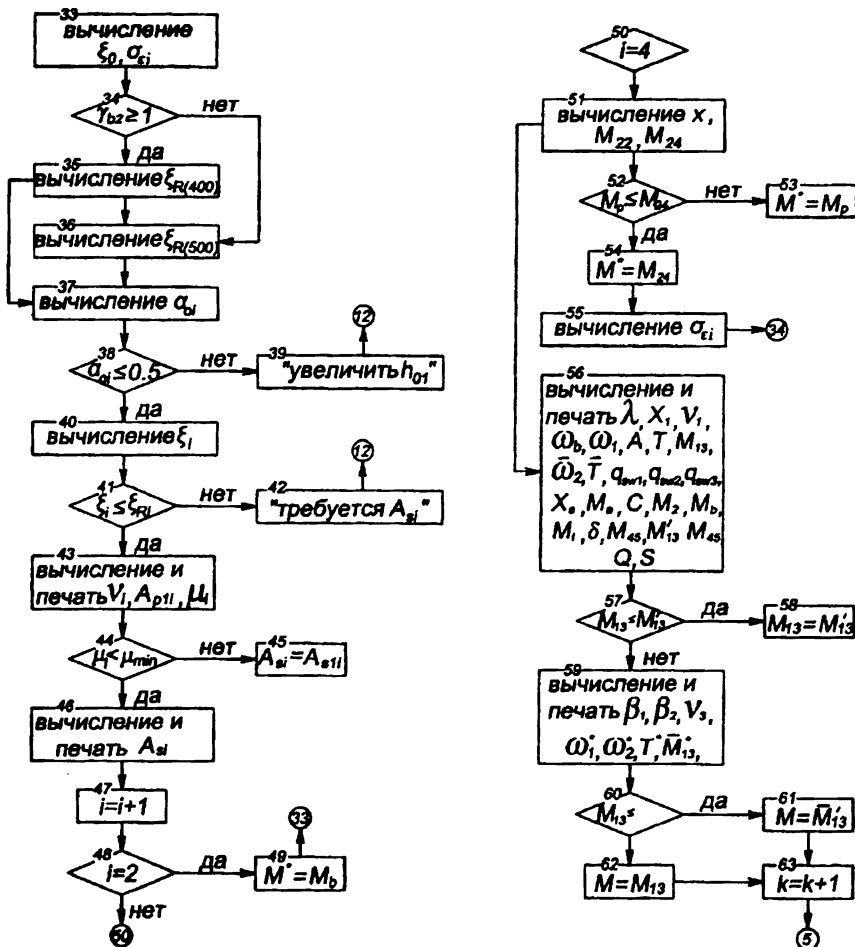


Рис. 2.10. Блок-схема алгоритма расчета короткой призматической складки покрытия из сборных ребристых плит



1. Предварительный подбор сечения арматуры продольных ребер плит на монтажные нагрузки:

1. Определяется изгибающий момент, приходящийся на ребро:

$$M = \frac{p_g \cdot a \cdot \gamma_d \cdot l^2}{2 \cdot \delta} = \frac{1,38 \cdot 2,98 \cdot 1,8 \cdot 5,8^2}{2 \cdot 1,2} = 103,76 \text{ кНм.}$$

2. Вычисляется ширина сжатой полки плиты b'_f и расчетные параметры напряженного состояния изгибаемого железобетонного элемента $\xi_0, \sigma_{\epsilon}, \xi_R, \lambda_m$:

$$b'_f = b + \frac{l}{6} = 0,105 + \frac{5,8}{6} = 1,072 \text{ м};$$

$$\xi_0 = \alpha - \beta \cdot R_b \cdot \gamma_{b2} = 0,95 - 0,008 \cdot 14,5 \cdot 0,9 = 0,846;$$

$$\sigma_\varepsilon = R_s + 400 - \gamma_p \cdot \sigma_{p2} = 510 + 400 - 0,9 \cdot 420 = 532 \text{ МПа};$$

$$\xi_R = \frac{\xi_0}{1 + \frac{\sigma_\varepsilon \cdot \left(1 - \frac{\xi_0}{1,1}\right)}{500}} = \frac{0,846}{1 + \frac{532 \cdot \left(1 - \frac{0,846}{1,1}\right)}{500}} = 0,679 \text{ при } \gamma_{b2} = 0,9 < 1;$$

$$\lambda_m = \frac{M}{R_b \cdot b'_f \cdot h_0^2 \cdot \gamma_{b2}} = \frac{103,76 \cdot 10^3}{14,5 \cdot 10^6 \cdot 1,072 \cdot 0,172^2 \cdot 0,9} = 0,251,$$

при условии $\lambda_m \leq 0,5$.

3. Вычисляется относительная высота сжатой зоны:

$$\xi = 1 - \sqrt{1 - 2 \cdot \lambda_m} = 1 - \sqrt{1 - 2 \cdot 0,251} = 0,294 \text{ при условии } \xi \leq \xi_R.$$

Если $\xi \leq \xi_R$ условие выполняется.

4. Вычисляются значения расчетных коэффициентов:

$$\gamma_{s12} = \alpha_1 + \frac{0,15 \cdot \sigma_p}{R_{s,ser}} = 0,825 + \frac{0,15 \cdot 530}{590} = 0,986,$$

но не менее $\gamma_{s12} = 1$;

$$\gamma_{s7} = \frac{1}{3} \left[4 \cdot \delta - \gamma_{s12} - 4 \cdot (\delta - \gamma_{s12}) \cdot \frac{\xi}{\xi_R} \right] = \frac{1}{3} \left[4 \cdot 1,2 - 1,0 - 4(1,2 - 1,0) \cdot \frac{0,294}{0,679} \right] = 1,17,$$

но не более $\delta = 1,2$.

4. Вычисляется относительное плечо внутренней пары сил в сечении ν , требуемое сечение преднапряженной арматуры A_{sp} и процент армирования сечения μ :

$$\nu = 1 - 0,5 \cdot \xi = 1 - 0,5 \cdot 0,294 = 0,853;$$

$$A_{sp} = \frac{(M - R'_s \cdot A_s \cdot \nu \cdot h_0)}{\gamma_{s7} \cdot R_s \cdot \nu \cdot h_0 \cdot 10^3} = \frac{103,76 - 0}{1,17 \cdot 510 \cdot 0,853 \cdot 0,172 \cdot 10^3} = 1,19 \cdot 10^{-3} \text{ м}^2;$$

$$\mu = \frac{A_{p1} + A_s}{b \cdot h_0} = \frac{1,19 \cdot 10^{-3}}{0,105 \cdot 0,172} = 0,065,$$

причем $\mu \geq \mu_{\min}$ и в соответствии с этим принимается минимальное сечение рабочей арматуры.

2. Расчет полки и поперечных ребер по местным схемам разрушения от эксплуатационных нагрузок.

1. Определяются параметры возможных «конвертных» схем разрушения плит:

$$\bar{\gamma} = \frac{\bar{a}}{b_f} = \frac{1,37}{2,74} = 0,5;$$

$$K_n = \frac{\bar{\gamma}}{1 - \frac{R_{s1} \cdot h_1}{\eta \cdot R_{s3} \cdot h_{03}}} = \frac{0,5}{1 - \frac{375 \cdot 0,03}{0,8 \cdot 365 \cdot 0,122}} = 0,731.$$

2. Вычисляются значения изгибающих моментов в зависимости от соотношения K_n и $\bar{\gamma}$ для соответствующих схем разрушения:

$$\text{при } K_n = 0,731 \leq \frac{1}{\bar{\gamma}} = \frac{1}{0,5} = 2;$$

разрушение полки происходит по схеме (см. рис. 2.9а):

$$M_a = \eta \cdot q \cdot \bar{a}^2 \cdot \frac{(3 - \bar{\gamma} \cdot K_n) \cdot K_n}{48 \cdot (K_n + \bar{\gamma} \cdot \psi)} = 0,8 \cdot 3,22 \cdot 1,37^2 \cdot \frac{(3 - 0,5 \cdot 0,731) \cdot 0,731}{48 \cdot (0,731 + 0,5 \cdot 0,23)} = 0,161 \text{ кНм};$$

$$M_b = \psi \cdot M_a = 0,23 \cdot 0,161 = 0,037 \text{ кНм};$$

$$M_r = q \cdot \bar{a}^3 \cdot \frac{(3 - \bar{\gamma}^2 \cdot K_n^2)}{24 \cdot \bar{\gamma}^2} + \frac{g_r \cdot b_f^2}{8} = 3,22 \cdot 1,37^3 \cdot \frac{(3 - 0,5^2 \cdot 0,673^2)}{24 \cdot 0,5^2} + \frac{0,395 \cdot 2,74^2}{8} = 4,33 \text{ кНм},$$

$$\text{где } \psi = \frac{K_n^2}{3 - 2 \cdot \bar{\gamma} \cdot K_n} = \frac{0,731^2}{3 - 2 \cdot 0,5 \cdot 0,731} = 0,23.$$

3. Вычисляются параметры напряженного состояния ξ_0 , σ_ϵ , ξ_R , α_1 , ν .

$$\xi_0 = \alpha - \beta \cdot R_b \cdot \gamma_{b2} = 0,95 - 0,008 \cdot 14,5 \cdot 0,9 = 0,846;$$

$$\sigma_\epsilon = R_s + 400 - \gamma_p \cdot \sigma_{p2} = 510 + 400 - 0,9 \cdot 420 = 532 \text{ МПа};$$

$$\xi_R = \frac{\xi_0}{1 + \frac{\sigma_\epsilon \cdot \left(1 - \frac{\xi_0}{1,1}\right)}{500}} = \frac{0,846}{1 + \frac{532 \cdot \left(1 - \frac{0,846}{1,1}\right)}{500}} = 0,679,$$

при $\gamma_{b2} = 0,9 < 1$;

$$\lambda_m = \frac{M_a}{R_b \cdot b'_1 \cdot h_{01}^2 \cdot \gamma_{b2} \cdot 10^3} = \frac{0,161}{14,5 \cdot 1,0 \cdot 0,018^2 \cdot 0,9 \cdot 10^3} = 0,0463,$$

при условии $\lambda_m \leq 0,5$:

$$\xi = 1 - \sqrt{1 - 2 \cdot \lambda_m} = 1 - \sqrt{1 - 2 \cdot 0,0463} = 0,0474 \text{ при условии } \xi \leq \xi_R;$$

$$\nu = 1 - 0,5 \cdot \xi = 1 - 0,5 \cdot 0,0474 = 0,976.$$

4. Вычисляется требуемое сечение арматуры полки обоих направлений:

$$A_{s1} = \frac{M_a}{R_{s1} \cdot \nu \cdot h_{01}} = \frac{0,161}{375 \cdot 10^3 \cdot 0,976 \cdot 0,015} = 0,29 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2;$$

$$A_{s2} = \frac{M_b}{R_{s2} \cdot \nu \cdot h_{02}} = \frac{0,037}{375 \cdot 10^3 \cdot 0,976 \cdot 0,015} = 0,067 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2.$$

Назначаются диаметры продольных и поперечных стержней полки (d_1 и d_2).

$$\text{Конструктивно принимаем } \begin{cases} 5\varnothing 3, A_{s1} = 0,35 \text{ см}^2, \text{ шаг } 200 \text{ мм} \\ 4\varnothing 3, A_{s2} = 0,28 \text{ см}^2, \text{ шаг } 250 \text{ мм} \end{cases}.$$

5. Проверяется возможность разрушения полки и поперечных ребер по другой «конвертной» схеме (см. рис. 2.9в). Для этого вычисляют изгибающий момент, действующий на одно поперечное ребро плиты в пролете M_{24} и поперечный момент, воспринимаемый поперечным ребром в месте его примыкания к продольному, определяемый по площади арматуры в полке:

$$M_{24} = \bar{q} \cdot b_f^2 \cdot \frac{(3 \cdot c - 2 \cdot a_1)}{24 \cdot m} - M_{02} = 3,43 \cdot 2,74^2 \cdot \frac{(3 \cdot 5,6 - 2 \cdot 1,28)}{24 \cdot 3} - 1,57 = 3,52 \text{ кНм};$$

$$M_{04} = R_{s2} \cdot A_{s2} \cdot \left(h_{03} - \frac{x}{2}\right) \cdot 10^3 = 365 \cdot 0,35 \cdot 10^{-4} \cdot \left(0,122 - \frac{0,041}{2}\right) \cdot 10^3 = 1,3 \text{ кНм},$$

где

$$x = \frac{R_{s2} \cdot A_{s2} \cdot (a + \bar{b}_3')}{R_b \cdot \gamma_{b2} \cdot b_3' \cdot \frac{(b_3' - \bar{a})}{2}} = \frac{365 \cdot 0,35 \cdot 10^{-4} \cdot (2,98 + 0,1)}{14,5 \cdot 0,9 \cdot 1,47 \cdot \frac{(1,47 - 1,37)}{2}} = 0,041.$$

6. Производится подбор арматуры поперечного ребра A_{s3} :

$$\xi_0 = \alpha - \beta \cdot R_b \cdot \gamma_{b2} = 0,95 - 0,008 \cdot 14,5 \cdot 0,9 = 0,846;$$

$$\sigma_\epsilon = R_s + 400 - \gamma_p \cdot \sigma_{p2} = 510 + 400 - 0,9 \cdot 420 = 532 \text{ МПа};$$

при $\gamma_{b2} = 0,9 < 1$;

$$\xi_R = \frac{\xi_0}{1 + \frac{\sigma_\epsilon \cdot \left(1 - \frac{\xi_0}{1,1}\right)}{500}} = \frac{0,846}{1 + \frac{532 \cdot \left(1 - \frac{0,846}{1,1}\right)}{500}} = 0,679,$$

$$\lambda_m = \frac{M}{R_b \cdot \bar{b}_3' \cdot h_{03}^2 \cdot \gamma_{b2} \cdot 10^3} = \frac{4,33}{365 \cdot 0,1 \cdot 0,122^2 \cdot 0,9 \cdot 10^3} = 0,0275;$$

при условии $\lambda_m \leq 0,5$;

$$\xi = 1 - \sqrt{1 - 2 \cdot \lambda_m} = 1 - \sqrt{1 - 2 \cdot 0,0275} = 0,028 \text{ при условии } \xi \leq \xi_R;$$

$$\nu = 1 - 0,5 \cdot \xi = 1 - 0,5 \cdot 0,028 = 0,986;$$

$$A_{s1} = \frac{M}{R_{s3} \cdot \nu \cdot h_{03}} = \frac{4,33}{375 \cdot 10^3 \cdot 0,986 \cdot 0,122} = 0,96 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2,$$

При этом в формулу для вычисления A_{s1} подставляется большая величина момента из вычисленных по формулам (2.20), (2.24) или (2.28):

$$M_r = \frac{q \cdot K_{n1} \cdot b^3}{12} + \frac{g_r \cdot b^2}{8} = \frac{3,22 \cdot 1,36 \cdot 2,74^3}{12} + \frac{0,395 \cdot 2,74^2}{8} = 3,11 \text{ кНм},$$

где

$$\psi = \frac{K_{n1}^2}{3 - \frac{2 \cdot K_{n1}}{\bar{\gamma}_n}} = \frac{1,36^2}{3 - \frac{2 \cdot 1,36}{0,5}} = -0,76,$$

$$K_{n1} = \frac{1}{K_n} = \frac{1}{0,731} = 1,36;$$

$$M_r = q \cdot \bar{a}^3 \cdot \frac{(3 - \bar{\gamma}^2 \cdot K_n^2)}{24 \cdot \bar{\gamma}^2} + \frac{\varepsilon_r \cdot \sigma_f^2}{8} = 4,33 \text{ кНм};$$

$$M_{24} = 3,52 \text{ кНм.}$$

Диаметр арматуры верхнего стержня каркаса поперечного ребра (A'_{33}) принимают из конструктивных особенностей равным 6–8 мм.

3. Расчет армирования предварительно напряженных продольных ребер складки при действии равномерно распределенной или близкой к ней нагрузки.

1. Последовательно вычисляются расчетные параметры: складки по схеме излома рис. 2.8б.

Вертикальное перемещение пролетной линии излома 1–3:

$$V_1 = \cos(\bar{\alpha}_1 - \bar{\alpha}_{1T}) = \cos(0,3316 - 0,0519) = 0,961.$$

Поправочный угол:

$$\bar{\alpha}_{1T} = \arctg \frac{2 \cdot (h_3 - x_1)}{a + b_f} = \arctg \frac{2 \cdot (0,15 - 2 \cdot 10^{-3})}{2,98 + 2,74} = 0,0517.$$

Высота сжатой зоны в поперечном ребре на линии излома 0–2:

$$x_1 = \frac{R_{s2} \cdot A_{s2} (\bar{a} + \bar{b}'_3)}{0,5 \cdot \gamma_{b2} \cdot R_b \cdot b'_3 \cdot (1 + \lambda)} = \frac{375 \cdot 0,45 \cdot 10^{-4} \cdot (1,37 + 0,1)}{0,5 \cdot 0,9 \cdot 14,5 \cdot 1,0 \cdot (1 + 0,898)} = 2 \cdot 10^{-3} \text{ м,}$$

где

$$\lambda = 1 - 0,0078 \cdot \gamma_{b2} \cdot R_b = 1 - 0,0078 \cdot 0,9 \cdot 14,5 = 0,898.$$

Объем пирамиды вертикальных перемещений:
для первой грани

$$\begin{aligned} \omega_1 &= \frac{(2 \cdot b_f + 3 \cdot r_1) l \cdot V_1 \cos \alpha_1}{6} = \\ &= \frac{(2 \cdot 2,74 + 3 \cdot 0,095) \cdot 5,8 \cdot 0,961 \cdot \cos 0,3316}{6} = 5,27 \text{ м}^3; \end{aligned}$$

для бортового элемента $\omega_b = \frac{b_b \cdot l \cdot V_1}{2} = 0$, поскольку $b_b = 0$.

Работа изгибающих моментов на линиях излома 0–2 и 2–4:

$$A = \frac{M_{02} \cdot m + M_{24} \cdot m}{b_f} = \frac{1,57 \cdot 3 + 3,52 \cdot 3}{2,74} = 5,57 \text{ кН}.$$

Работа по линии излома 0–2 принята такой же, как и по линии излома 0–4 для схемы рис. 2.9в.

Работа внешней нагрузки на перемещениях жестких звеньев схемы излома:

$$T = (g_b + p_b) \cdot \omega_b + \left(\frac{g}{\cos \bar{\alpha}_1} + p_1 \right) \cdot \omega_1 =$$

$$= 0 + \left(\frac{3,22}{\cos 0,3316} + 0,98 \right) \cdot 5,27 = 23,12 \text{ кН}.$$

Изгибающий момент в крайнем продольном ребре первой грани:

$$M_{13} = \frac{l \cdot (T - A)}{4} = \frac{5,8 \cdot (23,12 - 5,57)}{4} = 24,26 \text{ кНм}.$$

2. Вычисляются расчетные параметры складки по схеме излома рис. 2.8в.

Вертикальное перемещение пролетной линии излома 1–3:

$$V_2 = \cos(\bar{\alpha}_2 - \bar{\alpha}_{2T}) = \cos(0,1920 - 0,0519) = 0,99.$$

Поправочный угол:

$$\bar{\alpha}_{2T} = \arctg \frac{2 \cdot (h_3 - x_1)}{a + b_f} = \arctg \frac{2 \cdot (0,15 - 2 \cdot 10^{-3})}{2,98 + 2,74} = 0,0517.$$

Объем пирамиды вертикальных перемещений:
для первой грани:

$$\omega_1 = \frac{(2 \cdot b_f + 3 \cdot r_1) \cdot l \cdot V_2 \cos \alpha_1}{6} =$$

$$= \frac{(2 \cdot 2,74 + 3 \cdot 0,095) \cdot 5,8 \cdot 0,99 \cdot \cos 0,1920}{6} = 5,47 \text{ м}^3.$$

Объем пирамид вертикальных перемещений для первой и второй граней складки:

$$\bar{\omega}_1 = \frac{\left(\frac{a + b_f}{2} + r_2 \right) \cdot l \cdot V_2 \cdot \cos \bar{\alpha}_1}{2} =$$

$$= \frac{\left(\frac{2,98 + 2,74}{2} + 0,225 \right) \cdot 5,8 \cdot 0,99 \cdot \cos 0,3316}{2} = 8,37 \text{ м}^3;$$

$$\bar{\omega}_2 = \frac{(2 \cdot b_f + 3 \cdot r_2) l \cdot V_2 \cos \alpha_2}{6} =$$

$$= \frac{(2 \cdot 2,74 + 3 \cdot 0,225) \cdot 5,8 \cdot 0,99 \cdot \cos 0,1920}{6} = 5,78 \text{ м}^3.$$

Работа внешней нагрузки:

$$\bar{T} = \left(\frac{g}{\cos \bar{\alpha}_1} + p_1 \right) \cdot \bar{\omega}_1 + \left(\frac{g}{\cos \bar{\alpha}_2} + p_2 \right) \cdot \bar{\omega}_2;$$

$$\bar{T} = \left(\frac{3,22}{\cos 0,3316} + 0,98 \right) \cdot 8,37 + \left(\frac{3,22}{\cos 0,1920} + 0,98 \right) \cdot 5,78 = 61,34 \text{ кН}.$$

Погонные усилия на единицу длины полки соответственно составят:

$$g_{sw1} = \frac{R_{s1} \cdot A_{s1}}{S_1} = \frac{375 \cdot 10^2 \cdot 0,35 \cdot 10^{-4}}{0,20} = 6,56 \text{ кПам};$$

$$g_{sw2} = \frac{R_{s2} \cdot A_{s2}}{S_2} = \frac{375 \cdot 10^3 \cdot 0,28 \cdot 10^{-4}}{0,25} = 4,2 \text{ кПам};$$

$$g_{sw3} = \frac{R_{s3} \cdot A_{s3}}{S_3} = \frac{365 \cdot 10^2 \cdot 0,96 \cdot 10^{-4}}{1,47} = 2,384 \text{ кПам},$$

где

$$S_3 = \bar{a} + \bar{b}'_3 = 1,37 + 0,1 = 1,47 \text{ м}.$$

Высота сжатой зоны бетона в наклонном сечении:

$$x_a = \frac{g_{sw1} \cdot a}{2 \cdot g_{sw2} + \gamma_{b2} \cdot R_b \cdot h_1 \cdot 10^3} = \frac{6,56 \cdot 2,98}{2 \cdot 4,2 + 0,9 \cdot 14,5 \cdot 0,03 \cdot 10^3} = 0,049 \approx 0,05 \text{ м}.$$

Изгибающий момент, воспринимаемый продольными стержнями сетки полки:

$$M_a = 0,5 \cdot g_{sw1} \cdot a \cdot (a - x_a) = 0,5 \cdot 6,56 \cdot 2,98 \cdot (2,98 - 0,05) = 28,64 \text{ кНм}.$$

Изгибающий момент, воспринимаемый поперечный арматурой сетки полки в наклонном сечении:

$$M_g = 0,5 \cdot g_{sw2} \cdot c \cdot (c - S_2) = 0,5 \cdot 4,2 \cdot 2,31 \cdot (2,31 - 0,25) = 9,99 \text{ кНм}.$$

Изгибающий момент, воспринимаемый верхнем стержнем каркаса поперечного ребра плиты в наклонном сечении:

$$M_r = 0,5 \cdot g_{sw3} \cdot c \cdot (c - s_3) = 0,5 \cdot 2,384 \cdot 2,31 \cdot (2,31 - 1,47) = 2,31 \text{ кНм.}$$

Изгибающий момент M_i , воспринимаемый наклонным сечением первой грани складки в ее плоскости:

$$M_i = M_a + M_g + M_r = 28,64 + 9,99 + 2,31 = 40,94 \text{ кНм}$$

Длина проекции наклонного сечения на направление продольного ребра:

$$c = \sqrt{\frac{2 \cdot M_a}{(g_{sw1} + g_{sw2})}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 28,64}{6,56 + 4,2}} = 2,31 \text{ м,}$$

но не более $\frac{l}{2} = \frac{5,8}{2} = 2,9 \text{ м.}$

Виртуальное линейное перемещение:

$$\delta = tg(\bar{\alpha}_1 - \beta_2) = tg(0,3316 - 0,14) = 0,194,$$

где

$$\beta_2 = \bar{\alpha}_2 - \bar{\alpha}_{2T} = 0,1920 - 0,0517 = 0,14 \text{ рад.}$$

Изгибающий момент M_{13}^* , приходящийся на три продольных ребра двух плит:

$$M_{13}^* = \frac{l(\bar{T} - A - 2M_i \frac{\delta}{c})}{4} = \frac{5,8 \cdot (61,34 - 5,57 - 2 \cdot 40,94 \cdot \frac{0,194}{2,31})}{4} = 70,9 \text{ кНм.}$$

Работа изгибающих моментов по схеме 2.8, в принята такой же как и работа складки по схеме 2.8б.

На одно ребро $M'_{13} = \frac{M_{13}^*}{3} = \frac{70,9}{3} = 23,6 \text{ кНм.}$

3. Вычисляются расчетные параметры складки по схеме излома рис. 2.8г.

Вертикальное перемещение пролетной линии излома 1-3:

$$V_3 = \frac{\cos \beta_2}{\cos(\beta_1 - \beta_2)} = \frac{\cos 0,14}{\cos(0,3835 - 0,14)} = 1,14,$$

где углы наклона β_1 и β_2 :

$$\beta_1 = \bar{\alpha}_1 + \alpha_{1T} = 0,3316 + 0,0517 = 0,3835 \text{ рад ;}$$

$$\beta_2 = \bar{\alpha}_2 + \alpha_{217} = 0,1920 + 0,0517 = 0,14 \text{ рад.}$$

Объемы пирамид вертикальных перемещений:

$$\omega_1^* = \frac{(a \cdot b_f + 3r_2) IV_3 \cos \bar{\alpha}_1}{6} = \frac{(2,98 + 2,74 + 3 \cdot 0,225) \cdot 5,8 \cdot 1,14 \cdot \cos 0,3316}{6} = 6,66 \text{ м}^3;$$

$$\omega_2^* = \frac{(2 \cdot b_f + 3r_2) V_3 \cos \bar{\alpha}_2}{6} = \frac{(2 \cdot 2,74 + 3 \cdot 0,225) \cdot 1,14 \cdot \cos 0,1920}{6} = 1,15 \text{ м}^3.$$

Работу изгибающих моментов M_{14} и M_{43} в первой грани принимаем равной нулю.

Работа внешней нагрузки:

$$\begin{aligned} T^* &= \left(\frac{g}{\cos \bar{\alpha}_1} + p_1 \right) \cdot \omega_1^* - \left(\frac{g}{\cos \bar{\alpha}_2} + p_2 \right) \cdot \omega_2^* = \\ &= \left(\frac{3,22}{\cos 0,3316} + 0,98 \right) \cdot 6,66 + \left(\frac{3,22}{\cos 0,1922} + 0,98 \right) \cdot 1,15 = 34,1 \text{ кН.} \end{aligned}$$

Изгибающий момент M_{13}^* , приходящийся на два смежных продольных ребра:

$$\bar{M}_{13}^* = \frac{l \left(T^* - A - 2M_i \frac{\delta}{c} \right)}{4} = \frac{5,8 \cdot \left(34,1 - 5,57 - 2 \cdot 40,94 \cdot \frac{0,194}{2,31} \right)}{4} = 31,4 \text{ кНм,}$$

где значение работы изгибающих моментов на линиях излома 0–2, 1–2 и 2–3 принято равным работе внутренних сил на схеме излома (рис. 2.9б).

На одно ребро $M_{13} = \bar{M}_{13}^* / 2 = 31,4 / 2 = 15,7 \text{ кНм.}$

Полученные значения изгибающих моментов в ребре (M_{13}) сравнивают по всем трем схемам разрушения и по большему из них производят расчет сечения преднапряженной арматуры A_p продольного ребра. Для этого последовательно вычисляются следующие параметры:

$$\xi_0 = \alpha - \beta R_b \gamma_{b2} = 0,95 - 0,008 \cdot 14,5 \cdot 0,9 = 0,846;$$

$$\sigma_\epsilon = R_s + 400 - \gamma_p \cdot \sigma_{p2} = 510 + 400 - 0,9 \cdot 420 = 532 \text{ МПа};$$

$$\xi_R = \frac{\xi_0}{1 + \frac{\sigma_\epsilon (1 - \xi_0 / 1,1)}{500}} = \frac{0,846}{1 + \frac{532(1 - 0,846 / 1,1)}{500}} = 0,679,$$

при $\gamma_{b2} = 0,9 < 1$;

$$\lambda_m = \frac{M}{R_b b_f h_0^2 \gamma_{b2}} = \frac{24,26 \cdot 10^3}{14,5 \cdot 10^6 \cdot 1,072 \cdot 0,172^2 \cdot 0,9} = 0,06 ,$$

при условии $\lambda_m \leq 0,5$;

$$\xi = 1 - \sqrt{1 - 2\lambda_m} = 1 - \sqrt{1 - 2 \cdot 0,06} = 0,062 ,$$

при условии $\xi \leq \xi_R$;

$$\gamma_{s12} = \alpha_1 + \frac{0,15 \cdot \sigma_p}{R_{s,ser}} = 0,06 + \frac{0,15 \cdot 530}{590} = 0,195 ,$$

но не менее $\gamma_{s12} = 1$;

$$\gamma_{s7} = \frac{1}{3} \left[4\delta - \gamma_{s12} - 4(\delta - \gamma_{s12}) \frac{\xi}{\xi_R} \right] = \frac{1}{3} \left[4 \cdot 1,2 - 1,0 - 4(1,2 - 1,0) \cdot \frac{0,062}{0,679} \right] = 1,17 ,$$

но не более $\delta = 1,2$;

$$\nu = 1 - 0,5\xi = 1 - 0,5 \cdot 0,062 = 0,969 ;$$

$$A_{sp} = \frac{(M - R'_s A_s \cdot \nu \cdot h_0)}{\gamma_{s7} R_s \nu h_0 \cdot 10^3} = \frac{24,26 - 0}{1,17 \cdot 365 \cdot 10^3 \cdot 0,96 \cdot 0,172} = 2,19 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2 ;$$

$$\mu = \frac{A_{p1} + A_s}{b \cdot h_0} = \frac{2,16 \cdot 10^{-4}}{0,105 \cdot 0,172} = 0,012 , \text{ причем } \mu \geq \mu_{\min}$$

И, в соответствии с этим, принимается сечение рабочей арматуры.

4. В крайних плитах складки и плитах, примыкающих к фонарным проемам, может иметь место также схема разрушения (см. рис. 2.9з). Для этой схемы крутящий момент в продольном ребре равен:

$$\begin{aligned} M_{45} &= \frac{\bar{q}(a+b_f)^2(3a_2-2a_1)}{48} - \frac{M_{02}+2mM_{24}}{2\sqrt{2}} = \\ &= \frac{3,43 \cdot (2,98+2,74)^2 \cdot (3 \cdot 5,6 - 2 \cdot 1,28)}{48} - \frac{1,57 + 2 \cdot 3 \cdot 3,52}{2\sqrt{2}} = 5,51 \text{ кНм}, \end{aligned}$$

где $a_2 = l_3 - 2 \cdot b_4 = 5,97 - 2 \cdot 0,185 = 5,6 \text{ м}$.

По значению этого момента проверяется армирование ребра в приопорной зоне. Это армирование выполняется сеткой.

Изгибающий момент M_{05} (см. рис. 2.9d) во всех случаях равен нулю, так как угловая арматура не воспринимает усилий растяжения. Если в результате расчета $M_{05} \leq 0$, то концевые участки плиты армировать на кручение не требуется.

5. Вычисляется максимальная величина поперечной силы в продольных ребрах первой и второй граней складки:

$$Q = \left(\bar{q} \cdot \frac{l}{2} + \frac{\bar{q} \cdot b_f (a_2 - a_1)}{4} \right) \cos \bar{\alpha}_1 =$$

$$= \left(5,93 \cdot \frac{5,80}{2} + \frac{3,43 \cdot 2,74 \cdot (5,6 - 1,28)}{4} \right) \cos 0,3316 = 25,86 \text{ кН},$$

где

$$\bar{q}' = \frac{a(g + P_1)}{2} = \frac{2,98 \cdot (3,0 + 0,98)}{2} = 5,93 \text{ кН/м}.$$

По вычисленному значению поперечной силы подбирают поперечную арматуру каркасов продольных ребер в соответствии с указаниями действующих норм [23].

6. Максимальные сдвигающие силы S , передающиеся справа и слева на диафрагму покрытия:

$$S = \frac{M_i}{c \cdot \left(1 - 4 \cdot \frac{c^2}{3 \cdot l^2} \right)} = \frac{40,94}{2,31 \cdot \left(1 - 4 \cdot \frac{2,31^2}{3 \cdot 5,8^2} \right)} = 22,5 \text{ кН}.$$

На это усилие рассчитывают сварные швы, прикрепляющие плиту к диафрагмам.

2.3. Алгоритм и пример расчета короткой призматической складки (цилиндрической оболочки) ¹⁾ вариационным методом В.З. Власова

Тонкостенная оболочка, собранная из типовых ребристых плит заводского изготовления, при расчете рассматривается как призматическая складка. В этом случае полки плит являются основными гранями складки, а продольные ребра двух соседних плит и бетон замоноличивания между ними – дополнительными гранями. Таким образом, в каждом промежуточном ребре складки пересекаются три грани – две основные и одна дополнительная.

¹⁾ В случае цилиндрической поверхности оболочки при расчете она заменяется вписанной в нее призматической складчатой системой

Соединение основных граней складки между собой по продольным краям предполагает шарнирную подвижность в поперечном направлении. Обозначение граней, углов наклона и углов между ними приведены на рис. 2.11а, б.

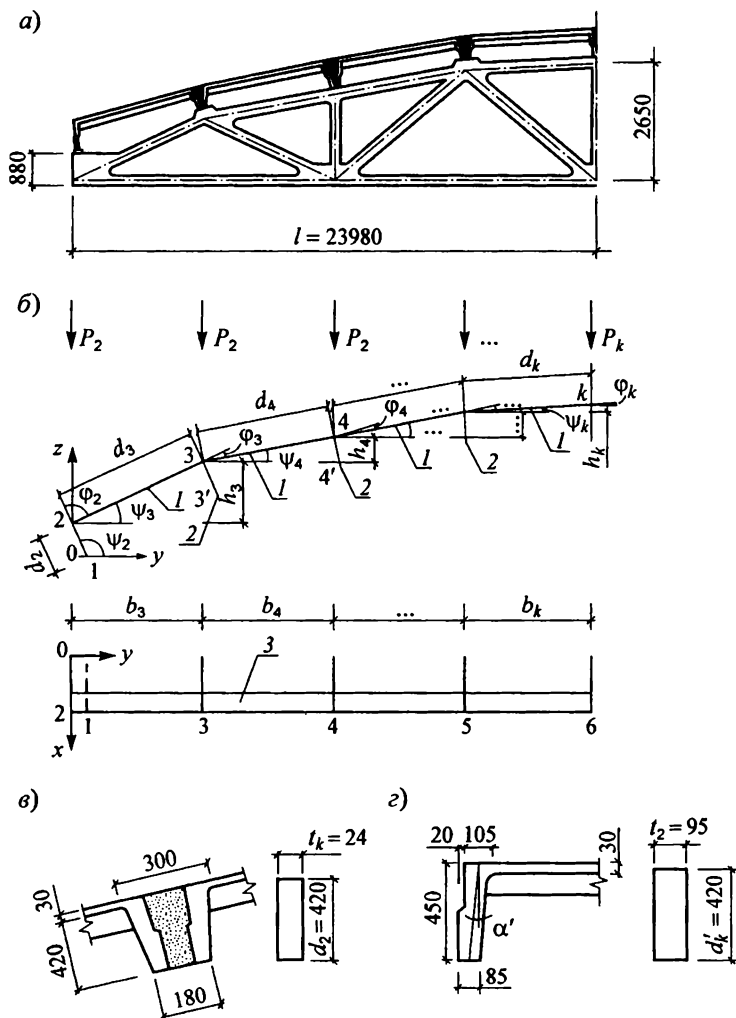


Рис. 2.11. Конструкция и расчетная схема складчатого покрытия:

а – схема раскладки плит по ферме-диафрагме; б – основная система; в – заданное и приведенное сечение крайней грани; г – заданное и приведенное сечение дополнительных граней; 1 – основные грани; 2 – дополнительные грани; 3 – поперечная полоска

Алгоритм расчета рассматриваемых конструкций составлен на основе вариационного метода В.З. Власова [22]. При этом приняты во внимание рекомендации [20] о возможности пренебрежения поперечными изгибающими моментами ввиду их малости. Введение же в расчет складчатого покрытия дополнительных граней приводит, по существу, к учету продольных моментов в складке.

За исходные данные при расчете принимаются следующие параметры.

Расчетная нагрузка: P_k – вертикальная погонная нагрузка, приложенная вдоль k -го ребра складки.

Геометрические характеристики складки: l_1 и l_2 – соответственно пролет и длина волны складки; h_k – аппликаты k -го ребра (начало координат, принято в I -м ребре складки); b_k – длина горизонтальной проекции поперечного сечения k -й грани; d'_k – ширина k -й дополнительной грани; t_k и t'_k – толщина соответственно основной и дополнительной k -той грани; α' – угол, образуемый между нормалью к полке плиты и плоскостью, проходящей через срединную плоскость продольного ребра, n – число ребер в складчатой системе; d_2 и d_n – соответственно ширина первой и последней грани складчатой системы; ε – допустимая величина погрешности при выполнении статических проверок.

Характеристики материалов и коэффициенты, используемые при расчете прочности: R_S , R_{S1} и R_{S2} – расчетные сопротивления на растяжение арматуры соответственно продольных ребер, поперечных ребер и полки плиты для предельных состояний первой группы; R_{sc1} – расчетное сопротивление сжатию арматуры поперечных ребер; R_b – расчетное сопротивление бетона осевому сжатию для предельных состояний I группы; E_b – модуль деформаций бетона при сжатии-растяжении; $\mu_{\min}$ – минимальный процент армирования; α , β , γ_{b2} , σ_{p2} , η и γ_p – расчетные коэффициенты, применяемые при расчете прочности обычных и преднапряженных железобетонных элементов по нормальным сечениям, назначаемые по действующим нормам [23].

Неизвестными являются нормальные напряжения σ_k по ребрам складки, которые изменяются в зависимости от координаты x , определяющей расстояние рассматриваемого сечения от диафрагмы по длине оболочки (рис. 2.116).

Статический расчет складки проводят в следующем порядке.

1. Вычисляют ширину грани складки

$$d_k = \sqrt{h_k^2 + b_k^2}. \quad (2.63)$$

2. Вычисляют углы наклона граней складки к горизонту ψ_k , углы перелома между гранями φ_k и углы примыкания дополнительных граней к основным α_k (правило знаков при вычислении углов принято по [22]):

$$\psi_k = \operatorname{arctg} \frac{h_k - h_{k-1}}{b_k}; \quad (2.64)$$

$$\varphi_k = \psi_k - \psi_{k+1}; \quad (2.65)$$

$$\varphi_2 = \varphi_{n-1} = \frac{\pi}{2} - \alpha'; \quad \psi_2 = \psi_n = \varphi_2 + \psi_3; \quad (2.66)$$

$$\alpha_k = \frac{\pi/2 - \varphi_k}{2}. \quad (2.67)$$

3. Находят единичные продольные перемещения в ребрах складчатой системы от единичных продольных смещений продольных связей в основной системе:

$$\mu_{(k-1)'}^k = \frac{d'_{k-1}}{d_k \cdot \sin \varphi_{k-1}}, \quad (2.68)$$

$$\mu_k^k = \frac{d'_k \cdot [1 - (d_k/d'_k) \cdot \sin(\varphi_k/2)]}{d_k \cdot \sin(\varphi_k/2)}, \quad (2.69)$$

$$\mu_{(k+1)'}^k = \frac{d'_{k+1}}{d_k \cdot \sin \varphi_{k+1}}. \quad (2.70)$$

4. Коэффициенты r_{ki} , выражающие работу продольных напряжений в основной системе, определяют по формулам:

$$r_{k,k-2} = \frac{d'_{k-1} \cdot t'_{k-1} \cdot \mu_{(k-1)'}^{k-2} \cdot \mu_{(k-1)'}^k}{3}; \quad (2.71)$$

$$r_{k,k-1} = \frac{d_k \cdot t_k}{6} + \frac{d'_{k-1} \cdot t'_{k-1} \cdot (2 \cdot \mu_{(k-1)'}^k \cdot \mu_{(k-1)'}^{k-1} + \mu_{(k-1)'}^k)}{6} + \frac{d'_k \cdot t'_k \cdot (2 \cdot \mu_k^k \cdot \mu_k^{k-1} + \mu_k^{k-1})}{6}; \quad (2.72)$$

$$r_{k,k} = \frac{d_k \cdot t_k + d_{k+1} \cdot t_{k+1}}{3} + \frac{d'_{k-1} \cdot t'_{k-1} \cdot (\mu_{(k-1)'}^k)^2}{3} + \frac{d'_k \cdot t'_k \cdot [(\mu_k^k)^2 + \mu_k^k + 1]}{3} + \frac{d'_{k+1} \cdot t'_{k+1} \cdot (\mu_{(k+1)'}^k)^2}{3}; \quad (2.73)$$

$$r_{k,k+1} = \frac{d_{k+1} \cdot t_{k+1}}{6} + \frac{d'_k \cdot t'_k \cdot (2 \cdot \mu_k^k \cdot \mu_{k+1}^{k+1} + \mu_{k+1}^{k+1})}{6} +$$

$$+ \frac{d'_{k+1} \cdot t'_{k+1} \cdot (2 \cdot \mu_{(k+1)}^k \cdot \mu_{(k+1)}^{k+1} + \mu_{(k+1)}^k)}{6}; \quad (2.74)$$

$$r_{k,k+2} = \frac{d'_{k+1} \cdot t'_{k+1} \cdot \mu_{(k+1)}^k \cdot \mu_{(k+1)}^{k+2}}{3}. \quad (2.75)$$

Погрешность вычисления коэффициентов r_{ki} находят из условия

$$\left[\sum_i \sum_k r_{ki} - \sum_k (d_k t_k + d'_k \delta'_k) \right] / \sum_k (d_k \delta_k + t'_k \delta'_k) \leq \varepsilon. \quad (2.76)$$

5. Вычисляют поверхностную нагрузку q_k , действующую в плоскости каждой грани, и эквивалентную заданной:

$$g_k = \left(\frac{\cos \psi_{k-1}}{\sin \varphi_{k-1}} \right) \cdot P_{k-1} - \left(\frac{\cos \psi_{k+1}}{\sin \varphi_k} \right) \cdot P_k. \quad (2.77)$$

6. Находят свободные члены уравнений, зависящие от внешней нагрузки:

$$r_{kp} = \frac{g_k}{d_k} - \frac{g_{k+1}}{d_{k+1}}. \quad (2.78)$$

Точность вычисления свободных членов проверяется выполнением условия

$$\sum_k r_{kp} \leq \varepsilon. \quad (2.79)$$

7. Для определения функций напряжений по граням складки общим числом n составляют n уравнений равновесия, которые в случае равномерно распределенной по длине каждой грани нагрузки ($P_k = \text{const}$) имеют следующий вид:

$$\sum_{i=k-2}^{i=k+2} r_{ki} \sigma_{11} - r_{kp} M = 0, \quad (2.80)$$

где M – максимальный изгибающий момент в простой балке с пролетом, равным пролету складки l_1 от единичной нагрузки.

Для удобства алгоритмизации система уравнений задачи (2.79) может быть записана в матричной форме

$$L \bar{\sigma} = \bar{R}_p, \quad (2.81)$$

8. Находят значения напряжений в крайних точках дополнительных граней в том же сечении

$$\sigma'_k = \mu_{k'}^{k-1} \sigma_{k-1} + \mu_{k'}^k \sigma_k + \mu_{k'}^{k+1} \sigma_{k+1}. \quad (2.86)$$

9. По найденным значениям продольных напряжений определяют погонные сдвигающие силы S_k и суммарные сдвигающие силы T_k в основных и дополнительных гранях складки соответственно по формулам:

$$S_k(x) = S_{k-1}(x) + [d_k t_k (\sigma_{k-1} + \sigma_k) / 2] Q(x) / M, \quad (2.87)$$

$$T_k(x) = S_{k-1}(x) d_k + [d_k^2 t_k (2\sigma_{k-1} + \sigma_k) / 6] Q(x) / M, \quad (2.88)$$

где $S_{k-1}(x)$ – сдвигающая сила по ребру $k-1$; $Q(x)$ – значение поперечной силы в простой балке от единичной распределенной нагрузки; M – Значение поперечной силы и момента в простой балке от единичной распределенной нагрузки.

Вычисления сил $S_{k-1}(x)$ и $T_k(x)$ начинают с продольных ребер крайних граней складки, на свободных краях которых сдвигающие усилия равны нулю. Погрешность в определении сдвигающих сил выявляют из условия

$$\sum_k (T_k \sin \psi_k + T_{k'} \sin \psi_{k'}) - \sum_k P_k l_1 / 2 \leq \varepsilon, \quad (2.89)$$

где $\psi_{k'}$ – угол наклона дополнительной грани к вертикальной оси

$$\psi_{k'} = \alpha_k + \psi_k. \quad (2.90)$$

10. Определяют продольные силы N_k в основных и дополнительных гранях складки как объемы эпюр напряжений в соответствующих гранях. Если распределение этих сил между ребрами каждой грани соответствует правилу рычага, их значения для левого $N_{kЛ}$ и правого $N_{kП}$ ребра основных граней находят по формулам:

при $\sigma_k \sigma_{k-1} \geq 0$ и $|\sigma_{k-1}| \geq |\sigma_k|$

$$N_{kЛ} = \left[\frac{2(\sigma_{k-1} - \sigma_k)}{6} + \frac{\sigma_k}{2} \right] \cdot d_k t_k; \quad (2.91a)$$

$$N_{kП} = \left[\frac{(\sigma_{k-1} - \sigma_k)}{6} + \frac{\sigma_k}{2} \right] \cdot d_k t_k; \quad (2.91б)$$

при $\sigma_k \sigma_{k-1} \geq 0$ и $|\sigma_{k-1}| \leq |\sigma_k|$

$$N_{kЛ} = \left[\frac{(\sigma_{k-1} - \sigma_k)}{6} + \frac{\sigma_k}{2} \right] \cdot d_k t_k; \quad (2.92a)$$

$$N_{kП} = \left[\frac{2(\sigma_{k-1} + \sigma_k)}{6} + \frac{\sigma_k}{2} \right] \cdot d_k t_k; \quad (2.92б)$$

при $\sigma_k \sigma_{k-1} < 0$

$$N_{kЛ} = \frac{t_k x_k \sigma_{k-1}}{2}; \quad (2.93a)$$

$$N_{kП} = \frac{t_k (d_k - x_k) \sigma_k}{2}. \quad (2.93б)$$

Здесь

$$x_k = \frac{|\sigma_{k-1}| d_k}{(|\sigma_k| + |\sigma_{k-1}|)}. \quad (2.94)$$

Значения продольных сил в ребрах дополнительных граней также определяют по формулам (2.91–2.93), заменяя в них величины $N_{kЛ}$ и $N_{kП}$ на $N_{k'Н}$ и $N_{k'В}$ соответственно.

11. Вычисляют прогибы k -ой грани в своей плоскости (для $x = l_1/2$)

$$V_k = -l_1^2 / E_b d_k (\sigma_k - \sigma_{k-1}). \quad (2.95)$$

По значениям прогибов граней V_k и V_{k+1} аналитически или графоаналитически определяют перемещения точек k -го ребра по любому направлению, в том числе вектор полного перемещения V_k^n и перемещения по вертикали V_k^g и горизонтали V_k^r . На рис. 2.12а показано такое построение, когда прогиб V_k отрицателен, а прогиб V_{k+1} положителен; на рис. 2.12б прогибы обеих граней положительны. На основе рис. 2.12а, б несложно записать и аналитические формулы для подсчета перемещений ребер складки.

Описанный алгоритм статического расчета складки в упругой постановке можно использовать для приближенного расчета рассматриваемых железобетонных конструкций. При этом следует иметь в виду, что расчет прочности элементов складки (на усилия, полученные в предположении упругой работы системы) дает некоторый запас прочности. В то же время расчет по деформациям, образованию и раскрытию трещин в такой постановке недооценивают эти параметры. Поэтому при значительных пролетах l_1 , малой тол-

щине, тяжелых нагрузках требуется более строгий расчет в физически нелинейной постановке с учетом образования трещин в бортовых элементах и гранях складки. Как показано в [19, 26], и в этом случае может быть использован рассматриваемый вариационный метод в сочетании с методом инерций.

С появлением трещин в нормальных сечениях бортовых элементов и гранях складки меняются коэффициенты r_{ki} . Их значения находят согласно рекомендациям [19], которые учитывают изменения в основной системе жесткостной сечений граней складки. При этом сохранения одинакового вида математических выражений коэффициентов r_{ki} до и после появления трещин удобно, вместо традиционной модели железобетонного элемента «сечение с трещиной», рассмотреть этот элемент как квазисплошное тело с обобщенными жесткостными параметрами.

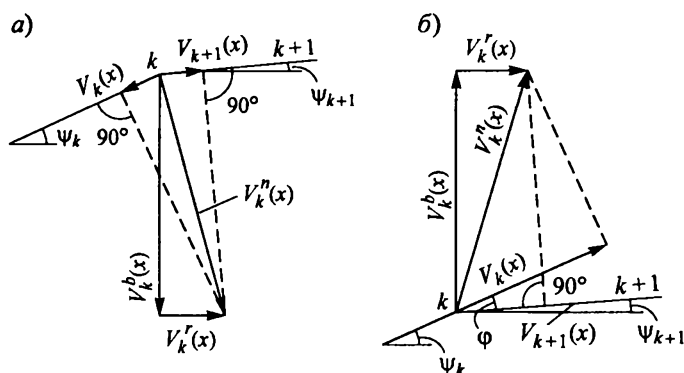


Рис. 2.12. К определению перемещений ребер складчатой системы в произвольном сечении x :

a – прогибы смежных граней направлены в разные стороны;
 b – то же, в одну сторону

Пример расчета призматической складки. Рассмотрим расчет железобетонного покрытия одноэтажного промздания в виде одноволновой призматической складки, симметричной относительно середины пролета, из типовых ребристых плит заводского изготовления и диафрагм в виде раскосых ферм.

Исходные данные для расчета. Расчетные нагрузки, кН/м: $P_2 = 1,45$; $P_3 = 2,90$; $P_4 = 2,95$; $P_5 = 3,00$; $P_6 = 1,50$. Эти погонные нагрузки приняты исходя из того, что на складку действует равномерно распределенная нагрузка $g = 1$ кН/м².

Геометрические характеристики складчатого покрытия, м: $h_3 = 1,076$; $h_4 = 1,73$; $h_5 = 2,117$; $h_6 = 2,242$; $h_7 = 2,117$; $h_8 = 1,73$; $h_9 = 1,076$. Горизонтальные проекции ширины грани b_k , м: $b_3 = b_4 = b_5 = b_6 = b_7 = b_8 = b_9 = 3,0$. Толщины основных граней, м: $t_2 = 0,95$; $t_3 = t_4 = t_5 = t_6 = t_7 = t_8 = t_9 = 0,25$. Толщины дополнительных граней, м: $t'_3 = t'_4 = t'_5 = t'_6 = t'_7 = t'_8 = t'_9 = 0,24$. Ширина крайних и дополнительных граней, м: $d_2 = d'_3 = d'_4 = d'_5 = d'_6 = d'_7 = d'_8 = d'_9 = 0,42$. Погрешность вычисления коэффициентов r_{ki} и r_{kp} принимаем $\varepsilon = 0,03$.

Статический расчет складки. По заданной геометрии покрытия вычисляем ширину граней складки используя формулу (2.63):

$$d_3 = \sqrt{h_3^2 + b_3^2} = \sqrt{1,076^2 + 3^2} = 3,187 \text{ м};$$

$$d_4 = \sqrt{(1,73 - 1,076)^2 + 3^2} = 3,071 \text{ м};$$

$$d_5 = \sqrt{(2,117 - 1,73)^2 + 3^2} = 3,025 \text{ м};$$

$$d_6 = \sqrt{(2,242 - 2,117)^2 + 3^2} = 3,003 \text{ м};$$

$$d_6 = d_7; \quad d_5 = d_8; \quad d_4 = d_9; \quad d_3 = d_{10}.$$

2. Вычисляем углы наклона граней оболочки к горизонту ψ_k , углы перелома между гранями φ_k и углы примыкания дополнительных граней к основным α_k по формулам (2.64–2.67):

$$\psi_3 = \arctg \frac{h_3 - h_2}{b_3} = \arctg \frac{1,076}{3} = 0,3444 \text{ рад};$$

$$\psi_4 = \arctg \frac{h_4 - h_3}{b_4} = \arctg \frac{1,73 - 1,076}{3} = 0,2146 \text{ рад};$$

$$\psi_5 = \arctg \frac{h_5 - h_4}{b_5} = \arctg \frac{2,117 - 1,73}{3} = 0,1283 \text{ рад};$$

$$\psi_6 = \arctg \frac{h_6 - h_5}{b_6} = \arctg \frac{2,242 - 2,117}{3} = 0,0416 \text{ рад};$$

$$\psi_5 = -\psi_7; \quad \psi_4 = -\psi_8; \quad \psi_3 = -\psi_9.$$

$$\varphi_2 = \varphi_{10} = \frac{\pi}{2} - \alpha' = \frac{3,14}{2} - 0,0649 = 1,505 \text{ рад};$$

$$\varphi_3 = \psi_3 - \psi_4 = 0,3444 - 0,2146 = 0,1298 \text{ рад};$$

$$\varphi_4 = \psi_4 - \psi_5 = 0,2146 - 0,1283 = 0,0863 \text{ рад};$$

$$\varphi_5 = \psi_5 - \psi_6 = 0,1283 - 0,0416 = 0,0867 \text{ рад};$$

$$\varphi_6 = \psi_6 - \psi_7 = 0,0416 - (-0,1283) = 0,1699 \text{ рад};$$

$$\varphi_7 = -\varphi_5; \varphi_8 = -\varphi_4; \varphi_9 = -\varphi_3;$$

$$\psi_2 = \psi_{10} = \varphi_2 + \psi_3 = 1,505 + 0,3444 = 1,8494 \text{ рад.}$$

3. Находим единичные продольные перемещения в ребрах складчатой системы от единичных продольных смещений продольных связей в основной системе по формулам (2.68–2.70):

$$\mu_3^2 = \frac{d_3'}{d_3 \cdot \sin \varphi_3} = \frac{0,42}{3,187 \cdot \sin 0,1283} = 1,$$

$$\mu_4^3 = \frac{d_4'}{d_4 \cdot \sin \varphi_4} = \frac{0,42}{3,071 \cdot \sin 0,0863} = 1,6.$$

Аналогично вычислены перемещения $\mu_4^4, \mu_5^5, \dots, \mu_9^9, \mu_{10}^9$.

Окончательно матрица продольных единичных перемещений ребер складчатой системы имеет вид:

$$\begin{vmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & 1,1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1,6 & -2,2 & 1,6 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1,6 & -2,2 & 1,6 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1,7 & -2,4 & 1,7 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1,6 & -2,2 & 1,6 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1,6 & -2,2 & 1,6 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1,1 & -1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{vmatrix}.$$

4. Коэффициенты r_{ki} , выражающие работу продольных напряжений в основной системе определяем по формулам (2.71–2.75):

$$\begin{aligned} r_{5,5} &= \frac{d_5 \cdot t_5 + d_6 \cdot t_6}{3} + \frac{d_4' \cdot t_4' \cdot (\mu_4^5)^2}{3} + \frac{d_5' \cdot t_5' [(\mu_5^5)^2 + \mu_5^5 + 1]}{3} + \\ &+ \frac{d_6' \cdot t_6' \cdot (\mu_6^5)^2}{3} = \frac{302,5 \cdot 2,5 + 300 \cdot 2,5}{3} + \frac{42 \cdot 24 \cdot 1,6^2}{3} + \\ &+ \frac{42 \cdot 24 \cdot ((-2,2)^2 - 2,2 + 1)}{3} + \frac{42 \cdot 24 \cdot 1,7^2}{3} = 3475; \end{aligned}$$

$$r_{5,6} = \frac{d'_6 \cdot t'_6}{6} + \frac{d'_5 \cdot t'_5 \cdot (2 \cdot \mu_5^5 \cdot \mu_5^6 + \mu_5^6)}{6} + \frac{d'_6 \cdot t'_6 \cdot (2 \cdot \mu_6^5 \cdot \mu_6^6 + \mu_6^6)}{6} =$$

$$= \frac{300 \cdot 2,5}{6} + \frac{42 \cdot 24 \cdot (2 \cdot (-2,2) \cdot 1,6 + 1,6)}{6} + \frac{42 \cdot 24 \cdot (2 \cdot 1,7 \cdot (-2,4) + 1,7)}{6} =$$

$$= -1854;$$

$$r_{5,7} = \frac{d'_6 \cdot t'_6 \cdot \mu_6^5 \cdot \mu_6^7}{3} = \frac{42 \cdot 24 \cdot 1,7 \cdot 1,7}{3} = 933.$$

Аналогично вычислены коэффициенты r_{ki} .

Погрешность в вычислении коэффициентов r_{ki} находим из условия (2.76):

$$\sum_i \sum_k r_{k,i} = (133 + 66 + 747 - 49 + 362 + 1713 - 949 + 856 + 2938 - 1692 +$$

$$+ 879 + 3475 - 1854 + 933) \cdot 2 + 3751 - 1854 + 879 = 6698,6,$$

$$\sum_i (d_k \cdot t_k + d'_k \cdot t'_k) = (42 \cdot 9,5 + 42 \cdot 2,4 + 318 \cdot 2,5 + 42 \cdot 2,4 + 307 \cdot 2,5 +$$

$$+ 42 \cdot 2,4 + 302 \cdot 2,5 + 42 \cdot 2,4) \cdot 2 + 300 \cdot 2,5 + 42 \cdot 2,4 = 6698,587,$$

$$\frac{\sum_i \sum_k r_{k,i} - \sum_i (d_k \cdot t_k + d'_{k+1} \cdot t'_{k+1})}{\sum_i (d_k \cdot t_k + d'_{k+1} \cdot t'_{k+1})} = \frac{6698,6 - 6698,587}{6698,587} \approx 0, \text{ что } \ll \varepsilon = 0,03.$$

5. По формуле (2.77) вычисляем поверхностную нагрузку g_k , действующую в плоскости каждой грани и эквивалентную заданной:

$$g_2 = \left(\frac{\cos \psi_1}{\sin \varphi_1} \right) \cdot P_1 - \left(\frac{\cos \psi_3}{\sin \varphi_2} \right) \cdot P_2 = - \left(\frac{\cos 0,359}{\sin 0,1297} \right) \cdot 1,45 = -1,368.$$

Аналогично вычисляются нагрузки $g_3, g_4, \dots, g_n$.

6. По формуле (2.78) находим свободные члены уравнений:

$$r_{1p} = \frac{g_1}{d_1} - \frac{g_2}{d_2} = -\frac{1,368}{42} = 0,373 \cdot 10^3.$$

Аналогично вычисляются значения $r_{2p}, r_{3p}, \dots, r_{np}$.

Точность вычисления свободных членов проверяем выполнением условия (2.79):

$$\sum_k r_{kp} \leq \varepsilon;$$

$$\sum_k r_{kp} = 0,373 + 0,668 - 0,306 - 0,668 + 0,312 - 0,204 + 0,312 - 0,668 - 0,306 +$$

$$+ 0,668 + 0,373 \approx 0, \text{ что меньше } \varepsilon = 0,03.$$

ния функций напряжений запишем в виде (2.82):

$$L = \begin{array}{cccccccccccc} 133 & 66 & & & & & & & & & & 0 \\ 66 & 747 & -49 & 362 & & & & & & & & \\ & -49 & 1713 & -949 & 856 & & & & & & & \\ & 362 & -949 & 2938 & -1692 & 870 & & & & & & \\ & & 856 & -1692 & 3475 & -1854 & 953 & & & & & \\ & & & 878 & -1854 & 3751 & -1854 & 878 & & & & \\ & & & & 953 & -1854 & 3475 & -1692 & 856 & & & \\ & & & & & 878 & -1692 & 2938 & -949 & 362 & & \\ & & & & & & 838 & -949 & 1713 & -49 & & \\ & & & & & & & 362 & -49 & 747 & 66 & \\ 0 & & & & & & & & & 66 & 13.3 & \end{array} \quad (2.82)$$

Вектор реакций от заданной нагрузки (2.83) имеет вид:

$$R_{\rho=} = \begin{vmatrix} 0,373 \cdot 10^3 \\ 0,668 \cdot 10^3 \\ -0,306 \cdot 10^3 \\ -0,668 \cdot 10^3 \\ 0,312 \cdot 10^3 \\ -0,204 \cdot 10^3 \\ 0,312 \cdot 10^3 \\ -0,668 \cdot 10^3 \\ -0,306 \cdot 10^3 \\ 0,668 \cdot 10^3 \\ 0,373 \cdot 10^3 \end{vmatrix}.$$

Решая систему уравнений (2.80), получим следующие значения напряжений:

$$\bar{\sigma} = \begin{array}{c|c|c} \sigma_1 & & 3,930 \\ \sigma_2 & & 0,788 \\ \sigma_3 & & -0,585 \\ \sigma_4 & & -0,582 \\ \sigma_5 & & -0,0206 \\ \sigma_6 & = & 0,1954 \\ \sigma_7 & & -0,0206 \\ \sigma_8 & & -0,582 \\ \sigma_9 & & -0,585 \\ \sigma_{10} & & 0,788 \\ \sigma_{11} & & 3,930 \end{array}$$

8. По формуле (2.86) находим напряжения в крайних точках дополнительных граней:

$$\sigma'_3 = \mu_3^2 \cdot \sigma_2 + \mu_3^3 \cdot \sigma_3 + \mu_3^4 \cdot \sigma_4 = 1 \cdot 0,788 + (-1) \cdot (-0,585) + 1,6 \cdot (-0,5826) = 0,7916.$$

Аналогично вычислены значения напряжений в остальных точках $\sigma'_4, \sigma'_5, \dots, \sigma'_9$:

$$\sigma'_4 = 0,301; \sigma'_5 = -0,573; \sigma'_6 = -0,531; \sigma'_7 = -0,573; \sigma'_8 = -0,301.$$

9. Определяем погонные сдвигающие силы S_k и суммарные сдвигающие усилия T_k в основных и дополнительных гранях складки при $x = 0$. по формулам (2.87) и (2.88).

Сдвигающие силы при $x = l_1$:

$$S_2 = S_1 + \frac{[d_2 t_2 (\sigma_1 + \sigma_2)]}{2} \cdot \frac{Q}{M} =$$

$$= 0 + \frac{[0,42 \cdot 0,095 \cdot (3,93 \cdot 10^3 + 0,788 \cdot 10^3)]}{2} \cdot \frac{6}{18} = 31,4 \text{ кН/м};$$

$$S_{3л} = S_2 + \frac{[d_3 t_3 (\sigma_2 + \sigma_3)]}{2} \cdot \frac{Q}{M} =$$

$$= 31,4 + \frac{3,187 \cdot 0,025 \cdot (0,788 \cdot 10^3 - 0,585 \cdot 10^3)}{2} \cdot \frac{6}{1,8} = 34,1 \text{ кН/м}.$$

Аналогично вычислены сдвигающие силы в остальных гранях складки:

$$S_3 = 3,5 \text{ кН/м}; S_{3л} = 37,6 \text{ кН/м};$$

$$S_{4л} = 22,6 \text{ кН/м}; S_4 = 4,7 \text{ кН/м}; S_{4л} = 17,9 \text{ кН/м};$$

$$S_{5л} = 10,3 \text{ кН/м}; S_5 = -10,0; S_{5л} = 0,3; S_{6л} = 2,5; S_6 = -5,6.$$

Суммарные сдвигающие усилия в основных гранях складки:

$$T_2 = S_1 d_2 + \frac{[d_2^2 t_2 (2\sigma_1 + \sigma_2)]}{6} \cdot \frac{Q}{M} =$$

$$= 0 + \frac{[0,42^2 \cdot 0,095 \cdot (2 \cdot 3,93 \cdot 10^3 + 0,788 \cdot 10^3)]}{6} \cdot \frac{6}{18} = 8,05 \text{ кН};$$

$$T_3 = S_2 d_3 + \frac{[d_3^2 t_3 (2\sigma_2 + \sigma_3)]}{6} \cdot \frac{Q}{M} = 31,4 \cdot 3,187 +$$

$$+ \frac{[3,187^2 \cdot 0,025 \cdot (2 \cdot 0,788 \cdot 10^3 - 0,585 \cdot 10^3)]}{6} \cdot \frac{6}{18} = 114 \text{ кН};$$

$$T_3 = 2,4 \text{ кН}; T_4 = 0,05 \text{ кН}; T_4 = 92,32 \text{ кН};$$

$$T_5 = -2,74 \text{ кН}; T_5 = 39,04 \text{ кН}; T_6 = -2,04 \text{ кН}; T_6 = 2,87 \text{ кН}.$$

Продольные силы в основных гранях складки вычисляем по формулам (2.91)–(2.93):
при

$$\sigma_2 \cdot \sigma_1 = 0,79 \cdot 3,94 > 0 \text{ и } |\sigma_1| = 3,34 > |\sigma_2| = 0,79$$

$$N_{2л} = \left[2 \cdot \frac{(\sigma_1 - \sigma_2)}{6} + \frac{\sigma_2}{2} \right] \cdot d_2 t_2 =$$

$$= \left[2 \cdot \frac{(3,94 \cdot 10^3 - 0,79 \cdot 10^3)}{6} + \frac{0,79 \cdot 10^3}{2} \right] \cdot 0,42 \cdot 0,095 = 57,52 \text{ кН};$$

$$N_{2п} = \left[\frac{(\sigma_1 - \sigma_2)}{6} + \frac{\sigma_2}{2} \right] \cdot d_2 t_2 =$$

$$= \left[\frac{(3,94 \cdot 10^3 - 0,79 \cdot 10^3)}{6} + \frac{0,79 \cdot 10^3}{2} \right] \cdot 0,42 \cdot 0,095 = 36,62 \text{ кН}.$$

Аналогично вычисляются продольные силы в остальных основных и дополнительных гранях:

$$N_{3л} = 18,02 \text{ кН}; N_{3п} = -9,93 \text{ кН}; N_{3'_{л}} = 22,94 \text{ кН}; N_{3'_{п}} = -12,53 \text{ кН};$$

$$N_{4л} = -22,43 \text{ кН}; N_{4п} = -22,39 \text{ кН}; N_{4'_{л}} = 5,19 \text{ кН}; N_{4'_{п}} = -19,34 \text{ кН};$$

$$N_{5л} = -14,99 \text{ кН}; N_{5п} = -7,86 \text{ кН}; N_{5'_{л}} = -19,60 \text{ кН}; N_{5'_{п}} = -10,32 \text{ кН};$$

$$N_{6л} = -0,08 \text{ кН}; N_{6п} = 6,64 \text{ кН}; N_{6'_{л}} = -14,57 \text{ кН}; N_{6'_{п}} = 2,38 \text{ кН}.$$

Эпюры нормальных напряжений, сдвигающих усилий, суммарных сдвигающих усилий и продольных сил в гранях складки приведены на рис. 2.13. Поскольку эпюры приведены для половины поперечного сечения складки, уместно отметить, что эпюры σ и N прямо симметричны относительно оси симметрии сечения, а эпюры S и T — обратно симметричны.

Конструктивный расчет складки. По результатам статического расчета выполним расчет армирования элементов покрытия, исходя из требований двух групп предельных состояний (прочности, жесткости и трещиностойкости) по методике действующих норм [23]. Определим требуемую площадь сечения рабочей арматуры плит складки, принимая следующие значения коэффициентов и характеристик материалов:

$R_s = 1150$ МПа; $R_{s3} = 375$ МПа; $R_{s2} = 375$ МПа; $\delta = 1,15$; $A_s = 0$; $R_{br} = 1,4$ МПа; $R_{sw} = 265$ МПа – для Ø 4 Вр-I; $R_{sw} = 290$ МПа – для Ø 10 А-III.

На первом этапе полку, продольные и поперечные ребра в стадиях изготовления и монтажа рассчитывают по балочной схеме (см., например, [7]). В результате такого расчета и с учетом конструктивных требований действующих норм [23] получено следующее армирование элементов плиты.

Продольные ребра: $A_{sp} = 1,812 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2$ (2 Ø 12 К-7); $A_{sw} = 0,196 \times 10^{-4} \text{ м}^2$ (Ø 5 Вр-I, $n = 1$ – по одному каркасу в каждом ребре); $s_w = 0,2$ м. Поперечные ребра: $A_{s3} = 1,131 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2$ (I Ø 12 А-III) и $A_{s3} = 0,503 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2$ (I Ø 8А-III), шаг поперечных ребер $S_3 = 1,0$ м. Полка в продольном направлении: Ø 4 Вр-I, с шагом $S_1 = 0,2$ м, $A_{s1} = 0,63 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2$. Полка в поперечном направлении: Ø 3 Вр-I, с шагом $S_2 = 25$ м, $A_{s2} = 0,283 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2$.

На втором этапе рассчитывают прочность складки при эксплуатационных нагрузках на усилия, полученные из статического расчета по пространственной расчетной схеме. Полагая, что на покрытие действует равномерно распределенная нагрузка $g = 4,48$ кН/м², а статический расчет складчатого покрытия был выполнен на нагрузку $q = 1$ кН/м², значения расчетных усилий в складке увеличиваем в 4,48 раза.

В соответствии с требованиями норм [23] растягивающие усилия в ребрах складки полностью передаются на арматуру, сжимающие – на бетон, а при необходимости и на сжатую арматуру. Анализ полученных значений продольных сил в гранях складки (см. рис. 2.13з) показывает, что максимальные величины этих сил действуют в гранях крайних плит. По этим значениям сил и производят подбор рабочей арматуры продольных ребер плит.

Требуемая площадь арматуры в нижней части первой грани (см. рис. 2.15в)

$$A_{sp} = (4,48N_{1l} - R_s A_s) / \gamma_{s6} R_s = \\ = (4,48 \cdot 57,52 \cdot 10^3) / 1,15 \cdot 1150 \cdot 10^2 = 1,94 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2,$$

где, в соответствии с [23], для случая внецентренного растяжения продольной силой $\gamma_{s6} = \eta$; $\eta = 1,15$.

Так как $A_{sp} = 1,94 \text{ см}^2 > 1,812 \cdot 10^{-4} \text{ см}^2$, т.е. незначительно больше площади арматуры, полученной из расчета в монтажной стадии, то недостающую площадь компенсируем постановкой ненапрягаемой арматуры из стержней Ø10 А-III, с $A_s = 0,785 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2$ ($R_s = 365$ МПа).

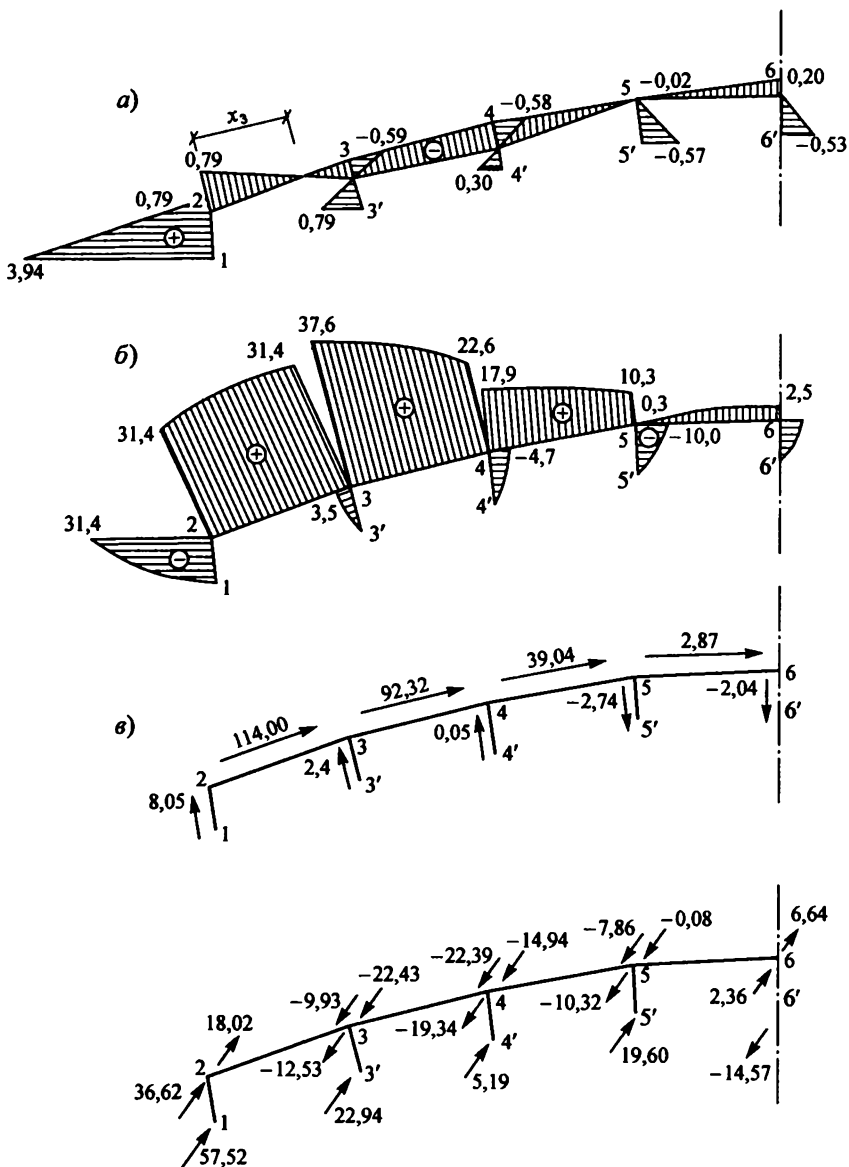


Рис. 2.13. Эпюры нормальных напряжений σ , МПа (а), сдвигающих усилий S , кН/м (б), суммарных сдвигающих усилий T , кН (в) и продольных сил N , кН (г) при загрузении складчатого покрытия равномерно распределенной нагрузкой $g = 1 \text{ кН/м}^2$

Площадь арматуры в верхней части первой грани

$$A_{sp} = 4,48 N_{2l} / \gamma_{s6} R_s = 4,46 \cdot 36,62 \cdot 10^3 / 1,15 \cdot 1150 \cdot 10^2 = 1,26 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2.$$

Армирование продольных ребер (граней) других плит складки рассчитывают в стадии изготовления и монтажа, так как продольные растягивающие силы, полученные при расчете в стадии эксплуатации, незначительны (см. рис. 2.13г).

Необходимость армирования полки плиты по расчету выявляют проверкой условия:

$$\sigma_{m1,k} \leq R_{bt}, \quad (2.96)$$

где

$$\sigma_{m1,k} = \sigma_k + \sqrt{(\sigma_k / 2)^2 + \tau_k^2}; \quad (2.97)$$

$$\tau_k = S_k / t_k. \quad (2.98)$$

Здесь, $\sigma_{m1,k}$ — главные растягивающие напряжения в полке k -ой плиты; σ_k и τ_k — соответственно нормальные растягивающие и касательные напряжения в полке k -ой плиты.

Обычно $\sigma_{m1,k}$ проверяют в нескольких точках по длине складки, так как эпюра σ_k имеет максимум в середине пролета и изменяется по квадратной параболе, а эпюра τ_k имеет максимум на опоре и линейный закон ее изменения. На рис. 2.14 показаны эти эпюры для полки крайней плиты (ребро 2) складки.

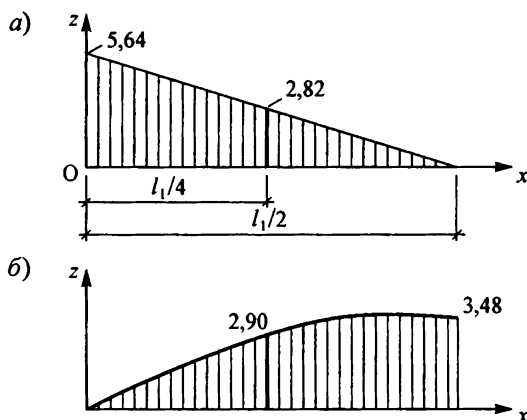


Рис. 2.14. Эпюры τ_2 (а) и σ_2 (б) по длине второго ребра складчатой системы

Для полки этой плиты определим $\sigma_{m1,2}$ в середине и четверти пролета складки.

Так, при $x = l_1 / 2$

$$\sigma_{m1,2} = 0,79 \cdot 4,48 / 2 + \sqrt{(0,79 \cdot 4,48 / 2)^2} + 0 = 3,48 \text{ МПа} > 1,4 \text{ МПа},$$

а при $x = l_1 / 4$

$$\sigma_{m1,2} = 2,90 / 2 + \sqrt{(2,90 / 2)^2 + 2,82^2} = 4,62 > R_{br} = 1,4 \text{ МПа},$$

где

$$\sigma_2 = \sigma_2(l_1 / 2) - \sigma_2(l_1 / 2)(l_1 / 4)^2 / (l_1 / 2)^2 = 3,48 - 3,48 \cdot 3^2 / 6^2 = 2,90 \text{ МПа};$$

$$\tau_2 = \frac{0,5 \cdot 31,4 \cdot 4,48 \cdot 10^{-1}}{2,5} = 2,82 \text{ МПа}.$$

Поскольку главные растягивающие напряжения в полке больше прочности бетона на растяжение, требуется установить рабочую арматуру, определяемую из условия:

$$\sigma_{45} \delta \cdot 100 \leq 0,5 \cdot (A_{s1} + A_{s2}) R_s + A_{s,ins} R_s, \quad (2.99)$$

где A_{s1} , A_{s2} и $A_{s,ins}$ — соответственно сечения продольной, поперечной и косой арматуры полки из расчета на 1 м ширины; σ_{45} — среднее для данного участка напряжение в полке плиты, направленное под углом 45° .

Армирование полки обычно рассчитывают по участкам вдоль образующей складки. Так, например, для определения площади рабочей арматуры в четверти пролета полки первой плиты находим среднее значение продольных растягивающих и касательных напряжений в ней на ширине растянутой зоны полки $x_3 = 1,93$ м (рис. 2.13а, б).

$$\sigma_{2,cp} = 0,5 \cdot 2,90 = 1,45 \text{ МПа};$$

$$\tau_{2,cp} = \left(\frac{0,63 + 0,5 \cdot 34,1 \cdot 10^{-1}}{2,5} \right) \frac{4,48}{2} = 2,96 \text{ МПа};$$

$$\sigma_{45} = 0,5 \cdot 1,45 + \sqrt{(0,5 \cdot 1,45)^2 + 2,96^2} = 3,76 \text{ МПа}.$$

Если $A_{s,ins} = 0$, то

$$(A_{s1} + A_{s2}) = 3,76 \cdot 0,025 \cdot 1 / 0,5 \cdot 375 = 5 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2 > 0,913 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2,$$

т.е. большие площади арматуры, полученной из расчета в монтажной стадии. Сечение продольной арматуры A_{s1} назначается равным или несколько меньшим, чем сечение поперечной арматуры A_{s2} . Принимаем $A_{s1} = A_{s2} = 2,52 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2$ (20 Ø 4 Вр-I с $A_s = 2,52 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2$ и шагом $s = 0,05 \text{ м}$).

Требуемое армирование полки в середине пролета на 1 м.п.

$$A_{s1} = \frac{N_{3л}}{R_s} = \frac{18,02 \cdot 4,48}{1,93 \cdot 3,75 \cdot 10^3} = 1,10 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2.$$

Принимаем стержни 10 Ø 4 Вр-I с $A_s = 1,26 \text{ см}^2$ и шагом $S = 0,1 \text{ м}$.

Аналогичным образом определяют площадь требуемой расчетной арматуры на других участках полки плиты.

Поперечная арматура полки A_{s2} в эксплуатационной стадии должна быть проверена также на действие суммарных сдвигающих сил T_k . При этом полка плиты рассматривается как простая балка шириной t_k и высотой d_k на действие поперечной силы Q_k , равной T_k .

Наибольшая сдвигающая сила, действующая на грани крайней плиты $T_3 = 114,0 \cdot 4,48 = 510,72 \text{ кН}$ (см. рис. 2.13в). Размеры расчетного сечения грани $t_3 = 0,025 \text{ м}$; $d_3 = 3,0 \text{ м}$ ($h_0 = 2,92 \text{ м}$).

Согласно [23]

$$B = \varphi_{b2} (1 + \varphi_n + \varphi_f) R_{bt} b h_0 = 2 \cdot 1 \cdot 1,4 \cdot 0,025 \cdot 2,92^2 \cdot 10^3 = 596,85 \text{ кН} \cdot \text{м}.$$

Здесь $\varphi_{b2} = 2$; $\varphi_f = 0$; $\varphi_n = 0$.

В расчетном наклонном сечении $Q_b = Q_{sw} = T_3/2$. Отсюда:

$$c = \frac{B}{0,5 T_3} = \frac{596,85}{0,5 \cdot 510,72} = 2,33 \text{ м}.$$

Условие $c = 2,33 \text{ м} < 2 h_0 = 2 \cdot 2,92 = 5,84 \text{ м}$ удовлетворяется.

Поперечная сила, воспринимаемая поперечной арматурой:

$$Q_{sw} = \frac{T_3}{2} = \frac{510,72}{2} = 255,36 \text{ кН};$$

$$g_{sw} = \frac{Q_{sw}}{c} = \frac{255,36}{2,33} = 109,60 \text{ кН/м}.$$

Принимая поперечную арматуру полки Ø 4 Вр-I ($A_{sw1} = 0,126 \times 10^{-4} \text{ м}^2$) с шагом $s_1 = 0,05 \text{ м}$ и учитывая арматуру поперечных ребер $A_{sw2} = A_{s3} + A'_{s3} = 1,131 \cdot 10^{-4} + 0,503 \cdot 10^{-4} = 1,634 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2$ (I Ø 12 А-III + I Ø 8 А-III) и их шаг $S_3 = 0,99 \text{ м}$, вычисляем погонное усилие, воспринимаемое поперечными стержнями в наклонном сечении:

$$\bar{g}_{sw} = \frac{R_{sw} \cdot A_{sw1}}{s_1} + \frac{R_{sw} \cdot A_{sw2}}{s_3} =$$

$$= \frac{265 \cdot 10^3 \cdot 0,126 \cdot 10^{-4}}{0,05} + \frac{290 \cdot 10^3 \cdot 1,634 \cdot 10^{-4}}{0,99} = 114,05 \text{ кН/м},$$

что больше требуемой по расчету интенсивности поперечного армирования $g_{sw} = 109,60 \text{ кН/м}$.

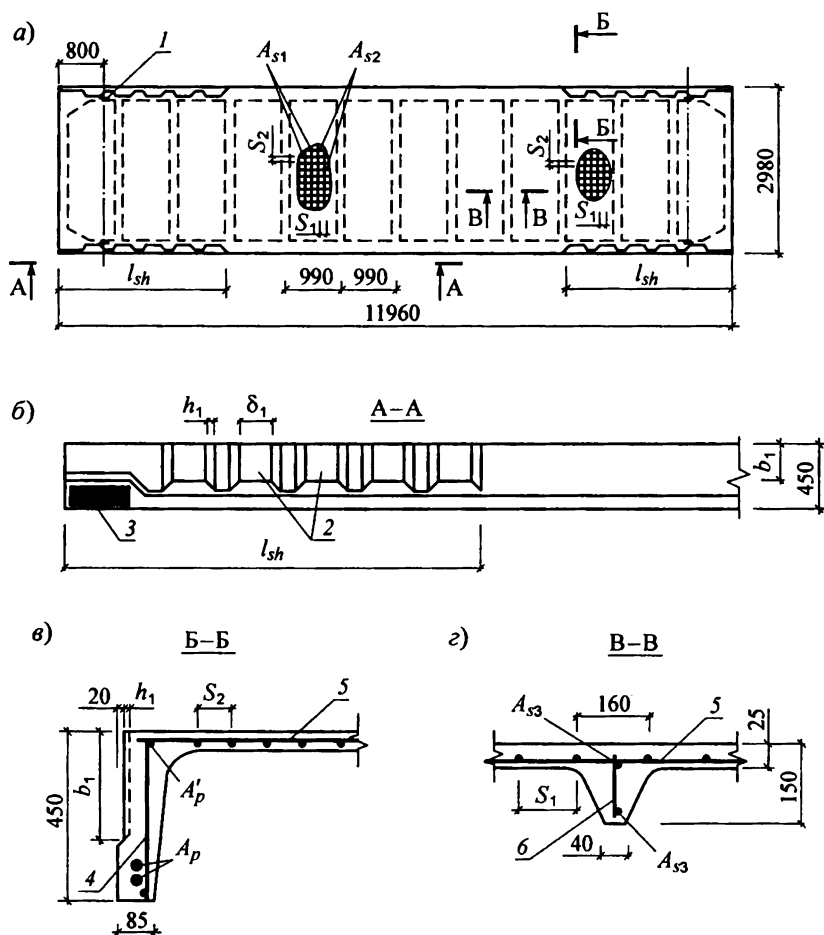


Рис. 2.15. Ребристая плита складчатого покрытия:

a – план; *б* – вид сбоку; *в* – сечение продольного ребра; *г* – сечение поперечного ребра; 1 – петля; 2 – шпонки; 3 – закладная деталь; 4 – каркас продольного ребра; 5 – сетка полки; 6 – каркас поперечного ребра

Поперечную арматуру продольных ребер плит (вспомогательных граней) рассчитывает аналогично на суммарные сдвигающие силы T_k , а также на поперечную силу в плитах в стадии их монтажа по методике [23]. В результате поперечная арматура продольных ребер плит принята $\varnothing 5$ Вр-I с шагом 0,15 м.

Прочность бетона сжатой зоны складки в стадии эксплуатации обеспечена, так как действующие сжимающие напряжения (см. эпюру на рис. 2.13 а) $\sigma_b = \sigma_{k,max} = \sigma_2 = 0,59 \cdot 4,48 = 2,64 \text{ МПа} < R_b = 18 \text{ МПа}$.

Площадь сечения рабочей арматуры поперечных ребер подбирают в стадии эксплуатации как для обычной ребристой плиты по местным схемам разрушения полки и поперечных ребер на полную расчетную нагрузку $4,48 \text{ кН/м}^2$ (см. раздел 2.2).

Для восприятия сдвигающих сил продольного направления (в швах между плитами) на боковой поверхности плит устраивают шпонки, расчет параметров которых (h_1 , δ_1 , b_1 , l_{sh}) производят обычным способом [13, 22].

Опалубочный чертеж и схема армирования крайней плиты рассчитанного складчатого покрытия показана на рис. 2.15.

3. ПОЛОГИЕ ЖЕЛЕЗОБЕТОННЫЕ ОБОЛОЧКИ ПОЛОЖИТЕЛЬНОЙ И ОТРИЦАТЕЛЬНОЙ ГАУССОВОЙ КРИВИЗНЫ

3.1. Основы расчета и конструирования

Достаточно распространенными конструкциями в строительной практике являются железобетонные оболочки двоякой кривизны, предназначенные для прямоугольных или квадратных в плане покрытий зданий пролетом от 18 до 100 м и более.

В зависимости от относительной величины стрелы подъема такие конструкции подразделяются на подъемистые или непологие оболочки и пологие. К пологим относят оболочки, имеющие небольшой подъем над опорным планом, у которых стрела в центре не превышает $1/5$ меньшего пролета, а стрела подъема на контуре – $1/10$ соответствующей стороны плана.

Конструирование пологих оболочек выполняют в соответствии с характером внутренних усилий, возникающих в них под действием внешней нагрузки. Так, при сплошной равномерно распределенной и симметричной нагрузках толщину и армирование средней зоны гладких оболочек положительной гауссовой кривизны, находящихся в условиях безмоментного напряженного состояния, назначают конструктивно. По всей поверхности оболочку армируют сетками с шагом стержней 200...250 мм из проволоки диаметром 3...5 мм класса Вр-I (рис. 3.1), с процентом армирования, не превышающим 0,2 % сечения бетона.

Монолитные оболочки проектируют, как правило, с гладкой плитой толщиной не менее 50 мм. При больших пролетах, наличии подвешенного транспорта и в некоторых других случаях оболочку подкрепляют ребрами. При толщине более 70 мм поле оболочки армируют двойными сетками. В приконтурных и угловых зонах оболочки с целью размещения дополнительной арматуры для восприятия изгибающих моментов (краевого эффекта) толщину оболочки увеличивают. Стержни этой арматуры располагают в соответствии с эпюрой изгибающих моментов. С целью восприятия оболочкой сейсмической нагрузки в плите укладывают не менее двух арматурных сеток – по одной сетке у верхней и нижней поверхности. Это требование связано с разнозначностью усилий от сейсмических воздействий.

Для восприятия главных растягивающих усилий в угловых зонах укладывают дополнительную угловую арматуру (рис. 3.1).

Оболочки отрицательной гауссовой кривизны в форме гиперболического параболоида на прямоугольном и квадратном планах (гипары) подразделяются на равносторонние и неравносторонние (рис. 3.2а, б, в). Равносторонние оболочки применяют как отдельно стоящими, так и из четырех оболочек, а неравносторонние, как правило, лишь в системе покрытия.

В практике проектирования и строительства находят применение следующие виды покрытий в виде гипар: покрытие с наклонными коньками и плоским контуром, покрытие с наклонными коньками и поднятыми углами, покрытие с горизонтальными коньками (рис. 3.2г, д, е). В качестве контурных конструкций используют стены, бортовые элементы. По линиям сопряжения отдельных оболочек составных гипаров, образующих систему, устраивают коньковые балки, которые рассчитывают на восприятие сдвигающих усилий.

В конструкциях гипаров, выполняемых обычно из бетона высоких классов, армирование производят сетками из проволоки диаметром 3...5 мм класса В-I с шагом стержней 100...200 мм.

При этом стержни одного направления укладывают параллельно прямолинейным образующим. Сечение арматуры сетки каждого из двух взаимно перпендикулярных направлений должно быть рассчитано на восприятие главных растягивающих усилий. В нижних углах гипаров, где главные растягивающие усилия велики к основной арматуре целесообразно добавлять угловую арматуру (см. рис. 3.1).

Сборные пологие оболочки положительной гауссовой кривизны выполняют с разрезкой на плоские плиты размером 3×3 м, уси-

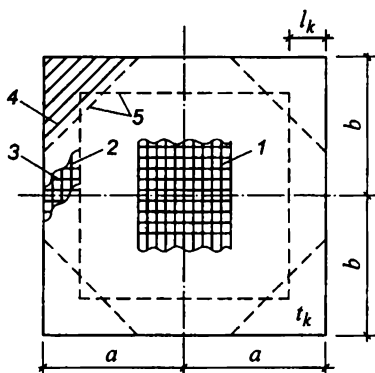


Рис. 3.1. Схема армирования пологой оболочки:

- 1 – конструктивная арматура в зоне сжимающих напряжений; 2, 3 – соответственно конструктивная и рабочая арматура в зоне действия моментов; 4 – рабочая арматура для восприятия главных растягивающих напряжений; 5 – зона утолщения оболочки

ленные по контуру ребрами, или с разрезкой на цилиндрические плиты размером 3×6 м или 3×12 м. По периметру плит на боковых поверхностях ребер устраивают пазы для образования бетонных шпонок и восприятия сдвигающих усилий в оболочке. Плиты сборных оболочек армируют сетками из холоднотянутой проволоки и сварными каркасами, как и плиты типовых покрытий. Вдоль контура и в угловых зонах покрытия доверху сборных плит укладывают слой бетона, который армируют с целью восприятия главных растягивающих усилий.

В сборных оболочках отрицательной гауссовой кривизны разрезку на отдельные элементы осуществляют по направлению образующих и направляющих. Большое применение находят сборные оболочки, состоящие из однотипных плит размером 3×3 м, 3×6 м, 3×9 м.

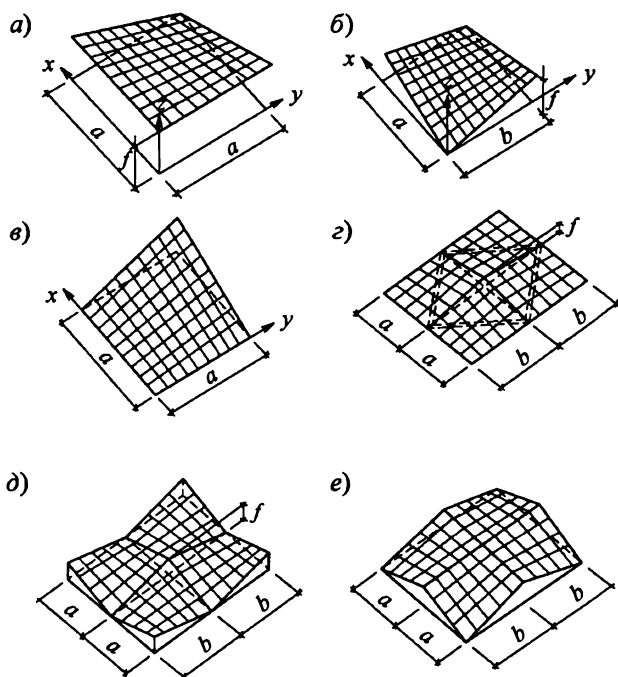


Рис. 3.2. Типы оболочек-гипар (а-в) и схемы покрытий из них (з-е):

а, в – гипары равносторонние, б – неравносторонние, з – покрытия с наклонными коньками и плоским контуром, д – с наклонными коньками и поднятыми углами, е – с горизонтальными коньками

В общем случае напряженное состояние пологой оболочки определяют следующие силовые факторы (см. рис. 1.4): нормальные N_1, N_2 и сдвигающие $S_{12} = S_{21}$ усилия, изгибающие M_1, M_2 и крутящие $M_{12} = M_{21}$ моменты, а также поперечные силы Q_1, Q_2 .

Для оболочек положительной гауссовой кривизны установлено, что при равномерно распределенной нагрузке лишь в приконтурных зонах наблюдается нарушение безмоментного напряженного состояния. Поэтому расчет может быть произведен по безмоментной теории с последующим учетом моментов для приконтурных участков.

В оболочках отрицательной гауссовой кривизны нарушение безмоментного напряженного состояния происходит не только вблизи внешнего контура, но распространяется и далее по срединной поверхности, поэтому для их расчета используют моментную теорию.

Характерная особенность напряженного состояния гипар при равномерно распределенной нагрузке состоит в том, что вдоль главных направлений с отрицательной кривизной развивается растяжение, а вдоль главных направлений положительной кривизны – сжатие.

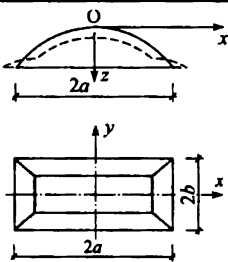
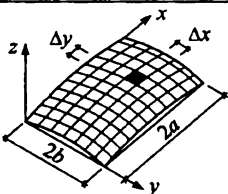
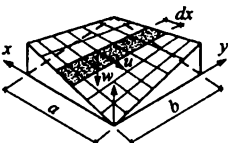
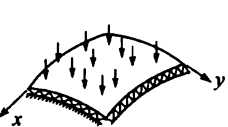
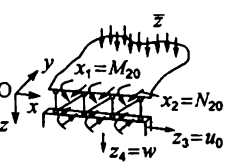
Как и при расчете других типов оболочек, построение расчетных дифференциальных уравнений пологих оболочек положительной гауссовой кривизны выполняют в соответствии с тремя основными методами строительной механики: методом сил, методом перемещений и смешанным методом.

Для решения уравнений используют аналитические или численные методы. Так, при простейших граничных условиях, например, шарнирном опирании по контуру, удобным оказывается выполнение расчета методом разделения переменных в двойных тригонометрических рядах. Среди численных методов, часто применяемых для расчета пологих оболочек, можно отметить метод конечных разностей и метод конечных элементов [1, 2, 10, 11, 24]. Эти методы расчета достаточно полно разработаны в предположении упругой работы материала оболочек. Что же касается расчета в нелинейной постановке, с учетом физико-механических свойств железобетона, то наиболее просто оценка несущей способности оболочек может быть выполнена кинематическим методом предельного равновесия, в соответствии с которым к моменту исчерпания несущей способности оболочка разделяется пластическими шарнирами

на несколько жестких дисков [27]. Так, например, при действии на пологую оболочку равномерно распределенной нагрузки в качестве одной из схем разрушения можно принять пятизвенный механизм (табл. 3.1, схема 1).

Таблица 3.1

Практические методы расчета пологих оболочек

№	Расчетная схема	Метод расчета	Источник, в котором изложены		Примечание
			методика расчета	пример расчета	
1		Кинематический метод предельного равновесия	[22, 27]	[27]	Другие возможные схемы разрушения приведены в [27, 29]
2		Численные методы МКР, МКЭ	[1, 10, 11]	[11]	По моментной или безмоментной теории
3		Метод перемещений	[16, 17, 20]	[16]	
4		Метод разделения переменных в двойных тригонометрических рядах	[6, 13, 19, 22]	[13, 19]	По моментной или безмоментной теории
5		Смешанный метод (с использованием одинарных тригонометрических рядов)	[2]	[2]	Учитывается совместное деформирование оболочки и диафрагм

**Рекомендации по выбору расчетных схем и методов расчета
пологих оболочек**

№	Тип конструкции	Нагрузка	Группа предельных состояний	Номер рекомендуемого метода расчета согласно табл. 3.1	
				с использованием ЭВМ	при ручном счете
1	Монолитные и сборные оболочки положительной гауссовой кривизны	Симметричная равномерно распределенная по поверхности или проекции оболочки	I II	2 2	1, 4 4
		Обратносимметричная равномерно распределенная	I II	2 2	1 3
		Совместное действие равномерно распределенной и крановой нагрузок	I II	3 3	1
2	То же, многоволновые	Равномерно распределенная нагрузка	I II	2	3
3	Монолитные и сборные оболочки отрицательной гауссовой кривизны, отдельно стоящие и в виде систем из сопрягаемых одинаковых оболочек	Равномерно распределенная нагрузка	I II	2, 3 2, 3	1 3
		Совместное действие равномерно распределенной и крановой нагрузок	I	3	1
4	Сборные оболочки из плоских ребристых плит (многогранники)	Равномерно распределенная	I II	2	3
5	То же	Сосредоточенные нагрузки	I II	3	

Целесообразность применения того или иного метода для расчета пологих оболочек определяют конкретными условиями задачи: видом нагрузки, граничными условиями, наличием ребер жесткости, а также целями расчета, стадией проектирования и другими факторами. При решении этого вопроса могут оказаться полезными рекомендации, приведенные в табл. 3.1 и 3.2.

3.2. Алгоритм и пример расчета полой оболочки положительной гауссовой кривизны методом конечных разностей

Алгоритм составлен на основе метода конечных разностей (табл. 3.1, схема 2). Для сокращения числа уравнений, подлежащих решению, используют условия симметрии. Расчет производят по безмоментной теории с последующим учетом моментов для приконтурных участков. В эксплуатационной стадии рассматривают действие постоянных и временных нагрузок.

Исходные данные.

Нагрузки: g и g_{ser} – расчетная постоянная нагрузка соответственно при $\gamma_f > 1$ и $\gamma_f = 1$; p и p_{ser} – расчетная снеговая нагрузка соответственно при $\gamma_f > 1$ и $\gamma_f = 1$; q и q_{ser} – полная расчетная нагрузка соответственно при $\gamma_f > 1$ и $\gamma_f = 1$.

Геометрические характеристики (см. рис. 3.5): a и b – размеры сторон оболочки в плане; R_1 и R_2 – радиусы дуг окружности; f_1 и f_2 – стрелы подъема оболочки на контуре; f – стрела подъема оболочки в центре; d_1 и d_2 – длина дуг контура соответственно вдоль осей ОХ и ОУ; n – число участков, полученных в результате деления стороны плана оболочки сеткой.

Характеристики материалов и расчетные коэффициенты: R_b – расчетное сопротивление бетона осевому сжатию для предельного состояния I группы; R_{bt} – расчетное сопротивление бетона осевому растяжению для предельного состояния I группы; E_b – начальный модуль упругости бетона при сжатии (растяжении); R_s – расчетное сопротивление арматуры растяжению для предельного состояния I группы; α , β , и γ_{b2} – расчетные коэффициенты, используемые при расчете прочности сечений железобетонных элементов и принимаемые по действующим нормам [23]; ν – коэффициент поперечных деформаций бетона.

Порядок расчета.

1. Задаем уравнение срединной поверхности:

$$z = R_1 + R_2 - \sqrt{R_1^2 - x^2} - \sqrt{R_2^2 - y^2}. \quad (3.1)$$

2. Вычисляем стрелы подъема оболочки на контуре:

$$f_1 = R_1 - \sqrt{R_1^2 - a^2}, \quad f_2 = R_2 - \sqrt{R_2^2 - b^2}, \quad (3.2)$$

$$f = f_1 + f_2. \quad (3.3)$$

При этом для пологой оболочки должно выполняться условие $(f/2a) < 1/5$.

3. Выбираем прямоугольную сетку (рис. 3.3). Ввиду симметрии оболочки относительно координатных осей ОХ и ОУ расчет ведется для 1/4 оболочки.

На принятой прямоугольной сетке узлам сетки присваиваем номера от 0 до 15. Для определения усилий в узлах вводим функцию напряжений φ , связанную с искомыми усилиями соотношениями:

$$N_1 = \frac{\partial^2 \varphi}{\partial y^2} = \frac{1}{R_1^2} \cdot \frac{\partial^2 \varphi}{\partial \eta^2}, \quad (3.4)$$

$$N_2 = \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} = \frac{1}{R_2^2} \cdot \frac{\partial^2 \varphi}{\partial \xi^2}, \quad (3.5)$$

$$S = -\frac{\partial^2 \varphi}{\partial x \cdot \partial y} = -\frac{1}{R_1 R_2} \cdot \frac{\partial^2 \varphi}{\partial \eta \partial \xi}. \quad (3.6)$$

4. Задаем граничные условия. Полагая, что в окаймляющих оболочку диафрагмах на бортах $x = \pm a$ и $y = \pm b$ нет усилий, нормальных к их плоскостям, назначаем следующие граничные условия:

$$\text{при } x = \pm a \quad N_1 = 0, \quad M_1 = 0, \quad W = 0, \quad (3.7)$$

$$\text{при } y = \pm b \quad N_2 = 0, \quad M_2 = 0, \quad W = 0, \quad (3.8)$$

где W – перемещения контурных точек оболочки в плоскости диафрагм.

5. На основе исходных дифференциальных уравнений равновесия безмоментной теории оболочек [20] составляем уравнения равновесия в конечно-разностной форме для точек выбранной сетки:

$$\frac{\varphi_{m+1,n} - 2\varphi_{m,n} + \varphi_{m-1,n}}{R_1^2 R_2^2 (1 - \eta_{m,n}^2)^{\frac{3}{2}} (\Delta \xi)^2} + \frac{\varphi_{m,n+1} - 2\varphi_{m,n} + \varphi_{m,n-1}}{R_1 R_2^2 (1 - \xi_{m,n}^2)^{\frac{3}{2}} (\Delta \eta)^2} = Z_{m,n}, \quad (3.9)$$

где

$$Z_{m,n} = g; \quad \Delta \xi = \Delta x / R_1; \quad \Delta \eta = \Delta y / R_2; \quad \xi = x / R_1; \quad \eta = y / R_2.$$

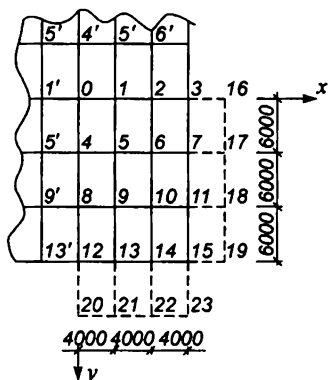


Рис. 3.3. Сетка МКР

Обозначим

$$A = \frac{1}{R_1^2 R_2 (1 - \eta_{m,n}^2)^{3/2} (\Delta \xi)^2};$$

$$B = \frac{1}{R_1 R_2^2 (1 - \xi_{m,n}^2)^{3/2} (\Delta \eta)^2};$$

Учитывая граничные условия, запишем:

$$\varphi_3 = \varphi_7 = \varphi_{11} = \varphi_{15} = \varphi_{14} = \varphi_{13} = \varphi_{12} = 0.$$

Таким образом, для узла 0 будем иметь:

$$\varphi_1 A - 2\varphi_0 A + \varphi_1 A + \varphi_4 B - 2\varphi_0 B + \varphi_4 B = -q. \quad (3.10)$$

Аналогично для узла 1:

$$\varphi_2 A - 2\varphi_1 A + \varphi_1 A + \varphi_5 B - 2\varphi_1 B + \varphi_5 B = -q. \quad (3.11)$$

Составляя подобным образом уравнения для узлов 2, 4, 5, 6, 8, 9 и 10, получим систему девяти линейных алгебраических уравнений, которая может быть представлена в матричной форме:

$$\bar{\varphi} L = \bar{q} \quad (3.12)$$

или в развернутом виде:

$$\begin{bmatrix} \varphi_0 \\ \varphi_1 \\ \varphi_2 \\ \varphi_4 \\ \varphi_5 \\ \varphi_6 \\ \varphi_8 \\ \varphi_9 \\ \varphi_{10} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} -2(A+B) & 2A & 0 & 2B & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ A & -2(A+B) & A & 0 & 2B & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & A & -2(A+B) & 0 & 0 & 2B & 0 & 0 & 0 \\ B & 0 & 0 & -2(A+B) & 2A & 0 & B & 0 & 0 \\ 0 & B & 0 & A & -2(A+B) & A & 0 & B & 0 \\ 0 & 0 & B & 0 & A & -2(A+B) & 0 & 0 & B \\ 0 & 0 & 0 & B & 0 & 0 & -2(A+B) & 2A & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & B & 0 & A & -2(A+B) & A \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & B & 0 & A & -2(A+B) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -q \\ -q \\ -q \\ -q \\ -q \\ -q \\ -q \\ -q \\ -q \end{bmatrix} \quad (3.13)$$

Решая систему (3.13), определяем вектор неизвестных функций напряжений:

$$\bar{\varphi} = -L^{-1} \bar{q}. \quad (3.14)$$

6. Вычисляем значения функций напряжений для внеконтурных узлов:

$$\varphi_{m+1,n} = -\varphi_{m-1,n} - R_1^2 R_2 (1 - \eta_{m,n}^2)^{3/2} (\Delta \xi)^2 Z_{m,n}. \quad (3.15)$$

7. Определяем значения усилий N_1 , N_2 и S в узлах 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11 и 15:

$$N_{1m,n} = (1/R_2^2)(\varphi_{m,n+1} - 2\varphi_{m,n} + \varphi_{m,n-1})/(\Delta\eta)^2; \quad (3.16)$$

$$N_{2m,n} = (1/R_1^2)(\varphi_{m+1,n} - 2\varphi_{m,n} + \varphi_{m-1,n})/(\Delta\xi)^2; \quad (3.17)$$

$$S_{m,n} = (-1/R_1 R_2)(\varphi_{m+1,n+1} - \varphi_{m+1,n-1} - \varphi_{m-1,n+1} + \varphi_{m-1,n-1})/4\Delta\xi\Delta\eta. \quad (3.18)$$

В результате для узла 0:

$$N_1 = \frac{(\varphi_1 - 2\varphi_0 + \varphi_1)}{R_2^2(\Delta\eta)^2}; \quad (3.19)$$

$$N_2 = \frac{(\varphi_1 - 2\varphi_0 + \varphi_1)}{R_1^2(\Delta\xi)^2}; \quad (3.20)$$

$$S = \frac{-(\varphi_5 - \varphi_5 - \varphi_5 + \varphi_5)}{R_1 R_2 4\Delta\xi\Delta\eta}. \quad (3.21)$$

Для узла I:

$$N_1 = \frac{(\varphi_5 - 2\varphi_1 + \varphi_5)}{R_2^2(\Delta\eta)^2}; \quad (3.21a)$$

$$N_2 = \frac{(\varphi_2 - 2\varphi_1 + \varphi_0)}{R_1^2(\Delta\xi)^2}; \quad (3.22)$$

$$S = \frac{-(\varphi_0 - \varphi_4 - \varphi_6 + \varphi_4)}{4R_1 R_2 4\Delta\eta\Delta\xi}. \quad (3.23)$$

Для определения $S^{(15)}$ обратимся к формуле Симпсона:

$$\Omega = \frac{d_1}{n \cdot 3} [y_0 + 4(y_1 + y_3 + \dots + y_{n-1}) + 2(y_2 + y_4 + \dots + y_{n-2}) + y_n]. \quad (3.24)$$

Рассмотрим четверть оболочки. Площадь поверхности равна $a \cdot b$, нагрузка – $a \cdot b \cdot q$.

Вертикальные составляющие узловых касательных усилий S на линии контура a , b , т. е. усилий в узлах 12, 13, 14, 15, 11, 7, 3 равны произведению соответствующего узлового усилия на синус угла между касательной к контуру и горизонталью, которые обозначим соответственно ξ и η .

$$\text{Узел 12} \quad S^{(12)}\xi_{12}; \quad \text{Узел 3} \quad S^{(3)}\xi_3;$$

$$\text{Узел 15} \quad S^{(15)}\xi_{15}; \quad \text{Узел 15} \quad S^{(15)}\xi_{15}.$$

Из формулы (3.24)

$$S^{(15)} = \frac{-abq - \frac{d_1}{n \cdot 3} (4S^{(11)} \xi_{11} + 2S^{(13)} \xi_{13}) - \frac{d_2}{n \cdot 3} (4S^{(11)} \eta_{11} + 2S^{(7)} \eta_7)}{\frac{d_1 \xi_{15} + d_2 \eta_{15}}{n \cdot 3}}. \quad (3.25)$$

8. Вычисляем главные усилия N_{m1} и N_{m2}

$$N_{m1} = [(N_1 + N_2)/2] \pm \sqrt{[(N_1 - N_2)/2]^2 + S^2}. \quad (3.26)$$

По описанному алгоритму составлена блок-схема программы расчета полой оболочки методом конечных разностей (рис. 3.4).

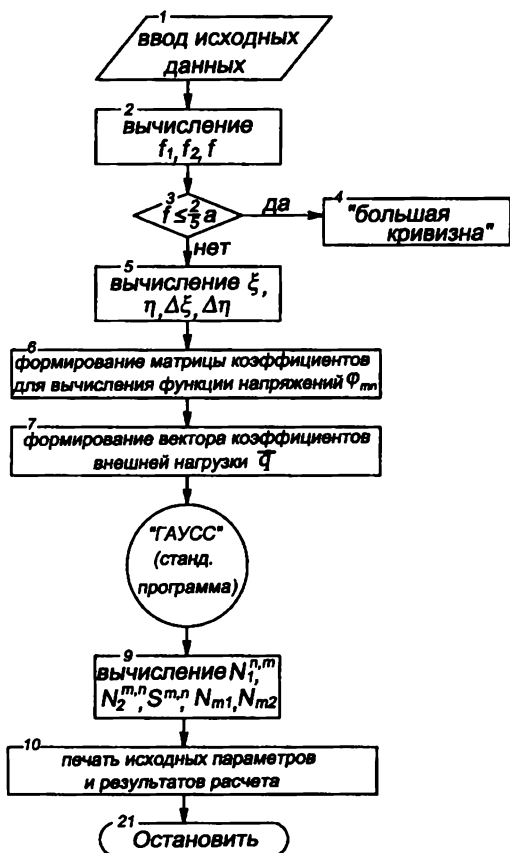


Рис. 3.4. Блок-схема программы расчета полой оболочки методом конечных разностей

В качестве примера рассмотрим расчет монолитной пологой железобетонной оболочки для отдельно стоящего здания при следующих исходных данных (см. рис. 3.3 и 3.5).

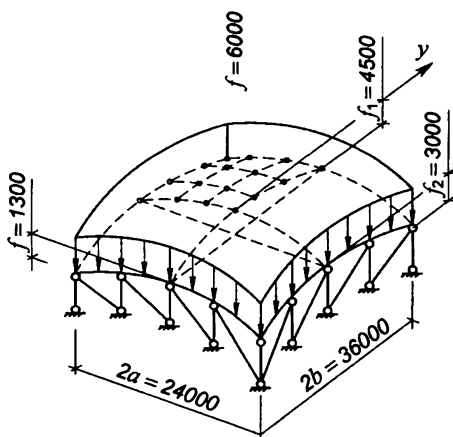


Рис. 3.5. Расчетная схема оболочки

Нагрузки (кН/м^2): $g = 3,23$; $g_{ser} = 2,80$; $p_s = 0,98$; $p_{s,ser} = 0,70$; $q = 4,21$; $q_{ser} = 3,50$.

Геометрические характеристики: $a = 12$ м; $b = 18$ м; $R_1 = R_2 = 56$; $f_1 = 1,3$ м; $f_2 = 3$ м; $f = 4,3$ м; $t = 0,08$ м; $d_1 = 25,4$ м; $d_2 = 37,4$ м; $n = 6$.

Характеристики материалов и расчетные характеристики: класс бетона В35; $R_b = 20$ МПа; $R_{bt} = 1,3$ МПа; $R_s = 360$ МПа; $\alpha = 0,85$; $\beta = 0,008$; $\gamma_{b2} = 0,9$; $\nu = 0,20$; $E_b = 34500$ МПа.

Уравнение срединной поверхности оболочки принимаем согласно (3.1).

Выбираем прямоугольную сетку для разбивки поверхности оболочки с шагом $\Delta x = 4$ м; $\Delta y = 6$ м и вычисляем коэффициенты конечно-разностного уравнения (3.9):

$$Z_{m,n} = g = 3,23 \text{ кН/м}^2, (n = 1, 2, \dots, m = 1, 2, \dots, 9);$$

$$\Delta \xi = \frac{\Delta x}{R_1} = \frac{4}{56} = \frac{1}{14};$$

$$\Delta \eta = \frac{\Delta y}{R_2} = \frac{6}{56} = \frac{3}{28};$$

$$\xi_{1,1} = \frac{x}{R_1} = \frac{0}{56} = 0; \quad \eta_{1,1} = \frac{y}{R_2} = \frac{0}{56} = 0;$$

$$A = \frac{1}{R_1^2 R_2 (1 - \eta_{m,n}^2)^{3/2} (\Delta \xi)^2} = \frac{1}{56^2 \cdot 56 (1 - 0)^{3/2} \left(\frac{1}{14}\right)^2} = 0,001117;$$

$$B = \frac{1}{R_1 R_2^2 (1 - \xi_{m,n}^2)^{3/2} (\Delta \eta)^2} = \frac{1}{56^2 \cdot 56 (1 - 0)^{3/2} \left(\frac{3}{28}\right)^2} = 0,000497.$$

Аналогично вычисляются коэффициенты уравнения (3.9) при других значениях координат x , y . Результаты этих вычислений приведены в табл. 3.3.

Таблица 3.3

Значения коэффициентов A и B

m	n	x	y	ξ	η	A	B
1	1	0	0	0	0	0,001117	0,000497
1	2	0	0	0	0	0,001117	0,000497
1	4	0	6	0	0,107143	0,001136	0,000497
2	1	4	0	0,071429	0	0,001117	0,000501
2	2	4	0	0,071429	0	0,001117	0,000501
2	3	4	0	0,071429	0	0,001117	0,000501
2	5	4	6	0,071429	0,107143	0,001136	0,000501
3	2	8	0	0,142857	0	0,001117	0,000513
3	3	8	0	0,142857	0	0,001117	0,000513
3	6	8	6	0,142857	0,107143	0,001136	0,000513
4	1	0	0	0	0	0,001117	0,000497
4	4	0	6	0	0,107143	0,001136	0,000497
4	5	0	6	0	0,107143	0,001136	0,000497
4	7	0	6	0	0,107143	0,001136	0,000497
5	2	4	0	0,071429	0	0,001117	0,000501
5	4	4	6	0,071429	0,107143	0,001136	0,000501
5	5	4	6	0,071429	0,107143	0,001136	0,000501
5	6	4	6	0,071429	0,107143	0,001136	0,000501
5	8	4	12	0,071429	0,214286	0,001199	0,000501
6	3	8	0	0,142857	0	0,001117	0,000513
6	5	8	6	0,142857	0,107143	0,001136	0,000513
6	6	8	6	0,142857	0,107143	0,001136	0,000513

	n	x	y	ξ	η	A	B
6	9	8	12	0,142857	0,214286	0,001199	0,000513
7	4	0	6	0	0,107143	0,001136	0,000497
7	7	0	12	0	0,214286	0,001199	0,000497
7	8	0	12	0	0,214286	0,001199	0,000497
8	5	4	6	0,071429	0,107143	0,001136	0,000501
8	7	4	0	0,071429	0	0,001117	0,000501
8	8	4	12	0,071429	0,214286	0,001199	0,000501
8	9	4	12	0,071429	0,214286	0,001199	0,000501
9	6	4	12	0,071429	0,214286	0,001199	0,000501
9	8	4	12	0,071429	0,214286	0,001199	0,000501
9	9	8	12	0,142857	0,214286	0,001199	0,000513

Матрица коэффициентов L уравнений (3.12) имеет вид:

$$\begin{bmatrix} -0,0032 & 0,0022 & 0 & 0,0010 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0,0011 & -0,0032 & 0,0011 & 0 & 0,0010 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0,0011 & -0,0032 & 0 & 0 & 0,0010 & 0 & 0 & 0 \\ 0,0005 & 0 & 0 & -0,0033 & 0,0023 & 0 & 0,0005 & 0 & 0 \\ 0 & 0,0005 & 0 & 0,0011 & -0,0033 & 0,0011 & 0 & 0,0005 & 0 \\ 0 & 0 & 0,0005 & 0 & 0,0011 & -0,0033 & 0 & 0 & 0,0005 \\ 0 & 0 & 0 & 0,0005 & 0 & 0 & -0,0034 & 0,0024 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0,0005 & 0 & 0,0012 & -0,0034 & 0,0012 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0,0005 & 0 & 0,0012 & -0,0034 \end{bmatrix}$$

Решая систему уравнений (3.13) получаем следующие значения функций напряжений:

$$\bar{\varphi} = \begin{bmatrix} \varphi_0 \\ \varphi_1 \\ \varphi_2 \\ \varphi_4 \\ \varphi_5 \\ \varphi_6 \\ \varphi_8 \\ \varphi_9 \\ \varphi_{10} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 13227,8 \\ 11837,0 \\ 7543,8 \\ 12113,5 \\ 10858,6 \\ 6957,1 \\ 8278,6 \\ 7470,0 \\ 4889,8 \end{bmatrix}.$$

По формуле (3.15) вычисляем значения функций напряжений для внеконтурных узлов оболочки:

Для узла 1':

$$\begin{aligned}\varphi'_1 &= -\varphi_1 - R_1^2 \cdot R_2 \cdot (1 - \eta_{m,n}^2)^{3/2} \cdot (\Delta\xi)^2 \cdot Z_{m,n} = \\ &= -11837,0 - 56^2 \cdot 56 \cdot (1 - 0)^{3/2} \cdot \left(\frac{1}{14}\right)^2 \cdot 3,23 = -14731,08 \text{ кНм},\end{aligned}$$

при $y = 0, x = 6$

$$\eta_{mn} = \eta_1 = \frac{y}{R_2} = \frac{0}{56} = 0 \quad \text{и} \quad Z_{mn} = Z = 3,23 \text{ кН/м}^2,$$

поскольку нагрузка на оболочку равномерно распределенная.

Аналогично вычисляем значения функций напряжений для всех других внеконтурных узлов.

Для узла 5':

$$\begin{aligned}\varphi'_5 &= -\varphi_5 - R_1^2 \cdot R_2 \cdot (1 - \eta_{m,n}^2)^{3/2} (\Delta\xi)^2 \cdot Z_{m,n} = \\ &= -10858,6 - 56^2 \cdot 56 (1 - 0,107^2)^{3/2} \cdot \left(\frac{1}{14}\right)^2 \cdot 3,23 = -13703,12 \text{ кНм},\end{aligned}$$

$$\text{где } \eta_{mn} = \eta_5 = \frac{y}{R_2} = \frac{6}{56} = 0,107.$$

Для узла 4':

$$\begin{aligned}\varphi'_4 &= -\varphi_4 - R_1^2 \cdot R_2 \cdot (1 - \eta_{m,n}^2)^{3/2} (\Delta\xi)^2 \cdot Z_{m,n} = \\ &= -12113,5 - 56^2 \cdot 56 \cdot (1 - 0,107^2)^{3/2} \cdot \left(\frac{1}{14}\right)^2 \cdot 3,23 = -14958,0 \text{ кНм},\end{aligned}$$

$$\text{где } \eta_{mn} = \eta_4 = \frac{y}{R_2} = \frac{6}{56} = 0,107.$$

Определяем значения усилий N_1 , N_2 и S в узлах сетки оболочки по формулам (3.16)–(3.18).

Для узла 0:

$$\begin{aligned}N_1 &= (\varphi_4 - 2 \cdot \varphi_0 + \varphi_4) / R_2^2 \cdot (\Delta\eta)^2 = \\ &= \frac{12113,5 - 2 \cdot 13227,8 + 14958,0}{56^2 \cdot \left(\frac{3}{28}\right)^2} = -61,91 \text{ кН/м},\end{aligned}$$

$$N_2 = (\varphi_1 - 2 \cdot \varphi_0 + \varphi_1) / R_1^2 \cdot (\Delta \xi)^2 = \\ = \frac{11837,0 - 2 \cdot 13227,8 + 14731,08}{56^2 \cdot \left(\frac{1}{14}\right)^2} = -173,90 \text{ кН/м};$$

$$S = -(\varphi_5 - \varphi_5 - \varphi_5 + \varphi_5) / R_1 \cdot R_2 \cdot \Delta \xi \cdot \Delta \eta = \\ = -\frac{10858,6 - 10858,6 + 13703,12 - 13703,12}{56 \cdot 56 \cdot 4 \cdot \frac{1}{14} \cdot \frac{3}{28}} = 0 \text{ кН/м};$$

Для узла 1:

$$N_1 = \frac{13703,12 - 2 \cdot 11837,0 + 10858,6}{56^2 \cdot \left(\frac{3}{28}\right)^2} = -54,36 \text{ кН/м};$$

$$N_2 = \frac{7543,8 - 2 \cdot 11837,0 + 13227,8}{56^2 \cdot \left(\frac{1}{14}\right)^2} = -181,40 \text{ кН/м};$$

$$S = -\frac{6957,1 - 12113,5 - 6957,1 + 12113,5}{4 \cdot 56 \cdot 56 \cdot \frac{1}{14} \cdot \frac{3}{28}} = 0 \text{ кН/м}.$$

Аналогично вычисляются усилия во всех остальных узлах по поверхности оболочки.

Результаты вычисленных значений величин нормальных и сдвигающих усилий от полной нагрузки $q = 4,21 \text{ кН/м}^2$ приведены в табл. 3.4.

По найденным значениям строят эпюры усилий (рис. 3.6а, б, в). По результатам статического расчета выполняют конструктивный расчет железобетонных оболочек (подбор арматуры) на основе требований I и II групп предельных состояний. Рассмотрим подбор арматуры по действующим нормам [23], исходя из требований I группы предельных состояний.

Определение толщины оболочки в угловых зонах. Используя условие прочности для бетона [23] и полученное максимальное значение главных сжимающих усилий N_{m1} (см. табл. 3.4), можно записать:

$$\sigma_{m1} = \frac{N_{m1}}{1 \cdot t} \leq 0,3R_b,$$

отсюда:

$$t \geq \frac{N_{m1}}{0,3R_b} = \frac{496,52}{0,3 \cdot 20 \cdot 10^3} = 0,083 \text{ м.}$$

Принимаем $t = 0,08$ м. В угловых зонах, на расстоянии 5,40 м от линии контура толщину оболочки принимаем 0,10 м.

Проверяем достаточность принятой толщины оболочки в центре покрытия из условия устойчивости [22]:

$$q \leq 0,064 E_b (t/R_2)^2 = 0,064 \cdot 3,45 \cdot 10^7 \cdot (0,08/56)^2 = 4,51 \text{ кН/м}^2.$$

Так как $q = 4,21 \text{ кН/м}^2 < 4,51 \text{ кН/м}^2$, то принятая толщина оболочки $t = 0,08$ м обеспечивает условие устойчивости.

Таблица 3.4

Нормальное, сдвигающее и главное усилия в оболочке при равномерно распределенной нагрузке

Узел	N_1	N_2	S	N_{m1}	N_{m2}
0	-61,91	-173,90	0	-61,91	-173,90
1	-54,36	-181,40	0	-54,36	-181,40
2	-32,60	-203,20	0	-32,60	-203,20
3	0	0	0	0	0
4	-75,57	-156,90	0	-75,57	-156,90
5	-66,95	-165,40	-23,91	-61,45	-178,90
6	-41,13	-191,0	-45,49	-28,40	-203,70
7	0	0	-57,97	-57,97	-57,97
8	-123,40	-101,10	0	-101,10	-123,40
9	-113,70	-110,70	-53,80	-58,40	-166,00
10	-78,40	-144,30	-113,10	6,44	-229,20
11	0	0	-146,30	-146,30	-146,30
12	0	0	0	0	0
13	0	0	-73,29	73,29	-73,29
14	0	0	-157,0	157,00	-157,00
15	0	0	-496,52	496,52	-496,52

Расчет армирования оболочки. В местах, где $N_{m1} > R_{bt}$, растягивающие усилия должны полностью восприниматься арматурой, расположенной перпендикулярно диагонали плана, т.е. по направлению главных растягивающих напряжений. Значение погонных растяги-

вающих усилий воспринимаемых бетоном (усилия трещинообразования) согласно [23] будет равно:

$$1 \cdot R_{bt} \cdot t = 1 \cdot 1,3 \cdot 10^3 \cdot 0,10 = 130,0 \text{ кН/м.}$$

На участке оболочки между узлами 10, 11, 14 и 15 главные растягивающие усилия по длине диагонали 10–15 изменяются от 6,44 до 496,52 кН/м (см. рис. 3.6в). Принимая линейный закон изменения этих усилий, найдем, что усилия, превышающие 130,0 кН/м, распределены на участке диагонали 5,39 м.

Разбиваем участок диагонали на три зоны шириной 2,0; 2,0; 1,39 м (угловая). В зоне шириной 2,0 м N_{m1} изменяется от 130,0 кН/м до 265,90 кН/м и суммарное растягивающее усилие составит:

$$N_{m1} = \frac{130,0 + 265,90}{2} \cdot 2,0 = 395,90 \text{ кН,}$$

а требуемая площадь арматуры:

$$A_s = \frac{N_{m1}}{R_s} = \frac{395,90}{365 \cdot 10^3} = 10,85 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2,$$

или на 1 м $A_s = 10,85 \cdot 10^{-4} / 2 = 5,43 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2$.

Принимаем 5 $\varnothing 12$ А-III, $A_s = 5,65 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2$, шаг 200 мм.

Во второй зоне шириной 2,0 м N_{m1} изменяется от 265,90 до 401,8 кН/м.

Суммарное усилие и требуемая площадь арматуры соответственно:

$$N_{m1} = \frac{265,90 + 401,8}{2} \cdot 2,0 = 667,7 \text{ кН,}$$

$$A_s = \frac{667,7}{365 \cdot 10^3} = 18,29 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2,$$

или на 1 м $A_s = 18,29 \cdot 10^{-4} / 2 = 9,15 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2$.

Принимаем 10 $\varnothing 12$ А-III, $A_s = 11,31 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2$, шаг 100 мм.

В угловой зоне шириной 1,39 м главные усилия изменяются от 401,8 до 496,52 кН/м. Тогда суммарное растягивающее усилие будет равно:

$$N_{m1} = \frac{401,8 + 496,52}{2} \cdot 1,39 = 624,33 \text{ кН,}$$

Требуемая площадь арматуры:

$$A_s = \frac{624,33}{365 \cdot 10^3} = 17,10 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2,$$

или на 1 м $A_s = 17,1 \cdot 10^{-4} / 1,39 = 12,31 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2$.

Принимаем 10 Ø 14 А-III, $A_s = 15,39 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2$, шаг 100 мм.

Главные сжимающие усилия (рис. 3.6в) нигде не превышают:

$$1 \cdot R_b \cdot \gamma_{b2} \cdot t = 1 \cdot 20 \cdot 0,9 \cdot 10^3 \cdot 0,10 = 1800 \text{ кН/м}.$$

Поэтому по всей поверхности оболочку можно армировать конструктивно двойной сеткой марки

$$\frac{5Bp - I - 200}{5Bp - I - 200} \quad 2360 \times 7260 \quad \frac{30}{30}.$$

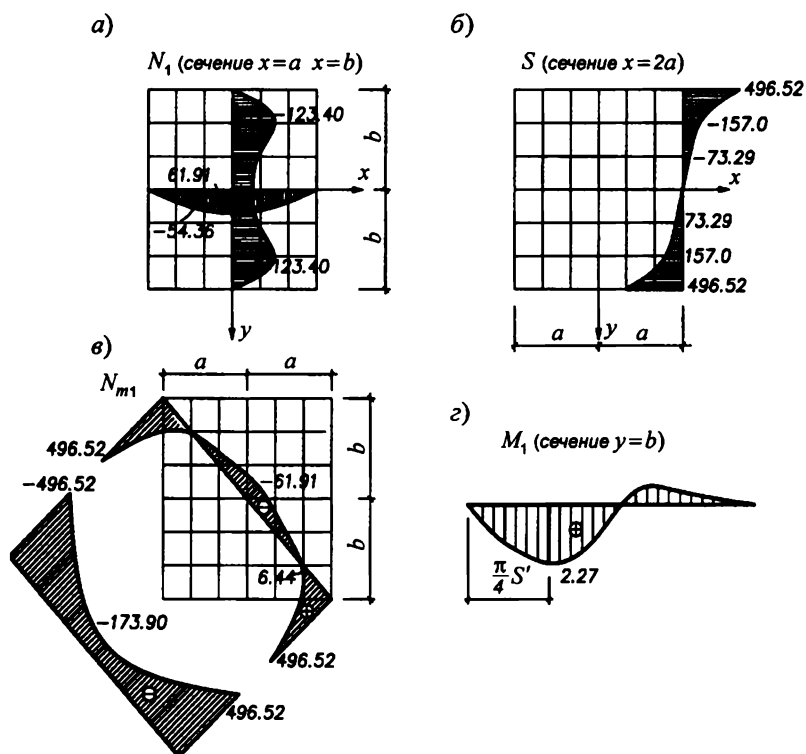


Рис. 3.6. Эпюры внутренних сил и моментов в оболочке:

a – усилие N_1 для сечений $x=0$ и $y=0$; $б$ – усилие S для сечения $x=a$; $в$ – главные усилия N_{m1} и N_{m2} в сечении по диагонали 15–15'; $г$ – изгибающий момент в зоне местного изгиба

Учет краевого эффекта. В соответствии с рекомендациями [13, 20, 22] зона действия изгибающих моментов в приконтурной зоне оболочки (зоне краевого эффекта) распространяется не далее $3 \cdot S' = 5,40$ м от края (рис. 3.7), где $S' = 0,76 \sqrt{R_2 t} = 0,76 \sqrt{56 \cdot 0,10} = 1,8$ м. Значение наибольшего изгибающего момента в этой зоне (рис. 3.6г) на расстоянии $x = \pi S'/4 = 3,14 \cdot 1,8/4 = 1,41$ м от контура оболочки составит:

$$M_{1\max} = \frac{q(S')^2}{6} = \frac{4,21 \cdot 1,80^2}{6} = 2,27 \text{ кН/м}.$$

Приконтурную зону шириной 5,40 м армируем сеткой, укладываемой в нижней зоне оболочки. По полученному значению максимального момента в этой зоне определяем требуемое сечение рабочей арматуры сетки на 1 м ширины:

$$\lambda_m = \frac{M_{1\max}}{R_b \gamma_{b2} b h_0^2} = \frac{2,27}{20 \cdot 0,9 \cdot 10^3 \cdot 1 \cdot 0,08^2} = 0,020;$$

$$\xi = 1 - \sqrt{1 - 2\lambda_m} = 1 - \sqrt{1 - 2 \cdot 0,020} = 0,020;$$

$$\nu = 1 - 0,5\xi = 1 - 0,5 \cdot 0,020 = 0,990;$$

$$A_s = \frac{M_{1\max}}{R_s \nu h_0} = \frac{2,27}{360 \cdot 10^3 \cdot 0,990 \cdot 0,080} = 0,79 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2.$$

Принимаем 4 Ø 5 Вр-I, $A_s = 0,79 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2$, шаг 250 мм.

Схема армирования оболочки показана на рис. 3.7.

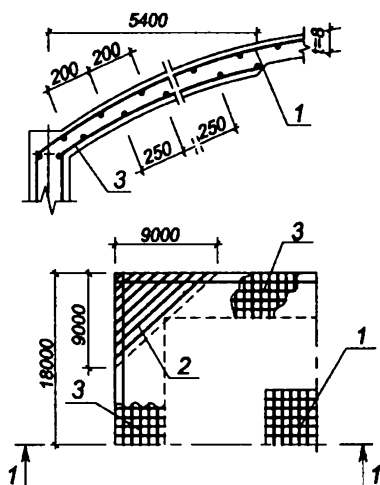


Рис. 3.7. Схема армирования оболочки:

1 – конструктивная арматура в зоне сжимающих напряжений; 2 – рабочая арматура для восприятия главных растягивающих усилий; 3 – то же, моментов

Касательные усилия S , изменяющиеся от нуля (в узле 3) до 503,4 кН/м (в узле 15). Эти усилия с оболочки передаются на диафрагмы.

Расчет по второй группе предельных состояний (трещиностойкость, ширина раскрытия трещин) выполняют по методике действующих норм [23]. При этом в качестве исходных данных принимают усилия, полученные в результате статического расчета оболочки при нормативной нагрузке (q_{ser}).

3.3. Алгоритм и пример расчета пологих гладких оболочек и многогранников по моментной теории с использованием тригонометрических рядов

В основу алгоритма расчета пологих гладких оболочек и многогранников с прямоугольным планом, при шарнирно-неподвижном закреплении краев в вертикальных плоскостях положено решение [20] в двойных тригонометрических рядах относительно функций прогибов W и усилий F . Оно принадлежит к наиболее простым аналитическим методам и широко используется в практике проектирования для отдельно стоящих большепролетных оболочек-покрытий, а также для многоволновых покрытий, у которых оболочки искусственно разрезаются при опирании на диафрагму. Такая разрезка имеет свои достоинства (ликвидация существенных растягивающих усилий в ендовах), что, в частности, реализовано в типовых сборных оболочках положительной гауссовой кривизны.

В качестве расчетной схемы принята пологая оболочка, имеющая по всем четырем сторонам шарнирно-неподвижное закрепление в вертикальной плоскости (рис. 3.8). Граничные условия при $x = 0$ и $x = a$ заданы следующие:

$$\text{геометрические} \quad W = 0, \quad V = 0, \quad (3.27)$$

$$\text{статические} \quad N_x = 0, \quad M_x = 0, \quad (3.28)$$

те же условия при $y = 0$ и $y = b$:

$$W = 0, \quad U = 0, \quad N_y = 0, \quad M_y = 0, \quad . \quad (3.29)$$

Оболочка нагружена произвольной вертикальной нагрузкой g (индекс Z при g_z здесь и далее опущен).

Статический расчет оболочки производим в следующем порядке:

1. Задаем граничные условия в виде выражений (3.28 и 3.29).

2. Вычисляем углы перелома граней и сосредоточенные кривизны по формулам¹⁾:

$$\psi_x = (2/d) \arctg[a/(2(R_x - f_1))]; \quad (3.30)$$

$$\psi_y = (2/c) \arctg[b/(2(R_y - f_2))]; \quad (3.31)$$

$$K_x = \psi_x d / a; \quad (3.32)$$

$$K_y = \psi_y c / b. \quad (3.33)$$

За исходные данные при расчете принимаются следующие параметры (см. рис. 3.8):

a, b – размеры сторон оболочки в плане, t – толщина оболочки (или приведенная толщина для ребристой оболочки), f_1, f_2 и f – стрелы подъема оболочки, R_x и R_y – радиусы кривизны соответственно в направлении осей x и y , M и N – число участков, полученных в результате деления сторон плана оболочки условной сеткой, c и d – количество интервалов (граней) между линиями переломов поверхности, соответственно в направлении осей y и x (для многогранников). Нагрузки, характеристики материалов и расчетные коэффициенты принимаются аналогично предыдущему алгоритму (см. п. 3.2).

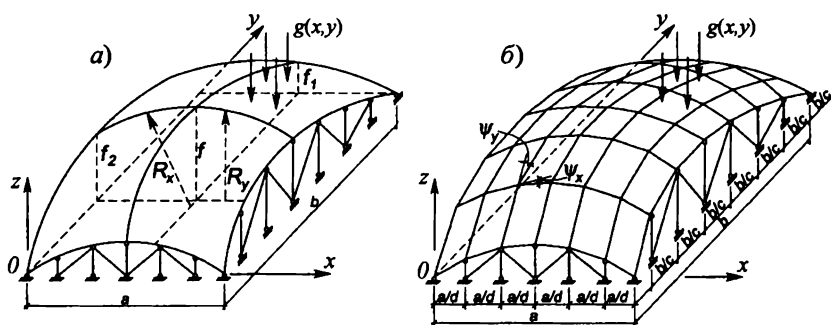


Рис. 3.8. Расчетная схема пологой оболочки положительной гауссовой кривизны:

a – гладкой; b – многогранника

¹⁾ Для гладких оболочек вычисление параметров ψ_x и ψ_y не требуется, а значение кривизн определяется по радиусам кривизны.

3. Вычисляем относительные геометрические и физические параметры:

$$a_{mn} = \frac{(k_y m^2 + k_x \gamma^2 n^2)^2}{(m^2 + \gamma^2 n^2)^4 + \mu(k_y m^2 + k_x \gamma^2 n^2)^2}; \quad (3.34)$$

$$b_{mn} = \frac{a_{mn}}{k_y m^2 + k_x \gamma^2 n^2}; \quad (3.35)$$

$$(m, n = 1, 2, 3, \dots, M, N);$$

$$\gamma = \frac{a}{b}; \quad (3.36)$$

$$D = \frac{Et^3}{12(1-\nu^2)}; \quad (3.37)$$

$$\mu = \frac{12(1-\nu^2) \cdot a^4}{t^2 \pi^4}. \quad (3.38)$$

4. Усилия и перемещения в оболочке, при действии равномерно распределенной нагрузки находим из выражений:

$$N_x = -\frac{16\mu\gamma^2 \cdot g}{\pi^2} \cdot \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{m} \cdot b_{mn} \cdot \sin \frac{m\pi}{a} x \cdot \sin \frac{n\pi}{b} y; \quad (3.39)$$

$$N_y = -\frac{16\mu g}{\pi^2} \cdot \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{m}{n} \cdot b_{mn} \cdot \sin \frac{m\pi}{a} x \cdot \sin \frac{n\pi}{b} y; \quad (3.40)$$

$$S = -\frac{16\mu \cdot \gamma \cdot g}{\pi^2} \cdot \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{m}{n} \cdot b_{mn} \cdot \cos \frac{m\pi}{a} x \cdot \cos \frac{n\pi}{b} y; \quad (3.41)$$

$$W = \frac{16a^4 g}{\pi^6 D} \cdot \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1 - \mu \cdot a_{mn}}{mn(m^2 + \gamma^2 n^2)^2} \cdot \sin \frac{m\pi}{a} x \cdot \sin \frac{n\pi}{b} y; \quad (3.42)$$

$$\bar{Q}_x = \frac{16 \cdot \gamma \cdot a \cdot g}{\pi^3} \cdot \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1 - \mu \cdot a_{mn}}{n(m^2 + \gamma^2 n^2)^2} \cdot \cos \frac{m\pi}{a} x \cdot \sin \frac{n\pi}{b} y; \quad (3.43)$$

$$\bar{Q}_y = \frac{16 \cdot \gamma \cdot a \cdot g}{\pi^3} \cdot \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1 - \mu \cdot a_{mn}}{m(m^2 + \gamma^2 n^2)^2} \cdot \sin \frac{m\pi}{a} x \cdot \cos \frac{n\pi}{b} y; \quad (3.44)$$

$$M_x = \frac{16 \cdot a^2}{\pi^4} \cdot g \cdot \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(m^2 + \gamma^2 \cdot n^2)(1 - \mu \cdot a_{mn})}{mn(m^2 + \gamma^2 n^2)^2} \cdot \sin \frac{m\pi}{a} x \cdot \sin \frac{n\pi}{b} y; \quad (3.45)$$

$$M_y = \frac{16 \cdot a^2 \cdot g}{\pi^4} \cdot \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(\gamma m^2 \cdot \gamma^2 \cdot n^2)(1 - \mu \cdot a_{mn})}{mn(m^2 + \gamma^2 n^2)^2} \cdot \sin \frac{m\pi}{a} x \cdot \sin \frac{n\pi}{b} y; \quad (3.46)$$

$$H = \frac{16 \cdot \gamma \cdot a^2 \cdot (1-\nu)g}{\pi^4} \cdot \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(1-\mu \cdot a_{mn})}{(m^2 + \gamma^2 n^2)^2} \cdot \cos \frac{m\pi}{a} x \cdot \cos \frac{n\pi}{b} y. \quad (3.47)$$

Блок-схема описанного алгоритма приведена на рис. 3.9.

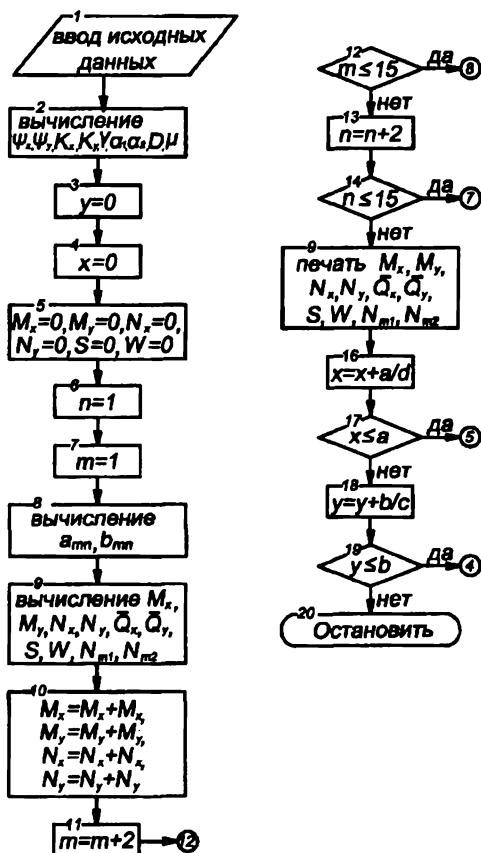


Рис. 3.9. Блок-схема алгоритма расчета пологих гладких оболочек и многогранников

Примечание. Число удерживаемых членов в рядах (3.39)–(3.47) определяется требуемой точностью расчета. Как видно из структуры коэффициентов, каждый из которых представляет собой дробь, числитель и знаменатель этой дроби являются многочленами относительно индексов m и n . Чем больше степень знаменателя, тем быстрее сходится ряд. Если, например, сравнить выражения для N_x (3.39) и M_x

(3.45), подставив в них значения a_{mn} (3.34) и b_{mn} (3.35), то можно убедиться, что у полученных дробей знаменатели одинаковы. В то же время в числителе выражений для N_x стоит полином четвертой степени, а в выражении для M_x — шестой. Следовательно, ряд для N_x сходится быстрее, чем для M_x . Несложно также убедиться, что вообще ряды для мембранных усилий сходятся быстрее, чем для моментных.

Численные расчеты пологих оболочек на ЭВМ показали, что при распределенной нагрузке приемлемые результаты можно получить при удержании 10–15 гармоник для m и n .

5. Главные усилия в оболочке определяют по формуле:

$$N_{m1} = (N_x + N_y)/2 \pm \sqrt{[(N_x - N_y)/2]^2 + S^2}. \quad (3.48)$$

Пример расчета железобетонного покрытия в форме пологого многогранника

Числовой расчет выполняется для отдельно стоящей полой оболочкой из сборных железобетонных ребристых плит заводского изготовления размером 3×7 м. Контурные элементы железобетонных оболочек приняты в виде металлических ферм. При плоских плитах реальная поверхность оболочек представляет собой многогранник (см. рис. 3.86).

Основные геометрические параметры оболочки следующие: размеры сторон плана $a = 36,0$ м, $b = 42,0$ м, приведенная толщина (с учетом ребер) $t = 0,07$ м, стрелы подъема $f_1 = 3,0$ м, $f_2 = 3,0$ м, $f = 6,0$ м, радиусы кривизны $R_1 = 55,5$ м, $R_2 = 75,0$ м.

Расчетные нагрузки, кПа: $g = 3,42$, $g_{ser} = 2,89$, $p_s = 0,98$, $p_{s,ser} = 0,70$, полные: $g + p_s = 4,40$, $g_{ser} + p_{s,ser} = 3,59$.

Характеристики материалов: класс бетона В 30, $R_b = 17$ МПа, $\gamma_{b2} = 0,9$, $R_{bt} = 1,2$ МПа начальный модуль упругости бетона $E = 32500$ МПа, коэффициент поперечных деформаций бетона $\nu = 0,2$, класс арматуры А-III, $R_s = 365$ МПа.

1. Формулируем граничные условия для случая шарнирно неподвижного закрепления контура многогранника в вертикальной плоскости:

при $x = 0$ и $x = a$:

$$V = 0, W = 0, N_x = 0, M_x = 0;$$

при $y = 0$ и $y = b$:

$$U = 0, W = 0, N_y = 0, M_y = 0.$$

2. Вычисляем углы перелома граней и сосредоточенные кривизны по формулам (3.30)–(3.33):

$$\psi_x = \frac{2}{d} \arctg \frac{a}{2(R_x - f_1)} = \frac{2}{6} \arctg \frac{36}{2(55,5 - 3)} = 0,1101 \text{ рад};$$

$$\psi_y = \frac{2}{c} \arctg \frac{b}{2(R_y - f_2)} = \frac{2}{6} \arctg \frac{42}{2(75 - 3)} = 0,0946 \text{ рад};$$

$$k_x = \psi_x \cdot \frac{d}{a} = 0,1101 \cdot \frac{6}{36} = 0,01835;$$

$$k_y = \psi_y \cdot \frac{c}{b} = 0,0946 \cdot \frac{6}{42} = 0,01351.$$

3. Относительные геометрические и физические параметры оболочки находим из выражений (3.36)–(3.38), полагая при этом $m, n = 1, 3$

$$\gamma = \frac{a}{b} = \frac{36}{42} = 0,857;$$

$$\alpha_1 = \frac{f_1}{f} = \frac{3}{6} = 0,5; \quad \alpha_2 = \frac{f_2}{f} = \frac{3}{6} = 0,5;$$

$$D = \frac{Et^3}{12(1 - \nu^2)} = \frac{32500 \cdot 10^3 \cdot 0,07^3}{12(1 - 0,2^2)} = 967,665 \text{ кНм};$$

$$\mu = \frac{12(1 - \nu^2) \cdot a^4}{t^2 \pi^4} = \frac{12(1 - 0,2^2) \cdot 36^4}{0,07^2 \cdot 3,1416^4} = 40538428;$$

$$\begin{aligned} a_{11} &= \frac{(k_y \cdot m^2 + k_x \cdot m^2)^2}{(m + \gamma^2 \cdot n^2)^4 + \mu(k_y \cdot m^2 + k_x \cdot \gamma^2 \cdot n^2)^2} = \\ &= \frac{(0,01351 \cdot 1^2 + 0,01835 \cdot 1^2)^2}{(1 + 0,857^2 \cdot 3^2)^4 + 40538428 \cdot (0,01351 \cdot 1^2 + 0,01835 \cdot 0,857^2 \cdot 3^2)^2} = 2,4658 \cdot 10^{-8}; \end{aligned}$$

$$b_{11} = \frac{a_{11}}{k_y \cdot m^2 + k_x \cdot \gamma^2 \cdot n^2} = \frac{2,4658 \cdot 10^{-8}}{0,01351 \cdot 1^2 + 0,01835 \cdot 0,857^2 \cdot 3^2} = 9,137 \cdot 10^{-7};$$

$$\begin{aligned} a_{33} &= \frac{(0,01351 \cdot 3^2 + 0,01835 \cdot 0,857^2 \cdot 3^2)^2}{(3^2 + 0,857^2 \cdot 3^2)^4 + 40538428 \cdot (0,01351 \cdot 3^2 + 0,01835 \cdot 0,857^2 \cdot 3^2)^2} = \\ &= 2,407010 \cdot 10^{-8}; \end{aligned}$$

$$b_{33} = \frac{2,4070 \cdot 10^{-8}}{0,01351 \cdot 3^2 + 0,01835 \cdot 0,857^2 \cdot 3^2} = 9,91 \cdot 10^{-8};$$

$$a_{13} = \frac{(0,01351 \cdot 1^2 + 0,01835 \cdot 0,857^2 \cdot 3^2)^2}{(1^2 + 0,857 \cdot 3^2)^4 + 40538428 \cdot (0,01351 \cdot 1^2 + 0,01835 \cdot 0,857^2 \cdot 3^2)^2} = 2,4556 \cdot 10^{-8};$$

$$b_{13} = \frac{2,4556 \cdot 10^{-8}}{0,01351 \cdot 1^2 + 0,01835 \cdot 0,857^2 \cdot 3^2} = 1,822 \cdot 10^{-7};$$

$$a_{31} = \frac{(0,01351 \cdot 3^2 + 0,01835 \cdot 0,857^2 \cdot 1^2)^2}{(3^2 + 0,857 \cdot 1^2)^4 + 40538428 \cdot (0,01351 \cdot 3^2 + 0,01835 \cdot 0,857^2 \cdot 1^2)^2} = 2,4372 \cdot 10^{-8};$$

$$b_{31} = \frac{2,4372 \cdot 10^{-8}}{0,01351 \cdot 3^2 + 0,01835 \cdot 0,857^2 \cdot 1^2} = 1,804 \cdot 10^{-7}.$$

4. Следуя формулам (3.39) и (3.40), находим нормальные усилия в узлах многогранника, от полной расчетной нагрузки $g + p_s = 4,4$ МПа:

узел 16, сечение $x = a/2$; $y = b/2$ (рис. 3.10):

$$\begin{aligned} N_x &= -\frac{16\mu\gamma^2 g}{\pi^2} \sum_{m=1}^3 \sum_{n=1}^n \frac{n}{m} b_{mn} \sin \frac{m\pi}{a} x \cdot \sin \frac{n\pi}{b} y = \\ &= -\frac{16 \cdot 40538428 \cdot 0,857^2 \cdot 4,4}{3,1416^2} \times \left[9,137 \cdot 10^{-7} \cdot \sin \frac{18\pi}{36} \sin \frac{21\pi}{42} + \right. \\ &+ 3 \cdot 1,822 \cdot 10^{-7} \cdot \sin \frac{18\pi}{36} \sin \frac{3 \cdot 21\pi}{42} + \frac{1}{3} \cdot 1,804 \cdot 10^{-7} \cdot \sin \frac{3 \cdot 18\pi}{36} \sin \frac{21\pi}{42} + \\ &\left. + 9,91 \cdot 10^{-8} \cdot \sin \frac{3 \cdot 18\pi}{36} \sin \frac{3 \cdot 21\pi}{42} \right] = -86,238 \text{ кН/м}; \end{aligned}$$

узел 5, сечение $x = a/2$; $y = b/6$:

$$\begin{aligned} N_x &= -\frac{16 \cdot 40538428 \cdot 0,857^2 \cdot 4,4}{3,1416^2} \times \left[9,137 \cdot 10^{-7} \cdot \sin \frac{18\pi}{36} \sin \frac{7\pi}{42} + \right. \\ &+ 3 \cdot 1,822 \cdot 10^{-7} \cdot \sin \frac{18\pi}{36} \sin \frac{3 \cdot 7\pi}{42} + \frac{1}{3} \cdot 1,804 \cdot 10^{-7} \cdot \sin \frac{3 \cdot 18\pi}{36} \sin \frac{7\pi}{42} + \\ &\left. + 9,91 \cdot 10^{-8} \cdot \sin \frac{3 \cdot 18\pi}{36} \sin \frac{3 \cdot 7\pi}{42} \right] = -185,690 \text{ кН/м}; \end{aligned}$$

узел 14, сечение $x = 1/6 a$; $y = b/2$:

$$N_x = -21,2374 \cdot 10^7 \times \left[9,137 \cdot 10^{-7} \cdot \sin \frac{6\pi}{36} \sin \frac{21\pi}{42} + 3 \cdot 1,822 \cdot 10^{-7} \cdot \sin \frac{6\pi}{36} \sin \frac{3 \cdot 21\pi}{42} + \right. \\ \left. + \frac{1}{3} \cdot 1,804 \cdot 10^{-7} \cdot \sin \frac{3 \cdot 6\pi}{36} \sin \frac{21\pi}{42} + 9,91 \cdot 10^{-8} \cdot \sin \frac{3 \cdot 6\pi}{36} \sin \frac{3 \cdot 21\pi}{42} \right] = -30,677 \text{ кН/м};$$

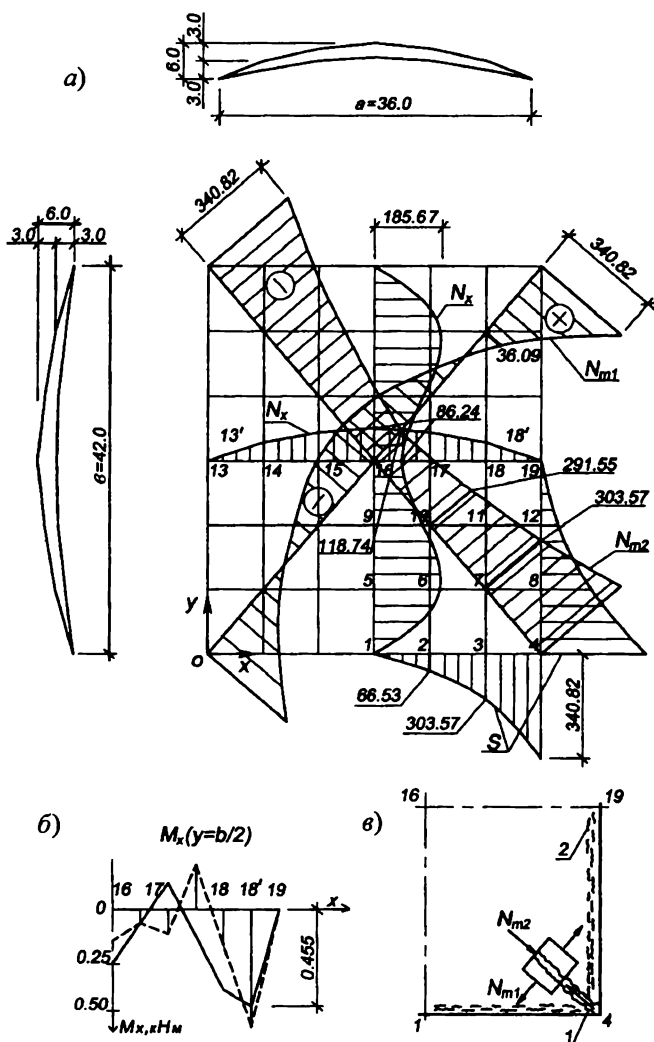


Рис. 3.10. Схема пологого многогранника и эпюры внутренних усилий N_x , N_{m1} , N_{m2} , S (кН/м) (а), изгибающих моментов M_x (кН·м) (б) и схема трещин (в)

узел 16, сечение $x = a/2$; $y = b/2$:

$$N_y = -\frac{16\mu g}{\pi^2} \sum_{m=1}^3 \sum_{n=1}^3 \frac{m}{n} b_{mn} \sin \frac{m\pi}{a} x \sin \frac{n\pi}{b} y = -\frac{16 \cdot 40538428 \cdot 4,4}{3,1416^2} \times \\ \times \left[9,137 \cdot 10^{-7} \cdot \sin \frac{18\pi}{36} \sin \frac{21\pi}{42} + \frac{1}{3} \cdot 1,822 \cdot 10^{-7} \cdot \sin \frac{18\pi}{36} \sin \frac{3 \cdot 21\pi}{42} + \right. \\ \left. + 3 \cdot 1,804 \cdot 10^{-7} \cdot \sin \frac{3 \cdot 18\pi}{36} \sin \frac{21\pi}{42} + 9,91 \cdot 10^{-8} \cdot \sin \frac{3 \cdot 18\pi}{36} \sin \frac{3 \cdot 21\pi}{42} \right] = \\ = -118,74 \text{ кН/м.}$$

5. Сдвигающие усилия в узлах оболочки, расположенных вдоль контура $x = 0$ и $x = a$, вычисляем по формуле (3.41):

узел 4, сечение $x = a$; $y = 0$:

$$S = -\frac{16\mu g}{\pi^2} \sum_{m=1}^3 \sum_{n=1}^3 b_{mn} \cos \frac{m\pi}{a} x \cdot \cos \frac{n\pi}{b} y = -\frac{16 \cdot 40538428 \cdot 0,857 \cdot 4,4}{3,1416^2} \times \\ \times \left[9,137 \cdot 10^{-7} \cdot \cos \frac{36\pi}{36} \cos \frac{0\pi}{42} + 1,822 \cdot 10^{-7} \cdot \cos \frac{36\pi}{36} \cos \frac{0 \cdot 3\pi}{42} + \right. \\ \left. + 1,804 \cdot 10^{-7} \cdot \cos \frac{3 \cdot 36\pi}{36} \cos \frac{0\pi}{42} + 9,91 \cdot 10^{-8} \cdot \cos \frac{3 \cdot 36\pi}{36} \cos \frac{0 \cdot 3\pi}{42} \right] = 340,82 \text{ кН/м;}$$

узел 19, сечение $x = a$; $y = 0$:

$$S = -\frac{16 \cdot 40538428 \cdot 0,857 \cdot 4}{3,1416^2} \times \left[9,137 \cdot 10^{-7} \cdot \cos \frac{36\pi}{36} \cos \frac{21\pi}{42} + 1,822 \cdot 10^{-7} \cdot \cos \frac{36\pi}{36} \times \right. \\ \left. \times \cos \frac{3 \cdot 21\pi}{42} + 1,804 \cdot 10^{-7} \cdot \cos \frac{3 \cdot 36\pi}{36} \cos \frac{21\pi}{42} + 9,91 \cdot 10^{-8} \cdot \cos \frac{3 \cdot 36\pi}{36} \cos \frac{3 \cdot 21\pi}{42} \right] = 0.$$

6. Прогибы оболочки определяются по формуле (3.42). Так для узла, расположенного в центре оболочки, значение прогиба составит:

$$W = -\frac{16a^4 g}{\pi^6 D} \sum_{m=1}^3 \sum_{n=1}^3 \frac{1 - \mu \cdot a_{mn}}{mn(m^2 + \gamma^2 n^2)^2} \sin \frac{m\pi}{a} x \sin \frac{n\pi}{b} y = -\frac{16 \cdot 36 \cdot 4,4}{3,1416^2 \cdot 967,665} \times \\ \times \left[\frac{1 - 40538428 \cdot 2,4658 \cdot 10^{-8}}{(1 + 0,857^2)^2} \cdot \sin \frac{18\pi}{36} \sin \frac{21\pi}{42} + \frac{1 - 40538428 \cdot 2,4556 \cdot 10^{-8}}{1 \cdot 3(1 + 0,857^2 \cdot 9)^2} \times \right. \\ \times \sin \frac{18\pi}{36} \sin \frac{3 \cdot 21\pi}{42} + \frac{1 - 40538428 \cdot 2,4372 \cdot 10^{-8}}{1 \cdot 3(9 + 0,857^2 \cdot 1)^2} \cdot \sin \frac{3 \cdot 18\pi}{36} \sin \frac{21\pi}{42} + \\ \left. + \frac{1 - 40538428 \cdot 2,407 \cdot 10^{-8}}{3 \cdot 3(9 + 0,857^2 \cdot 9)^2} \cdot \sin \frac{3 \cdot 18\pi}{36} \sin \frac{3 \cdot 21\pi}{42} \right] = -96,6 \cdot 10^{-4} \text{ м.}$$

Аналогично могут быть вычислены прогибы в других узлах многогранника по сечениям $x = a/2$ и $y = b/2$. Для оценки жесткости покрытия с позиций требований норм [23] необходимо вычислить составляющие полного прогиба соответственно от действия кратковременной постоянной и длительной нагрузок.

7. Находим значения изгибающих моментов M_x в узлах многогранника, расположенных по сечению $y = b/2$ (поскольку ряды в выражениях для моментов (3.45) и (3.46) сходятся медленнее, чем для нормальных сдвигающих усилий, то при вычислении моментов увеличим удерживаемое количество членов рядов до $m, n = 5$). В этой связи по формуле (3.34) дополнительно вычислены геометрические параметры a_{mn} и получены их следующие значения: $a_{55} = 2,1001$, $a_{53} = 2,2799$, $a_{35} = 2,2820$, $a_{51} = 2,3510$, $a_{13} = 2,3519$. Тогда значение M_x для узла 18' вычисляем по формуле (3.45):

$$\begin{aligned}
 M_x &= \frac{16a^2g}{\pi^4} \sum_{m=1}^5 \sum_{n=1}^5 \frac{(m^2 + \nu\gamma^2n^2)(1 - \mu a_{mn})}{mn(m^2 + \gamma^2n^2)^2} \cdot \sin \frac{m\pi}{a} x \cdot \sin \frac{n\pi}{b} y = \\
 &= \frac{16 \cdot 36^2 \cdot 4,4}{3,1416^4} \times \left[\frac{(1^2 + 0,2 \cdot 0,857^2 \cdot 1^2) \cdot (1 - 40538428 \cdot 2,4658 \cdot 10^{-8})}{1 \cdot 1(1^2 + 0,857^2 \cdot 1^2)^2} \times \right. \\
 &\times \sin \frac{33\pi}{36} \cdot \sin \frac{21\pi}{42} + \frac{(1^2 + 0,2 \cdot 0,857^2 \cdot 3^2) \cdot (1 - 40538428 \cdot 2,456 \cdot 10^{-8})}{1 \cdot 3 \cdot (1^2 + 0,857^2 \cdot 3^2)} \times \\
 &\times \sin \frac{33\pi}{36} \cdot \sin \frac{3 \cdot 21\pi}{42} + \frac{(3^2 + 0,2 \cdot 0,857^2 \cdot 1^2) \cdot (1 - 40538428 \cdot 2,4372 \cdot 10^{-8})}{3 \cdot 1 \cdot (3^2 + 0,857^2 \cdot 1^2)} \times \\
 &\times \sin \frac{3 \cdot 33\pi}{36} \cdot \sin \frac{21\pi}{42} + \frac{(3^2 + 0,2 \cdot 0,857^2 \cdot 3^2) \cdot (1 - 40538428 \cdot 2,4070 \cdot 10^{-8})}{3 \cdot 3(3^2 + 0,857^2 \cdot 3^2)^2} \times \\
 &\times \sin \frac{3 \cdot 33\pi}{36} \cdot \sin \frac{3 \cdot 21\pi}{42} \cdot \frac{(1^2 + 0,2 \cdot 0,857^2 \cdot 5^2) \cdot (1 - 40538428 \cdot 2,3519)}{1 \cdot 5(1^2 + 0,857^2 \cdot 5^2)} \times \\
 &\times \sin \frac{33\pi}{36} \cdot \sin \frac{5 \cdot 21\pi}{42} + \frac{(5^2 + 0,2 \cdot 0,857^2 \cdot 1^2) \cdot (1 - 40538428 \cdot 2,3510)}{5 \cdot 1 \cdot (5^2 + 0,857^2 \cdot 1^2)^2} \cdot \sin \frac{5 \cdot 33\pi}{36} \times \\
 &\times \sin \frac{21\pi}{42} + \frac{(3^2 + 0,2 \cdot 0,857^2 \cdot 5^2) \cdot (1 - 40538428 \cdot 2,2820)}{3 \cdot 5(3^2 + 0,857^2 \cdot 5^2)^2} \cdot \sin \frac{3 \cdot 33\pi}{36} \times \\
 &\times \sin \frac{5 \cdot 21\pi}{42} + \frac{(5^2 + 0,2 \cdot 0,857^2 \cdot 3^2) \cdot (1 - 40538428 \cdot 2,2799)}{5 \cdot 3(5^2 + 0,857^2 \cdot 3^2)^2} \cdot \sin \frac{5 \cdot 33\pi}{36} \times \\
 &\times \sin \frac{3 \cdot 21\pi}{42} + \frac{(5^2 + 0,2 \cdot 0,857^2 \cdot 5^2) \cdot (1 - 40538428 \cdot 2,1001)}{5 \cdot 5(5^2 + 0,857^2 \cdot 5^2)^2} \cdot \sin \frac{5 \cdot 33\pi}{36} \times \\
 &\left. \times \sin \frac{5 \cdot 21\pi}{42} \right] = 0,455 \text{ кН} \cdot \text{м}.
 \end{aligned}$$

Аналогично вычислены значения изгибающих моментов M_x в узлах 18, 17, 16 и 19 и получены следующие их значения:

Узел 18 – $M_x = 0,405$ кНм/м,

Узел 17 – $M_x = -0,151$ кНм/м,

Узел 16 – $M_x = 0,215$ кНм/м,

Узел 19 – $M_x = 0$.

8. Главные растягивающие и сжимающие усилия определяем по формуле (3.48). Их значения в направлении диагонали и перпендикулярно к ней вычисляем в следующих узлах многогранника:

узел 4:

$$N_{m1} = \frac{N_x + N_y}{2} + \sqrt{\left(\frac{N_x - N_y}{2}\right)^2 + S^2} = 0 + \sqrt{0 + 340,82^2} = 340,82 \text{ кН/м};$$

$$N_{m2} = \frac{N_x + N_y}{2} - \sqrt{\left(\frac{N_x - N_y}{2}\right)^2 + S^2} = 0 - \sqrt{0 + 340,82^2} = -340,82 \text{ кН/м}.$$

узел 16:

$$N_{m1} = \frac{-86,266 - 118,74}{2} + \sqrt{\left(\frac{-86,266 + 118,74}{2}\right)^2 + 0} = -86,266 \text{ кН/м};$$

$$N_{m2} = \frac{-86,266 - 118,74}{2} - \sqrt{\left(\frac{-86,266 + 118,74}{2}\right)^2 + 0} = -118,74 \text{ кН/м}.$$

Результаты расчета в виде эпюр нормальных и сдвигающих усилий изгибающих моментов и прогибов представлены на рис. 3.10а, б. На эпюре моментов (см. рис. 3.10б) сплошной линией показаны значения моментов, вычисленных при $m, n = 5$, а штриховкой – при $m, n = 7$.

Из рисунка видно, что в средней части оболочки действуют в основном мембранные усилия (N_x , N_y , и S) и, следовательно, напряженное состояние здесь близкое к безмоментному. Усилия моментного типа M_x , M_y , H , Q_x и Q_y быстро убывают по мере удаления от края (на рис. 3.10б это показано только для M_x , хотя такая же картина характерна для всех остальных усилий моментного типа). Как уже отмечалось, нарушение условий безмоментности в сравнительно малой области оболочки получило название «краевого эффекта». Механизм возникновения краевого эффекта и варианты его учета в практических расчетах описаны в работах [19, 25]. В угловых зонах оболочки возникают главные растягивающие усилия N_{m1} , которые действуют по диагональным сечениям (рис. 3.10а).

В связи с описанным характером напряженного состояния в пологой оболочке при рассматриваемых граничных условиях и равномерно распределенной нагрузке возможно появление трещин двух типов (см. рис. 3.10в):

- косые сквозные 1 по диагональным сечениям у углов от действия главных растягивающих усилий N_{m1} ;

- нормальные 2 на нижней поверхности оболочки, ориентированные параллельно близлежащим сторонам контура и вызванные действием изгибающих моментов соответствующего направления (M_x, M_y) в зонах появления краевого эффекта.

По результатам статического расчета выполняют *конструктивный расчет железобетонных элементов*, исходя из требований I и II групп предельных состояний. Рассмотрим расчет по I группе предельных состояний.

Определение толщины оболочки в угловых зонах. Оболочка проектируется из плоских плит размером 3×7 м, имеющих по контуру ребра высотой 300 мм и шириной 100 мм (рис. 3.11). Принимаем конструктивно толщину полки плит 35 мм. По периметру на боковых поверхностях ребер предусмотрены пазы для образования шпонок, воспринимающих сдвигающие усилия (см. сечение 5–5).

Минимальную толщину оболочки в угловой зоне t определяем согласно [22]:

$$t \geq \frac{N_{m1}}{1 \cdot 0,3 \cdot R_b} = \frac{340,82}{1 \cdot 0,3 \cdot 17 \cdot 10^3} = 0,067 \text{ м.}$$

С целью применения одного типоразмера плит утолщения в угловых зонах оболочки достигают с помощью набетонки монолитного железобетона, укладываемого поверх сборных плит. Принимаем общую толщину оболочки с учетом набетонки 0,11 м.

Проверка оболочки на устойчивость. Проверку на устойчивость производим из условия, что величина полной расчетной нагрузки не должна превышать:

$$g \leq 0,2 E_{b,fc} \left(\frac{t_{fc}}{R_2} \right)^2 k', \quad (3.49)$$

где $E_{b,fc}$ – модуль деформации бетона; t_{fc} – фиктивная толщина оболочки; R_2 – больший из радиусов кривизны; $\bar{k}' = f(R_2/R_1)$ – коэффициент, учитывающий увеличение нагрузки на оболочку с увеличением отношения R_2/R_1 .

Для оболочек переноса при $R_2/R_1 < 1,5$ $k' = 1$:

$$E_{b,fc} = \frac{E_b A_b}{b'_f t_{fc}}, \quad (3.50)$$

где b'_f – расстояние между осями соседних ребер.

Определяем геометрические характеристики поперечного сечения плиты. Вычисляем площадь сечения бетона (см. рис. 3.11):

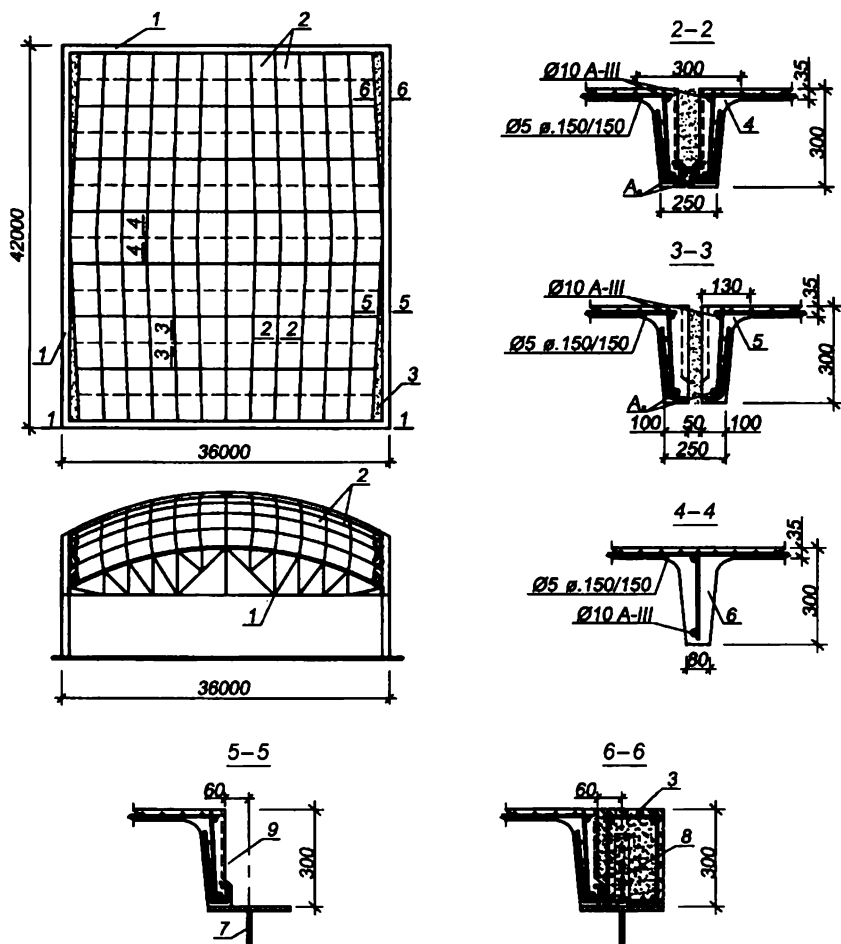


Рис. 3.11. Конструкция сборной пологой оболочки 36×42 м из плит 3×7 м:

1 – ферма-диафрагма; 2 – плита; 3 – бетон замоноличивания или доборная плита; 4, 5 и 6 – продольное, торцовое и поперечное ребро плиты соответственно; 7 – верхний пояс фермы-диафрагмы; 8 – упоры для восприятия сдвигающих усилий; 9 – шпонка

$$A_g = 2 \cdot 0,1 \cdot 0,3 + 0,035(2,98 - 0,20) = 0,1573 \text{ м}^2 = 1573 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2;$$

статический момент относительно нижней грани ребра:

$$S_g = 2 \cdot 0,1 \cdot 0,3 \cdot 0,15 + 0,035 \cdot (2,98 - 0,20)(0,30 - 0,0175) = 36487,3 \cdot 10^{-6} \text{ м}^3;$$

расстояние от центра тяжести сечения до нижней грани:

$$z = \frac{36487,3 \cdot 10^{-6}}{1573 \cdot 10^{-4}} = 23,2 \cdot 10^{-2} \text{ м};$$

момент инерции:

$$J_b = \frac{2 \cdot 0,1 \cdot 0,3^3}{12} + 2 \cdot 0,1 \cdot 0,3 \cdot \left(\frac{0,3}{2} - 0,232 \right)^2 + \frac{(2,98 - 0,2) \cdot 0,035^3}{12} + (2,98 - 0,2) \cdot 0,035 \times \left[\frac{0,035}{2} - (0,2 - 0,166) \right]^2 = 111151,2 \cdot 10^{-8} \text{ м}^4.$$

Таким образом, фиктивная толщина оболочки:

$$t_{fic} = \sqrt{12J_g / A_g} = \sqrt{\frac{12 \cdot 111151,2 \cdot 10^{-8}}{1573 \cdot 10^{-4}}} = 29,12 \cdot 10^{-2} \text{ м}.$$

Подставляя найденные геометрические характеристики оболочки в формулу (3.49), получим:

$$q = \frac{0,2 \cdot 32500 \cdot 10^3 \cdot 0,1573}{(2,98 - 0,10) \cdot 0,2912} \cdot \left(\frac{0,2912}{55,5} \right)^2 \cdot 1 = 33,56 \text{ кН/м}^2,$$

что больше расчетной нагрузки $q = 4,4 \text{ кН/м}^2$, и следовательно, потеря устойчивости оболочки не произойдет.

Расчет армирования угловых зон оболочки (см. рис. 3.1). В соответствии с указаниями руководства [22] в местах, где $N_{m1} > N_{br}$, растягивающие усилия должны полностью восприниматься арматурой, расположенной перпендикулярно диагонали плана.

Предельное растягивающее усилие, которое может быть воспринято бетонным сечением оболочки (на 1 м. п.):

$$1 \cdot R_{bt} \cdot t = 1 \cdot 1,2 \cdot 10^3 \cdot 0,035 = 42 \text{ кН/м}.$$

На участке оболочки между узлами 3, 4, 7 и 8 (см. рис. 3.10а) главные растягивающие усилия по длине диагонали 4–7 изменяются от 36,09 до 340,82 кН/м. Принимая линейное изменение этих усилий, найдем, что усилия, превышающие 42 кН/м, распределены на

длине 9,04 м. Разбиваем этот участок на четыре части шириной по 2,26 м каждая.

На первом участке шириной 2,26 м величина N_{m1} изменяется от 42 до 113,71 кН/м, суммарное усилие и требуемая площадь арматуры соответственно составляют:

$$N_{m1}^* = \frac{(42 + 113,71) \cdot 2,26}{2} = 175,95 \text{ кН};$$

$$A_s = \frac{N_{m1}^*}{R_s} = \frac{175,95}{365 \cdot 10^3} = 4,821 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2,$$

или из расчета на 1 м:

$$A_s = \frac{4,821 \cdot 10^{-4}}{2,26} = 2,13 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2.$$

Принимаем 5 Ø 8 А-III, $A_s = 2,51 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2$, шаг 200 мм.

На втором участке шириной 2,26 м величина N_{m1} изменяется от 113,71 до 185,42 кН/м, а N_{m1}^* и A_s соответственно составляют:

$$N_{m1}^* = \frac{(113,71 + 185,42) \cdot 2,26}{2} = 338,02 \text{ кН};$$

$$A_s = \frac{338,02}{365 \cdot 10^3} = 9,261 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2,$$

или из расчета на 1 м:

$$A_s = 9,261 \cdot 10^{-4} / 2,26 = 4,098 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2.$$

Принимаем 6 Ø 10 А-III, $A_s = 4,71 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2$, шаг 150–170 мм.

На третьем участке шириной 2,26 м величина N_{m1} изменяется от 185,42 до 224,12 кН/м, а N_{m1}^* и A_s соответственно составляют:

$$N_{m1}^* = \frac{(185,42 + 224,12) \cdot 2,26}{2} = 462,78 \text{ кН};$$

$$A_s = \frac{462,78}{365 \cdot 10^3} = 12,68 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2,$$

или из расчета на 1 м:

$$A_s = \frac{12,68 \cdot 10^{-4}}{2,26} = 5,61 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2.$$

Принимаем 5 Ø 12 А-III, $A_s = 5,65 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2$, шаг 200 мм. Из условий унификации диаметра арматуры целесообразно принять 8 Ø 10 А-III, $A_s = 6,28 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2$, шаг 125 мм.

На угловом участке шириной 2,26 м величина N_{m1} изменяется от 224,12 до 340,82 кН/м, суммарное усилие и требуемая площадь арматуры соответственно составляют:

$$N_{m1}^* = \frac{(224,12 + 340,82) \cdot 2,26}{2} = 638,38 \text{ кН};$$

$$A_s = \frac{638,38}{365 \cdot 10^3} = 17,49 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2,$$

или из расчета на 1 м:

$$A_s = \frac{17,49 \cdot 10^{-4}}{2,26} = 7,74 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2.$$

Принимаем 10 Ø 10 А-III, $A_s = 7,85 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2$, шаг 100 мм.

В соответствии с указаниями [22] проверяем *прочность бетона на сжатие для сборных плит*, расположенных в зоне действия максимальных сжимающих усилий. Предельное сжимающее усилие, которое может быть воспринято бетонным сечением оболочки $N_b = \gamma_{bc} \cdot R_{bt} \cdot l \cdot t = 0,9 \cdot 17 \cdot 10^3 \cdot 0,035 = 536 \text{ кН/м}$, что больше максимального сжимающего усилия в оболочке $N_{m2} = 340,82 \text{ кН/м}$. Следовательно, прочность бетона обеспечена.

Расчет арматуры в продольных ребрах плит (из условий прочности на изгиб в приконтурных зонах). На основании данных статического расчета максимальный изгибающий момент $M_{1, \max} = 0,455 \text{ кН} \cdot \text{м}$, изгибающий момент, приходящийся на два ребра плиты:

$$M = 0,455 \cdot 2,98 = 1,36 \text{ кНм}.$$

В первом приближении предполагаем, что нейтральная ось проходит в полке таврового сечения ребра и рассчитываем его как прямоугольное шириной b'_f [23]. Вводимое в расчет значение b'_f находим для заданных геометрических характеристик:

$$b'_f = 2 \cdot 6 \cdot 0,035 + 0,20 = 0,62 \text{ м},$$

$$\lambda_m = \frac{1,36}{0,9 \cdot 17 \cdot 10^3 \cdot 0,62 \cdot 0,275^2} = 0,0019.$$

По значению λ_m , следуя [7], находим $\nu = 0,995$, $\xi = 0,01$, $x = \xi h_0 = 0,01 \cdot 0,175 = 0,175 \cdot 10^{-2}$ м < $h'_f = 0,035$, следовательно, нейтральная ось действительно проходит в полке.

Требуемая площадь арматуры в одном ребре:

$$A_s = \frac{M}{2R_s \nu h_0} = \frac{1,36}{2 \cdot 365 \cdot 10^3 \cdot 0,955 \cdot 0,275} = 0,071 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2.$$

Процент армирования ребра плиты:

$$\mu = \frac{A_s}{bh_0} = \frac{0,072 \cdot 10^{-4}}{0,06 \cdot 0,275} = 0,000436.$$

В соответствии с требованиями [23] $\mu_{\min} = 0,05$ %, т.е. армирование ребер плит из расчета на изгиб в приконтурных зонах может быть принято конструктивно. Кроме этого, армирование продольных ребер плит должно быть проверено расчетом на монтажные и транспортные нагрузки.

Расчет полки плиты на действие равномерно распределенной нагрузки

Принимаем следующий состав нагрузки, на 1 м^2 полки плиты (кН/м^2): постоянная – от веса кровли $g_1 = 1,49$; от веса плиты толщиной $0,035$ м $p_g = 0,035 \cdot 25 \cdot 1,1 = 0,96$; всего $g = 2,45$; временная $p_s = 0,98$ и полная $q = 3,43$.

Считаем полку плиты жестко защемленной по контуру. Расчетная длина пролета плиты при ширине ребра 100 мм и толщине шва замоноличивания плит 50 мм составит: $l = 2,98 - 0,2 - 0,05 = 2,73$ м.

Изгибающий момент в расчетном сечении:

$$M' = \frac{\eta_1 q l^3}{48}, \quad (3.51)$$

где $\eta_1 = 0,8$ – коэффициент уменьшения площади сечения арматуры, учитывающий благоприятное влияние распора. В результате имеем:

$$M' = \frac{0,8 \cdot 3,43 \cdot 2,73^3}{48} = 1,16 \text{ кНм}.$$

Производим расчет арматуры:

$$\lambda_m = \frac{1,16}{0,9 \cdot 17 \cdot 10^3 \cdot 1,0 \cdot 0,0275^2} = 0,1.$$

По значению λ_m находим $\nu = 0,945$. Тогда:

$$A_s = \frac{M'}{R_s \nu h_0} = \frac{1,16}{365 \cdot 10^3 \cdot 0,945 \cdot 0,0275} = 1,223 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2.$$

Принимаем сварную сетку из арматуры класса Вр-I, с шагом рабочих стержней 110 мм и шагом монтажных стержней 250 мм:

$$A_s = 1,26 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2.$$

Проверка прочности полки на местную сосредоточенную силу в стадии монтажа. Определим предельную сосредоточенную силу, которая может быть приложена к полке вместо равномерно распределенной снеговой нагрузки $P_{scr} = 0,70 \text{ кН/м}^2$.

Высота сжатой зоны бетона:

$$x = \frac{R_s A_s}{\gamma_{b2} R_b b_f} = \frac{365 \cdot 2,52 \cdot 10^{-4}}{0,9 \cdot 17 \cdot 2,98} = 0,2 \cdot 10^{-4} \text{ м}.$$

Предельный изгибающий момент:

$$M_1 = R_s \cdot A_s \cdot (h_0 - x/2) = 370 \cdot 10^3 \cdot 2,52 \cdot 10^{-4} \cdot (0,0175 - 0,002/2) = 1,52 \text{ кН} \cdot \text{м}.$$

Вычислим изгибающий момент в сечении плиты от действия собственного веса и веса кровли: $M = 0,8 \cdot 2,45 \cdot 2,73^3/48 = 0,93 \text{ кН} \cdot \text{м}.$

Предельная расчетная сосредоточенная сила, которая может быть приложена к полке плиты в стадии монтажа:

$$\bar{P} = \frac{8(2M_1 - 2M)}{\eta_1 l} = \frac{8(2 \cdot 1,54 - 2 \cdot 0,93)}{0,8 \cdot 2,83} = 4,3 \text{ кН},$$

а нормативная сила:

$$\bar{P}_{scr} = \bar{P} / \gamma_f = 4,3 / 1,2 = 3,6 \text{ кН}.$$

Расчет контурных диафрагм шарнирно опертой оболочки

Как уже указывалось, основной вид силового воздействия на контурные диафрагмы оболочки – воздействие касательных усилий $S(x)$. В рассматриваемом примере в качестве контурного элемента принята металлическая ферма-диафрагма (см. рис. 3.11). Для расчета такой конструкции необходимо установить особенность силового взаимодействия оболочки и опорных закреплений. Нагрузка от плит оболочки на контурный элемент передается в виде сдвигающих сил S (через закладные элементы и выпуски арматуры). Разложим касательные усилия S на вертикальную и горизонтальную составляющие

щие, включив в вертикальную составляющую и собственный вес диафрагмы $\bar{p}_g$ (рис. 3.12):

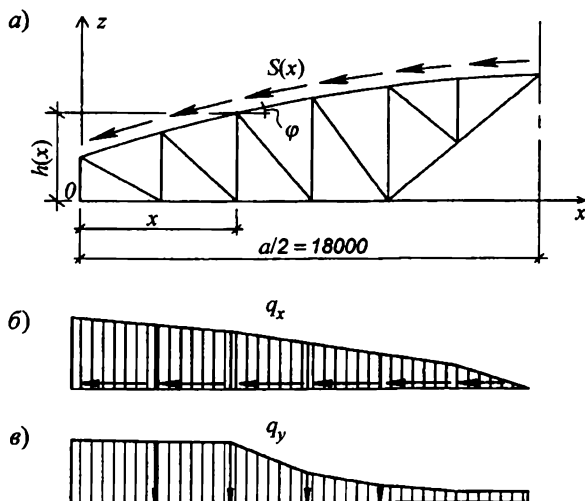


Рис. 3.12. К расчету диафрагм пологих оболочек:

a – схема передачи сдвигающих усилий на диафрагму; b, c – соответственно эпюра горизонтальных и вертикальных составляющих сдвигающих усилий

$$g_x = S(x) \cos \varphi; \quad (3.52)$$

$$g_y = S(x) \sin \varphi + \bar{p}_g. \quad (3.53)$$

Дальнейший расчет контурных элементов оболочки на действие нагрузок g_x и g_y производят как расчет обычных плоских стержневых систем с применением имеющихся вычислительных комплексов, например [11].

3.4. Алгоритм и пример расчета несущей способности пространственного покрытия в форме гиперболического параболоида

Рассмотрим железобетонное пространственное покрытие в форме одно- или четырехлепесткового гладкого гиперболического параболоида, окаймленного по контуру ребрами. Для расчета используем кинематический метод предельного равновесия (см. табл. 3.1, схему 1).

В стадии предельного равновесия оболочку расчленяют на жесткие диски по линиям текучести, которые бывают трех видов:

- 1) цилиндрические шарниры текучести;
- 2) линии разрыва, где бетон разрушен, и связь обеспечивается только растянутой арматурой;

- 3) линии сжатия, где предполагаются пластические деформации сжатого бетона. Полагают, что по этим линиям напряжения в растянутой арматуре равны пределу текучести, и весь сжатый бетон претерпевает пластические деформации.

Оболочки, опертые в нижних углах, закрепленных от горизонтальных смещений, в стадии предельного равновесия разрушаются по двухконсольной схеме излома (рис. 3.13). Для такой схемы излома возможны два случая расположения нейтральной оси: в пределах оболочки и в пределах ребер. Положение нейтральной оси определяют по формуле:

$$z_0 = \Theta h, \quad (3.54)$$

где Θ – характеристика растянутой зоны ребра, определяемая из выражения:

$$\Theta = \frac{(u\eta - 1 - \omega\xi)}{u\eta}. \quad (3.55)$$

Здесь ω , u , η , ξ – параметры определяющие геометрию и армирование гипара вычисляемые по формулам (3.58).

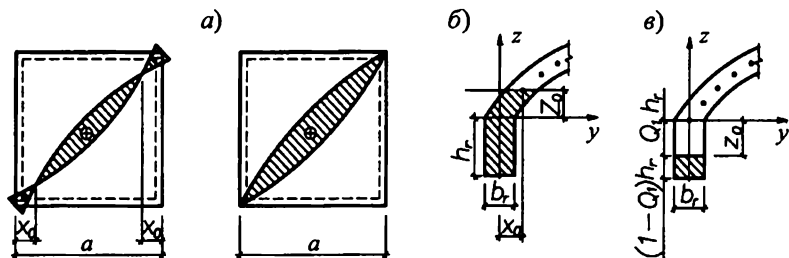


Рис. 3.13. К расчету оболочек, опертых по нижним углам закрепленным от горизонтальных смещений:

a – схема излома; b , c – схемы расположения нейтральной оси

Оболочки, опертые в нижних углах и соединенные затяжками, допускающими горизонтальное смещение, в стадии предельного

равновесия разрушаются по балочной схеме излома (рис. 3.14). При такой схеме излома возможны два случая расположения нейтральной оси: ниже контурных ребер и в пределах этих ребер.

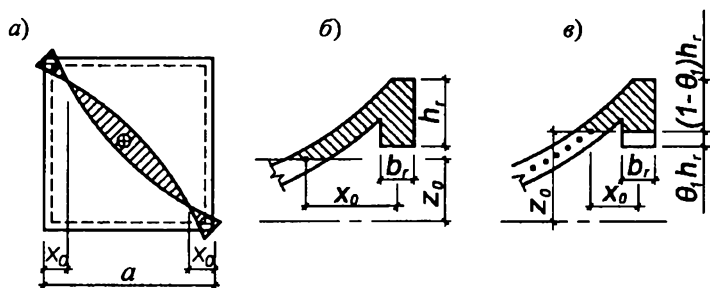


Рис. 3.14. К расчету оболочек, опертых по нижним углам соединенных затяжками:

a – схема излома; b, v – схемы расположения нейтральной оси

Схема излома покрытия из четырех оболочек с наклонными коньками и поднятыми углами представляет собой пятидисковый механизм, включающий центральный неподвижный и четыре консольных диска. Механизм разрушения состоит в «отламывании» консолей и повороте их относительно осей, расположенных в вертикальных плоскостях, ограничивающих центральный диск (рис. 3.15).

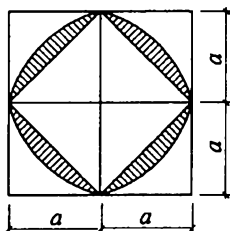


Рис. 3.15. К расчету покрытий с наклонными коньками

Схема излома покрытия с наклонными коньками и плоским контуром аналогична выше описанной.

Схема излома покрытия из четырех оболочек с горизонтальными коньками в общем случае также состоит из пяти дисков (рис. 3.16). При наличии коньковых балок, расположенных выше оболочки, нейтральная плоскость может пересекать либо оболочку,

либо коньковую балку. В последнем случае в схеме излома центральный диск отсутствует. Положение нейтральной плоскости для схемы, приведенной на рис. 3.16в, определяют по формуле:

$$x_0 = 0,5\psi_4 l, \quad (3.56)$$

а характеристику растянутой зоны:

$$\Theta = \frac{(u\eta - 2 - 2\alpha\xi - mn)}{u\eta}. \quad (3.57)$$

В формуле (3.56) коэффициент ψ_4 характеризует положение нейтральной оси линии излома и определяется по формуле (3.59).

В качестве неизвестного параметра схемы излома принимают коэффициент ξ_0 , характеризующий положение в плане центрального диска (см. рис. 3.16а).

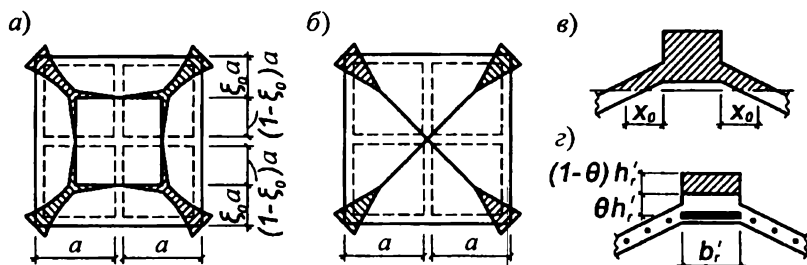


Рис. 3.16. К расчету покрытия с горизонтальными коньками:

а, б – схемы излома; в, г – схемы расположения нейтральной оси

Расчет кинематическим методом предельного равновесия позволяет по заданной геометрии и армированию определить интенсивность предельной полезной нагрузки на оболочку.

Алгоритм расчета несущей способности.

Для расчета необходимы следующие исходные данные:

Геометрические характеристики оболочки: t – толщина оболочки; l – сторона квадратного плана однолепестковой оболочки; b_r и h_r – соответственно ширина и высота контурного ребра; $s \times s$ – размеры ячейки арматурной сетки; A_{s1} и A_{s1} – площадь сечения арматурного стержня соответственно сетки и угловой арматуры; f – стрела подъема оболочки; A_{s2} и A_{sp} – площадь сечения соответственно арматуры в ребре и затяжки; d – расстояние от угла оболочки до последнего стержня угловой арматуры.

Характеристики материалов: γ_b – объемный вес бетона; R_{bn} – нормативное сопротивление бетона осевому сжатию; R_{sn3} ; R_{sn2} ; $R_{sn,i}$ и R_{sn1} – нормативное сопротивление растяжению соответственно арматуры затяжки, ребер, арматурной сетки и наклонной арматуры угловых зон.

1. Определяют параметры, характеризующие геометрию и армирование конструкции гипара:

$$\begin{aligned}\omega &= \frac{A_{sn,i} R_{sn1} s}{A_{si} R_{s1} S_1}; \\ u &= \frac{ts R_{bn}}{A_{si} R_{sn,i}}; \\ \eta &= 2bh/tl, \quad \xi = 2d/l, \quad \delta = 2h/f; \\ \nu &= \frac{A_{sp} R_{sn3}}{A_{si} R_{sn,i}}, \quad \delta_0 = \frac{2h'_{0r}}{f}; \\ m &= 2S/l, \quad \eta_0 = 2h'_{0r} b'_r / (tl); \\ n &= \frac{A_{s2} R_{sn2}}{A_{si} R_{sn,i}}.\end{aligned}\tag{3.58}$$

2. Вычисляют коэффициент ψ_1 (ψ_4), характеризующий положение нейтральной оси линии излома, и расчетный коэффициент k_i .

Для опертых в нижних углах однолепестковых гипаров, если углы закреплены от горизонтальных смещений (см. рис. 3.2б), а также четырехлепестковых покрытий с наклонными коньками и поднятыми углами (см. рис. 3.2д):

$$\psi_1 = (1 + \omega\xi - u\eta)/(1 + \omega + u); \tag{3.59}$$

при $\psi_1 \geq 0$ – (нейтральная ось линии излома не пересекает ребер):

$$\begin{aligned}k_i &= 2 + 1,5u\eta\delta + \omega\xi^2(3 - \xi) - 6(1 + \omega\xi - u\eta)\psi_1 + \\ &+ 3 \cdot [2 + \omega(1 + \xi) + u(1 - \eta)]\psi_1^2 - 2(1 + \omega + u)\psi_1^3;\end{aligned}\tag{3.60}$$

при $\psi_1 < 0$ (нейтральная ось линии излома находится в пределах ребер):

$$\begin{aligned}k_i &= 2 + \omega\xi^2(3 - \xi) + 3\delta(u\eta - 1 - \omega\xi)(1 + \omega\xi)/u\eta + \\ &+ 1,5u\eta\delta \times [1 - (u\eta - 1 - \omega\xi)/u\eta]^2.\end{aligned}\tag{3.61}$$

Для четырехлепесткового покрытия с наклонными коньками, плоским контуром и опорами, закрепленными от горизонтальных смещений затяжками (см. рис. 3.2з):

при $\psi_1 \geq 0$ (коэффициент ψ_1 определяется по формуле 3.59):

$$k_i = 1 + 1,5u\eta\delta + 0,56\omega\xi^2(3 - \xi) - 3(1 + \omega\xi - u\eta)\psi_1 + 1,5 \times [2 + \omega(1 - \xi) + u(1 - \eta)]\psi_1^2 - (1 + \omega + u)\psi_1^3; \quad (3.62)$$

при $\psi_1 < 0$:

$$k_i = 1 + 0,5\omega\xi^2(3 - \xi) + 3\delta(1 + \omega\xi)(u\eta - 1 - \omega\xi)/u\eta + 1,5u\eta\delta \times [1 - (u\eta - 1 - \omega\xi)/(u\eta)]^2. \quad (3.63)$$

Для четырехлепесткового покрытия с горизонтальными коньками (см. рис. 3.2е):

$$\psi_4 = \frac{(1 + \omega\xi - 0,5u\eta)}{(1 + u)}; \quad (3.64)$$

при $\psi_4 \geq 0$, нейтральная ось линии излома не пересекает коньковой балки:

$$k_i = \frac{A - B\xi_0 + 3\xi_0^2 - \xi_0^3}{(3 - 3\xi_0 + \xi_0^2)2\xi_0}, \quad (3.65)$$

где

$$A = 3 + 0,75u\eta\delta - 3 \times [2 - u\eta + 2\omega\xi(1 - \xi)^2]\psi_4 + 3u\psi_4^2 + 2\omega\xi(3 - 3\xi + \xi^2); \quad (3.66)$$

$$B = 3 \times [1 - \psi_4(2 - u\eta - u\psi_4)]; \quad (3.67)$$

ξ_0 – коэффициент, определяемый из уравнения:

$$(2 - 0,7B)\xi_0^3 - (3 - A - B)\xi_0^2 - 2A\xi_0 + A = 0; \quad (3.68)$$

при $\psi_4 < 0$, нейтральная ось линии излома пересекает коньковую балку:

$$k_i = 0,5(C - 1), \quad (3.69)$$

где

$$C = 3 + 0,75\delta_0 \{2mn + u\eta_0 + \Theta \times [4 - u\eta_0(2 - \theta)]\} + 2\omega\xi[3(1 + 0,5\theta\delta_0) - \xi(3 - \xi)]. \quad (3.70)$$

3. Определяют предельную нагрузку на оболочку:

а) для однолепестковых гипаров, когда углы не закреплены или частично закреплены от горизонтальных смещений:

$$q = \frac{2A_{si}R_{sn,i}f(k_j + k_i)}{sl^2}; \quad (3.71)$$

б) для всех других разновидностей гипаров:

$$q = \frac{2A_{si}R_{sn,i}fk_i}{sl^2}; \quad (3.72)$$

Для определения значений k_j и k_v (см. формулу 3.71) вычисляют коэффициенты:

$$\psi_2 = \frac{(1 - u\eta + 0,35vm)}{1 + u}, \quad (3.73)$$

$$k_v = 1,07m v(1 - \psi_2 + 0,5\psi_2^2); \quad (3.74)$$

при $\psi_2 > 1 - \sqrt{I - \delta}$, нейтральная ось проходит вне контурных ребер и

$$k_j = 1 - 0,75u\eta\delta - 3(1 - u\eta)\psi_2 + 1,5(2 + u - u\eta)\psi_2^2 - (1 + u)\psi_2^3; \quad (3.75)$$

при $\psi_2 \leq 1 - \sqrt{I - \delta}$, нейтральная ось пересекает ребра и предварительно следует вычислить коэффициент ψ_3 :

$$\psi_3 = \frac{\delta + u\delta + 2u\eta - \sqrt{(\delta + u\delta + 2u\eta)^2 - 4u\eta\delta[1 + m(n + v)]}}{2u\eta}. \quad (3.76)$$

В этом случае коэффициент k_j определяют из выражения:

$$k_j = 1 + 1,05mn\delta - 3(1 + 0,75mn)\psi_3 + 3(1 + 0,5u + u\eta/\delta + 0,35mn)\psi_3^2 - (1 + u + 3u\eta/\delta)\psi_3^3 + 0,75u\eta\psi_3^4/\delta. \quad (3.77)$$

4. Определяют эквивалентную (по работе внутренних сил) равномерно распределенную нагрузку от веса контурных ребер (p_r):

для однолепестковых гипаров, если углы закреплены от горизонтальных смещений, а также четырехлепестковых покрытий с наклонными коньками и поднятыми углами и наклонными коньками и плоским контуром:

$$p_r = 3\gamma_b t \eta; \quad (3.78)$$

для однолепестковых гипаров, когда углы не закреплены или частично закреплены от горизонтальных смещений, а также четырехлепесткового покрытия с горизонтальными коньками:

$$p_r = 1,5\gamma_b t \eta. \quad (3.79)$$

5. Определяют равномерно распределенную нагрузку от веса оболочки:

$$p_g = \gamma_b t. \quad (3.80)$$

6. Находят интенсивность полной предельной полезной нагрузки на покрытие:

$$g = q - p_g - p_r. \quad (3.81)$$

7. Вычисляют площадь сечения затяжки, обеспечивающей не-сдвигаемость углов (для однолепестковых гипаров, углы которых закреплены от горизонтальных смещений, четырехлепесткового покрытия с наклонными коньками и поднятыми углами, а также с наклонными коньками и плоским контуром):

$$A_{sp} \geq \frac{\bar{v} A_{si} R_{sn,i}}{R_{sn,3}} \quad (3.82)$$

где

$$\bar{v} = \frac{(k_i - k_j)}{1,07m(1 - \psi_2 + 0,5\psi_2^2)}, \quad (3.83)$$

если $\psi_2 > 1 - \sqrt{1 - \delta}$:

$$\bar{v} = \frac{(k_i - k_j)}{1,07m(1 - \psi_3 + 0,5\psi_3^2)}, \quad (3.84)$$

если $\psi_2 \leq 1 - \sqrt{1 - \delta}$.

В формулах (3.83) и (3.84) коэффициент k_i вычисляют в зависимости от значения ψ_1 .

По описанному алгоритму определяется несущая способность гладких оболочек – гипар на квадратном плане в монолитном или сборном исполнении при равномерно распределенной нагрузке. При расчете ребристых оболочек – гипар ребра «размазываются» по поверхности оболочек и в расчет включается эквивалентная приведенная толщина.

Блок-схема описанного алгоритма приведена на рис. 3.17.

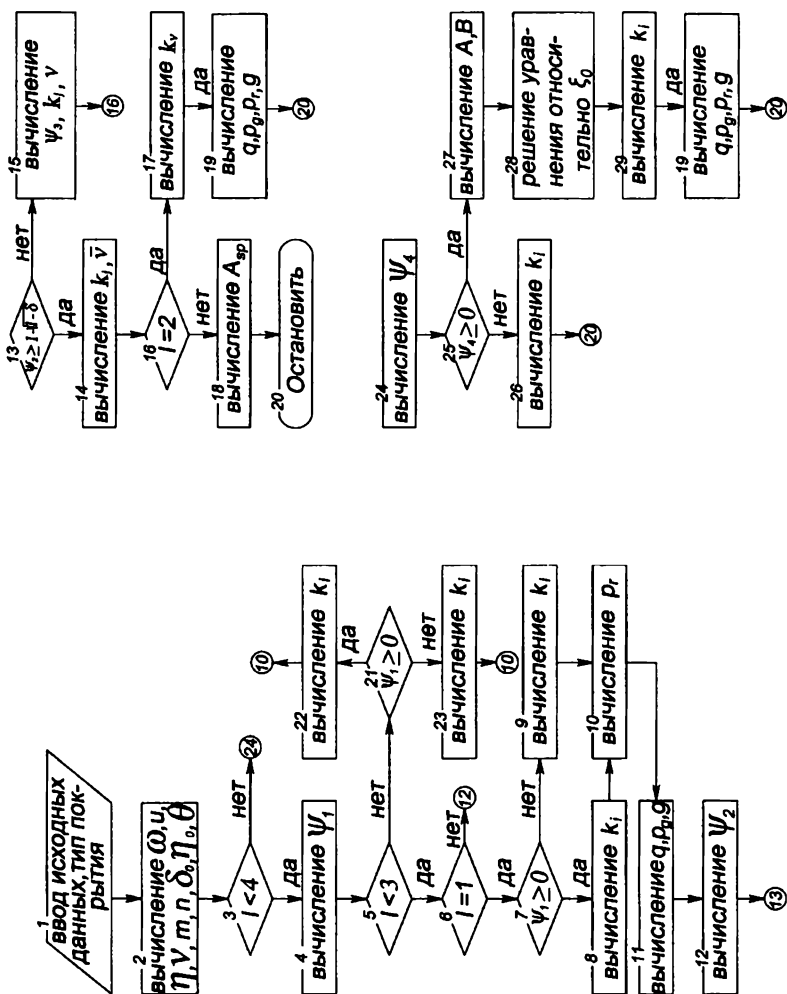


Рис. 3.17. Блок-схема алгоритма расчета пространственного покрытия в форме гиперболического параболоида

Пример расчета несущей способности покрытия в форме четырехлепесткового гиперболического параболоида.

Исходные данные (рис. 3.18, 3.19): $t = 0,06$ м, $f = 3,2$ м, $b_r = 0,2$ м, $h_r = 0,4$ м, $l = 21$ м, $s_x = s_y = 0,1$ м, $s_1 = 0,07$ м, $A_{s1} = 0,503 \cdot 10^{-4}$ м², $A_{si} = 0,39 \cdot 10^{-4}$ м², $A_{s2} = 6,16 \cdot 10^{-4}$ м², $d = 4,0$ м, $\gamma_b = 25$ кН/м³, $R_{bn} = 22$ МПа, $R_{sn3} = 590$ МПа, $R_{sn,i} = 395$ МПа, $R_{sn2} = 390$ МПа и $R_{sn1} = 390$ МПа.

1. Определяют параметры, характеризующие геометрию и армирование конструкции гипара по формулам (3.58):

$$\omega = \frac{A_{si} R_{sn1} S}{A_{si} R_{sn1} s_1} = \frac{0,503 \cdot 10^{-4} \cdot 390 \cdot 0,1}{0,39 \cdot 10^{-4} \cdot 395 \cdot 0,07} = 1,82;$$

$$u = \frac{ts R_{bn}}{A_{si} R_{sn1}} = \frac{0,06 \cdot 0,1 \cdot 22}{0,39 \cdot 10^{-4} \cdot 395} = 8,57;$$

$$\eta = \frac{2\sigma R_{bn}}{tl} = \frac{2 \cdot 0,2 \cdot 0,4}{0,06 \cdot 21} = 0,127;$$

$$\xi = 2d/l = 2 \cdot 4/21 = 0,381;$$

$$\delta = 2h/f = 2 \cdot 0,4/3,2 = 0,25.$$

Предварительно задаются значением площади сечения затяжки $A_{sp} = 57,3 \cdot 10^{-4}$ м² и определяют параметр ν :

$$\nu = \frac{A_{sp} R_{sn3}}{A_{si} R_{sn,i}} = \frac{57,3 \cdot 10^{-4} \cdot 590}{0,39 \cdot 10^{-4} \cdot 395} = 219,5.$$

Затем, в случае изменения значения A_{sp} , параметр ν уточняется методом итераций.

$$m = 2S/l = 2 \cdot 0,1/21 = 0,0095;$$

$$n = \frac{A_{s2} R_{sn2}}{A_{si} R_{sn,i}} = \frac{6,16 \cdot 10^{-4} \cdot 390}{0,39 \cdot 10^{-4} \cdot 395} = 15,6.$$

2. Вычисляют коэффициент $\psi_1(\psi_4)$, характеризующий положение нейтральной оси линии излома и расчетный коэффициент k_i .

Для покрытий в форме четырехлепесткового гипара с наклонными коньками и поднятыми углами (см. рис. 3.18 коэффициент ψ_1 вычисляют по формуле (3.59):

$$\psi_1 = \frac{(1 + \omega\xi - u\eta)}{1 + \omega + u} = \frac{1 + 1,82 \cdot 0,381 - 8,57 \cdot 0,127}{1 + 1,82 + 8,57} = 0,053;$$

$\psi_1 \geq 0$ – нейтральная ось линии излома не пересекает ребер, а k_i вычисляют по формуле (3.60):

$$\begin{aligned}
 k_i &= 2 + 1,5u\eta\delta + \omega\xi^2(3 - \xi) - 6(1 + \omega\xi - u\eta)\psi_1 + 3[2 + \omega(1 + \xi) + u(1 - \eta)]\psi_1^2 - \\
 &- 2(1 + \omega + u)\psi_1^3 = 2 + 1,5 \cdot 8,57 \cdot 0,127 \cdot 0,25 + 1,82 \cdot 0,381^2(3 - 0,381) - \\
 &- 6(1 + 1,82 \cdot 0,381 - 8,57 \cdot 0,127) \cdot 0,053 + 3[2 + 1,82(1 + 0,381) + 8,57(1 - 0,127)] \times \\
 &\times 0,053^2 - 2(1 + 1,82 + 8,57) \cdot 0,053^3 = 3,0066 \approx 3,01.
 \end{aligned}
 \quad (3.80)$$

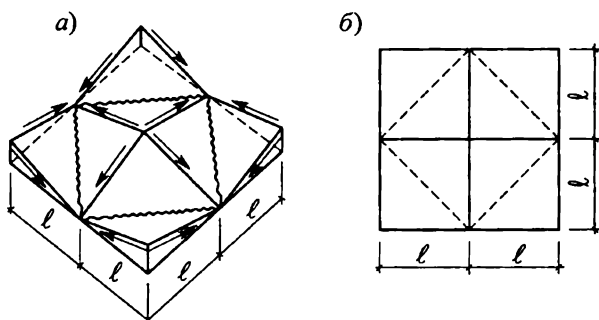


Рис. 3.18. Схема покрытия в форме четырехлепесткового гипара:
а – общий вид и схема разрушения; б – план покрытия

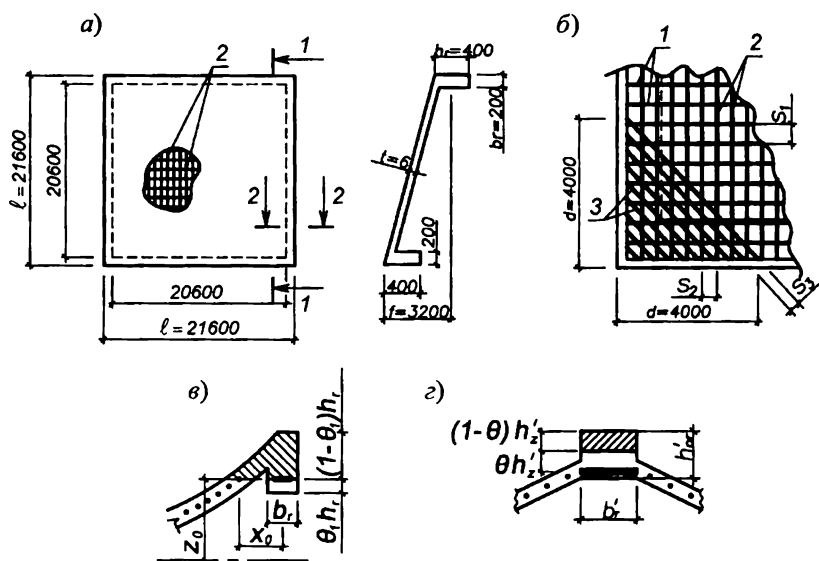


Рис. 3.19. Схема армирования гипара:

а – общий вид, б – армирование нижнего угла, в – примыкание оболочки к бортовому ребру, г – то же, к коньковому ребру; 1 – арматура ребра, 2 – арматура поля оболочки, 3 – арматура угловой зоны

3. Определяют предельную нагрузку на оболочку по формуле (3.72):

$$q = \frac{2A_{si}R_{sn,i} \cdot f \cdot k_l}{S_l^2} = \frac{2 \cdot 0,39 \cdot 10^{-4} \cdot 395 \cdot 3,2 \cdot 3,01}{0,1 \cdot 21^2} = 6,73 \text{ кН/м}^2.$$

4. Определяют эквивалентную (по работе внутренних сил) равномерно распределенную нагрузку от веса контурных ребер (p_r) по формуле (3.74):

$$p_r = 3\gamma_b t \eta = 3 \cdot 25 \cdot 0,06 \cdot 0,127 = 0,57 \text{ кН/м}^2.$$

5. Определяют равномерно распределенную нагрузку от веса оболочки:

$$p_g = \gamma_b t = 25 \cdot 0,06 = 1,50 \text{ кН/м}^2.$$

6. По формуле (3.81) находят интенсивность полной предельной полезной нагрузки на покрытие:

$$g = q - p_g - p_r = 6,73 - 1,5 - 0,57 = 4,66 \text{ кН/м}^2 = 0,00466 \text{ МПа}.$$

7. Вычисляют площадь сечения затяжки, обеспечивающей несмещаемость углов четырехлепесткового покрытия с наклонными коньками и поднятыми углами из условия (3.82):

$$A_{sp} \geq \bar{v} A_{si} R_{sn,i} / R_{sn3} = 57,3 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2 > \frac{204,56 \cdot 0,39 \cdot 10^{-4} \cdot 395}{590} = 53,41 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2.$$

В условии (3.82) присутствует расчетный параметр $\bar{v}$.

Его значение зависит от выполнения условий положений нейтральной оси в оболочке (формулы (3.83) и (3.84)), определяемое следующими условиями:

$$\psi_2 > 1 - \sqrt{1 - \delta}; \quad (a)$$

$$\psi_2 \leq 1 - \sqrt{1 - \delta}. \quad (б)$$

Проверяем выполнение этих условий. Для этого по формуле (3.73)

вычисляем ψ_2 :

$$\psi_2 = \frac{(1 - u\eta + 0,35vm)}{1 + u} = \frac{1 - 8,57 \cdot 0,127 + 0,35 \cdot 219,5 \cdot 0,0095}{1 + 8,57} = 0,067,$$

$$\psi_2 = 0,067 < 1 - \sqrt{1 - \delta} = 1 - \sqrt{1 - 0,25} = 0,134,$$

следовательно, нейтральная ось пересекает ребро и параметр $\bar{v}$ находим по формуле (3.84):

$$\bar{v} = \frac{(k_i - k_j)}{1,07m(1 - \psi_3 + 0,5\psi_3^2)} = \frac{3,01 - 1,28}{1,07 \cdot 0,0095(1 - 0,185 + 0,5 \cdot 0,185^2)} = 204,56.$$

В формуле (3.84) параметры ψ_3 и k_j для случая, когда нейтральная ось пересекает ребро вычисляют по формулам (3.76) и (3.77):

$$\begin{aligned} \psi_3 &= \frac{\delta + u\delta + 2u\eta - \sqrt{(\delta + u\delta + 2u\eta)^2 - 4u\eta\delta(1 + m(n + v))}}{2u\eta} = \\ &= \frac{0,25 + 8,57 \cdot 0,25 + 2 \cdot 8,57 \cdot 0,127}{2 \cdot 8,57 \cdot 0,127} - \\ &= \frac{\sqrt{(0,25 + 8,57 \cdot 0,25 + 2 \cdot 8,57 \cdot 0,127)^2 - 4 \cdot 8,57 \cdot 0,127 \cdot 0,25(1 + 0,0095(15,6 + 219,5))}}{2 \cdot 8,57 \cdot 0,127} = \\ &= 0,185; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} k_j &= 1 + 1,05mn\delta - 3(1 + 0,7mn)\psi_3 + 3(1 + 0,5u + \frac{u\eta}{\delta} + 0,35mn)\psi_3^2 - \\ &- (1 + u + \frac{3u\eta}{\delta})\psi_3^3 + \frac{0,75u\eta\psi_3^4}{\delta} = 1 + 1,05 \cdot 0,0095 \cdot 15,6 \cdot 0,25 - \\ &- 3(1 + 0,7 \cdot 0,0095 \cdot 15,6) \cdot 0,185 + 3(1 + 0,5 \cdot 8,57 + \frac{8,57 \cdot 0,127}{0,25} + 0,35 \cdot 0,0095 \cdot 15,6) \times \\ &\times 0,185^2 - (1 + 8,57 + \frac{3 \cdot 8,57 \cdot 0,127}{0,25}) \cdot 0,185^3 + \frac{0,75 \cdot 8,57 \cdot 0,127 \cdot 0,185^4}{0,25} = 1,28. \end{aligned}$$

В результате проведенных вычислений окончательно принимаем следующие значения полной предельной полезной нагрузки на оболочку и площадь сечения затяжки:

$$g = 0,00465 \text{ МПа}; A_{sp} = 57,28 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2.$$

Назначаем затяжку из 10 стержней диаметром 28 мм из арматуры класса Ат – IV, с $A_{sp} = 61,58 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2$.

4. ПАНЕЛИ-ОБОЛОЧКИ И ПАНЕЛИ-СКЛАДКИ НА ПРОЛЕТ

4.1. Конструкции панелей на пролет и покрытий из них. Методы расчета

Под пространственными конструкциями, работающими преимущественно на пролет, принято понимать элементы, совмещающие в себе несущие и ограждающие функции и воспринимающие в основном изгибные усилия в направлении перекрываемого пролета.

Разработаны и внедрены в практику строительства зданий массового назначения (промышленных, сельскохозяйственных, общественных) следующие типы панелей-оболочек: панели-оболочки КЖС размером 3×12 , 3×18 и 3×24 м, гиперболические панели-оболочки размером 3×12 , 3×18 , 3×21 и 3×24 м, панели-оболочки КСО размером 3×18 и 3×24 м, панели-оболочки с переменной и постоянной геометрией V -образного поперечного сечения и ряд других. В настоящее время панелями-оболочками КЖС перекрыто более 2 млн. м² покрытий промзданий, панелями-гипарами – около 0,3 млн. м².

Панель-оболочка КЖС (см. рис. 4.1а) представляет собой тонкостенную короткую предварительно напряженную свод-оболочку с двумя ребрами-диафрагмами сегментного очертания. Геометрическая форма конструкции обеспечивает сравнительно равномерное распределение усилий в сжатой и растянутой зонах по всей длине пролета. Исходя из опыта проектирования таких конструкций, назначают следующие основные геометрические размеры поперечного сечения панели-оболочки (см. рис. 4.1б): высоту в середине пролета h равной $1/15 \dots 1/20$ пролета, толщину полки t – не менее 30 мм, толщину стенки кессонированных диафрагм b_0 – не менее 40 мм, а в приопорной части (в первом от опоры кессоне) – не менее 50 мм. Сопряжение оболочки с диафрагмами выполняют с применением пологих вутов шириной a_b ($i = 1:5$).

Основная рабочая арматура панели состоит из двух предварительно напряженных элементов, расположенных в нижней зоне ребра (рис. 4.1в). По концам элементов предусматривают анкерные детали для анкеровки рабочей арматуры в бетоне опорного узла панели. Полку панели армируют сварной или рулонной сеткой. Площадь сечения арматуры определяют по расчету. Диафрагмы армируют каркасами только в приопорной зоне на участках длиной $0,1 l_0$ или более (при наличии подвешного транспорта), а также стержнями-подвесками, расположенными в вертикальных ребрах диафрагм.

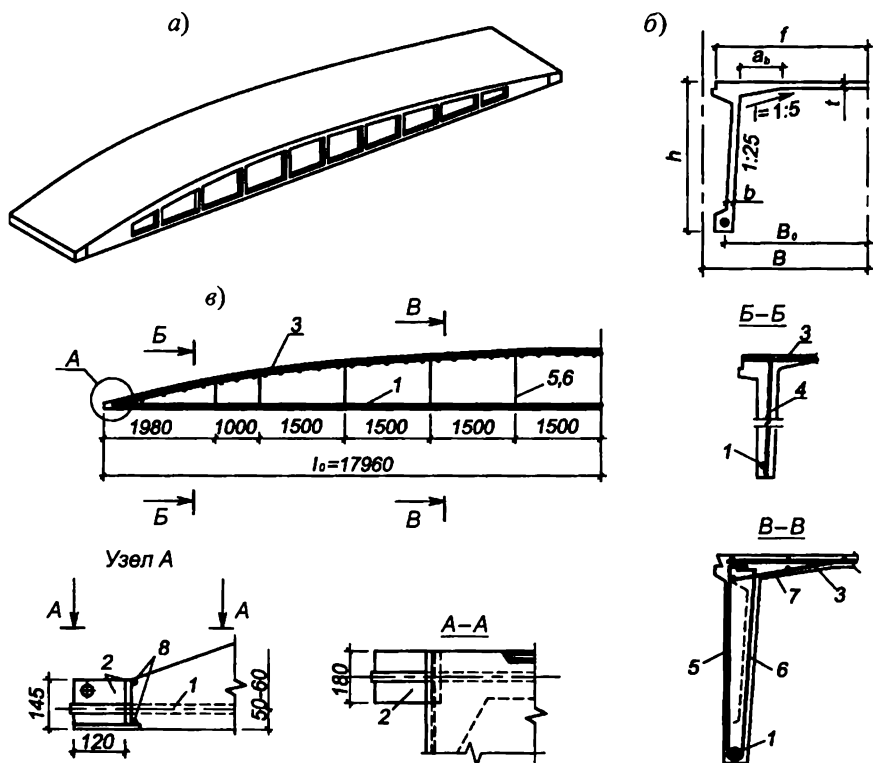


Рис. 4.1. Панель-оболочка КЖС:

a – общий вид, *б* – поперечное сечение, *в* – схема армирования;
 1 – напрягаемая арматура диафрагмы, 2 – опорный анкер, 3 – арматурная сетка полки, 4 – поперечная арматура диафрагмы, 5 и 6 – соответственно наружная и внутренняя подвески, 7 – сетка в вуте, 8 – торцевая арматура

Гиперболическая панель-оболочка представляет собой длинную оболочку отрицательной гауссовой кривизны, обрамленную продольными бортами и торцевыми наклонными (рис. 4.2а) или вертикальными (рис. 4.2б) диафрагмами с нижними горизонтальными гранями, служащими для опирания панели на поддерживающие конструкции. Панели-оболочки с вертикальными торцевыми диафрагмами, как правило, применяют для однопролетных зданий, с наклонными торцами – для одно- и многопролетных. Панели-оболочки с затяжками (металложелезобетонные) и с отверстиями в киле (рис. 4.2в) целесообразно применять для производств, где требуется прокладка коммуникаций в пределах покрытия.

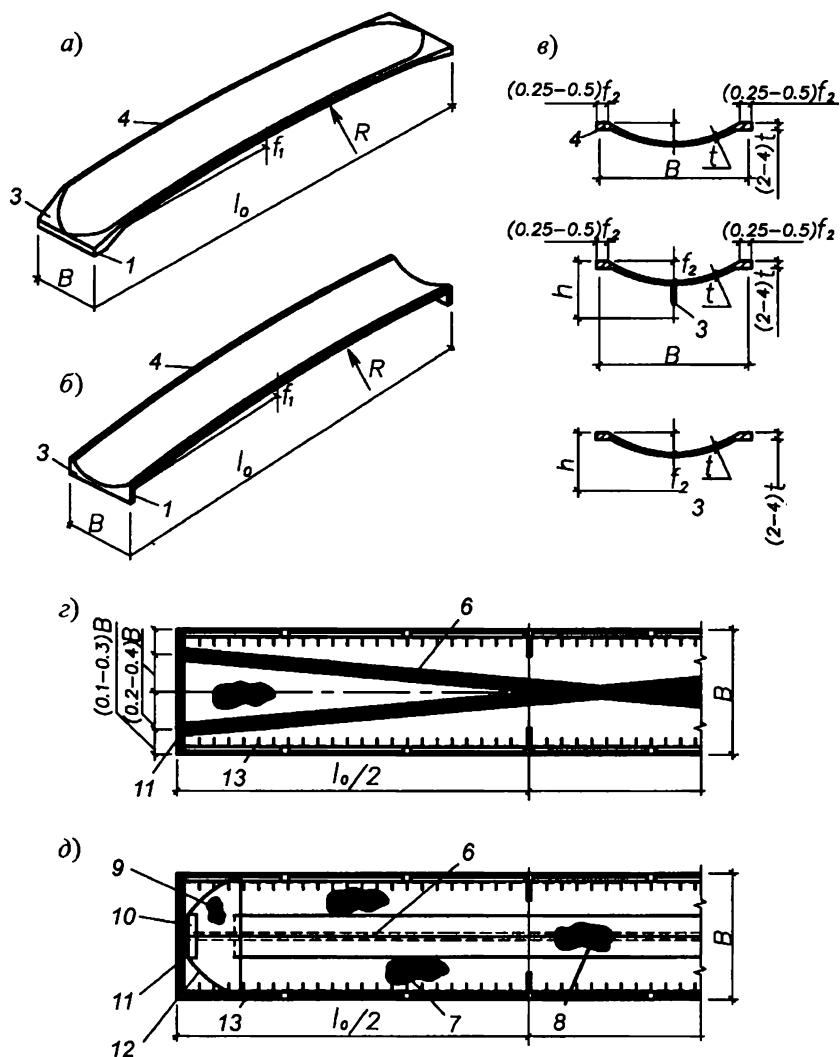


Рис. 4.2. Гиперболическая панель-оболочка:

a и *б* – соответственно с наклонными торцами и вертикальными, *в* – варианты поперечных сечений, *г* – схема армирования панели с вертикальными торцами (пакетами из высокопрочной проволоки), *д* – то же, килевой панели-оболочки;

1 – торцевое ребро, 2 и 3 – соответственно вертикальная и наклонная торцевая диафрагма, 4 – продольный борт, 5 – киль или затяжка, 6 – преднапряженная арматура, 7 и 8 – соответственно нижняя и верхняя сетка, 9 и 10 – дополнительная приопорная соответственно верхняя и нижняя сетка, 11 – арматура торцевого ребра, 12 – отдельный стержень, 13 – каркас продольного борта

Общий вид гиперболической панели-оболочки во время ее заводского испытания и монтажа показан на рис. 4.3 и 4.4 соответственно.



Рис. 4.3. Общий вид испытания гиперболической панели-оболочки



Рис. 4.4. Монтаж гиперболической панели-оболочки на поддерживающие конструкции

Назначают следующие основные геометрические размеры панели-оболочки: высоту сечения в середине пролета h – в пределах $1/15...1/25$ пролета, стрелу подъема оболочки в продольном направлении f_1 – $1/60...1/40$ пролета. Минимальную толщину оболочки t принимают равной 30 мм (в случае необходимости размещения рабочих стержней по низу волны, толщину оболочки увеличивают до 40–50 мм), глубину волны f_2 – равной $1/8...1/4$ ширины. Если шири-

на и глубина волны ограничены, то строительную высоту конструкции увеличивают введением продольного ребра-киля (см. рис. 4.2в).

Основную рабочую арматуру бескилевых панелей-оболочек проектируют в виде двух пакетов из преднапряженной высокопрочной проволоки или прядей, расположенных по прямолинейным образующим линейчатой поверхности гипар (см. рис. 4.2г). Килевые панели-оболочки армируют стержневой арматурой, высокопрочной проволокой или прядями, располагаемыми в нижней части кия (см. рис. 4.2д). Затяжки в панелях-оболочках принимают из стальных прокатных профилей или железобетонными, армированными стержневой арматурой однопрядными или многопрядными канатами. После оболочки армируют сварными сетками из обыкновенной холодной проволочки, продольные борта и киль – сварными каркасами и отдельными стержнями, а торцевые диафрагмы – сварными сетками, каркасами и отдельными стержнями. В наклонных диафрагмах для восприятия главных растягивающих напряжений предусматривают дополнительное армирование сварными сетками и отдельными стержнями.

Панель-оболочка коммуникационного типа (КСО) представляет собой короткую преднапряженную складку с двумя продольными диафрагмами в виде безраскосных ферм полигонального очертания (рис. 4.5а). В случае, если продольная диафрагма выполняется арочной из металла, панель-оболочка называется сталежелезобетонной (СПО). В этом случае в качестве полки-панели могут быть использованы гибкие преднапряженные пластины-оболочки с размерами 3×6 м, изгибаемые на монтаже в соответствии с профилем верхнего пояса арки диафрагмы.

Геометрическая форма конструкции позволяет исключить поперечные ребра в плите складки. Результаты испытаний конструкций и опыт их применения показали, что панели-оболочки КСО наиболее целесообразны для покрытий промзданий с пропуском коммуникаций в межферменном пространстве как вдоль пролета, так и из пролета в пролет (см. рис. 4.6, 4.7).

Высоту поперечного сечения панели h (рис. 4.5а, б, в) в середине пролета принимают равной $1/12 \dots 1/15$ пролета в зависимости от величины нагрузки и размера пролета, а высоту панели на опоре – 750 мм, толщину полки оболочки t – не менее 30 мм.

Сечение верхнего пояса диафрагм проектируют переменной высоты (в соответствии с эпюрой моментов в верхнем поясе) от 400 мм (в середине пролета) до 500 мм (в местах сопряжения пояса с глухими

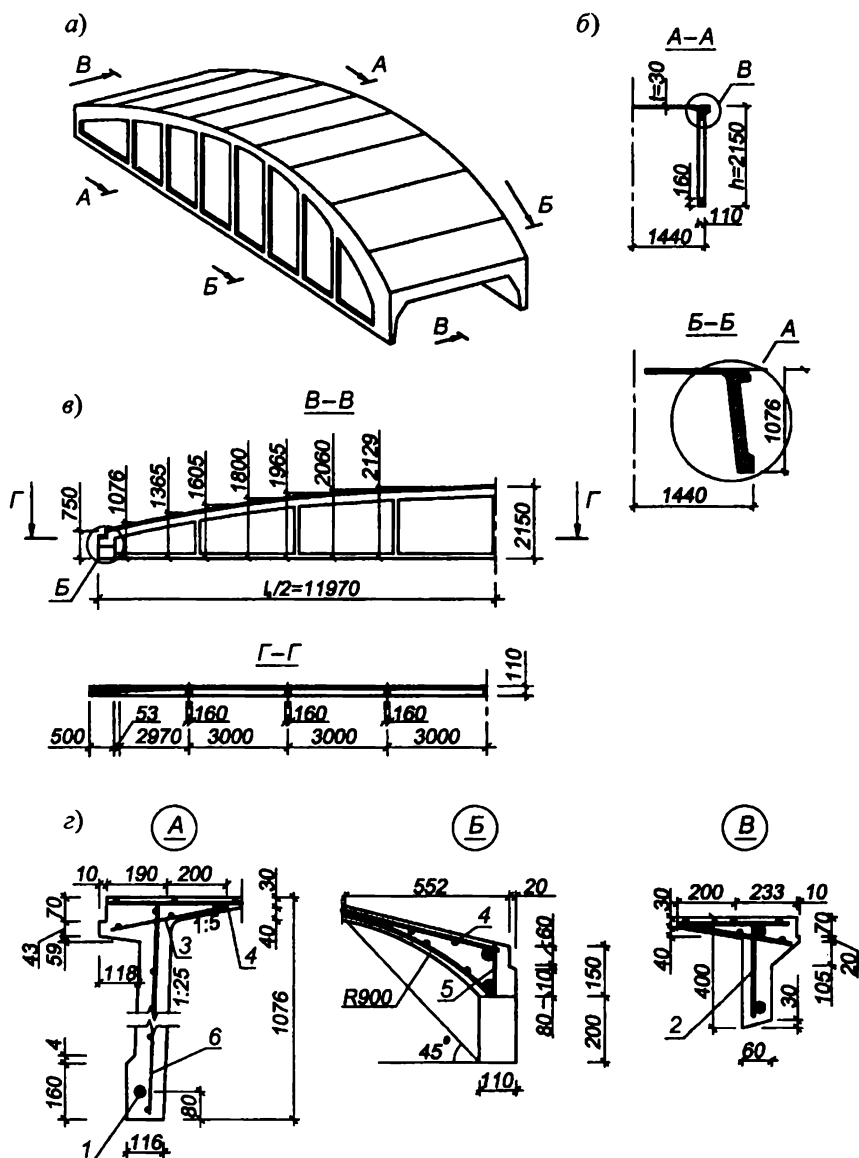


Рис. 4.5. Панель-оболочка коммуникационного типа (КСО):

- а – общий вид, б и в – соответственно поперечное и продольное сечение,
 з – основные конструктивные элементы и их армирование;
 1 – преднапряженная арматура, 2 – арматура верхнего пояса, 3 и 4 – сетки полки,
 5 – арматура торцевого ребра, 6 – поперечная арматура диафрагмы

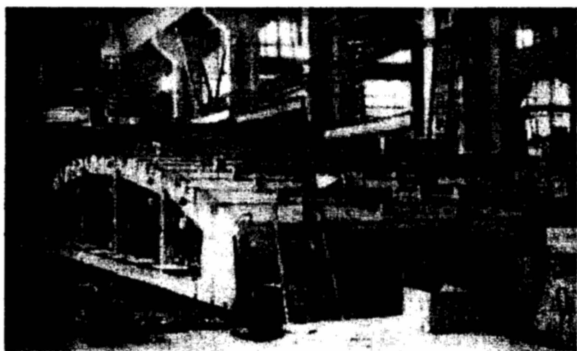
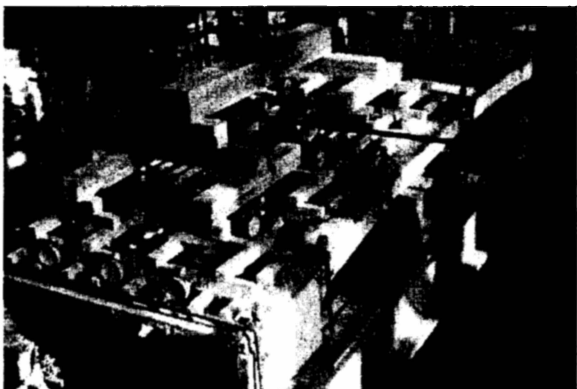


Рис. 4.6. Общий вид испытаний панели-оболочки КСО

а)



б)



Рис. 4.7. Общий вид испытаний сталежелезобетонной панели-оболочки (СПО) (а) и преднапряженной пластины-оболочки (б)

приопорными участками диафрагм), нижний пояс и стойки диафрагм – с постоянными сечениями, размеры которых определяются условиями размещения необходимого количества рабочей арматуры или условиями изготовления. По торцам панели предусмотрено устройство поперечных ребер высотой 150 мм. Эти поперечные ребра (так же, как полка и стойка панели-оболочки) снабжены вутами, исключаящими концентрацию напряжений в местах изменения сечений элементов и обеспечивающими съём изделий с формы-матрицы при изготовлении.

Основная растянутая рабочая арматура панели (рис. 4.5з) – из двух преднапряженных элементов – располагается в нижних поясах диафрагм и проектируется из высокопрочной стержневой арматуры, канатов или прядей. Рабочую арматуру верхнего пояса проектируют в виде плоских сварных каркасов из арматуры классов А-III, А-IV, А-V. Поперечные торцевые ребра панели армируют пространственными сварными каркасами из стержневой арматуры класса А-III аналогично однопролетным балкам. Полку панели армируют сварной сеткой из проволоки класса Вр-I, а в вутах устанавливаются дополнительные приопорные сетки. Стойки КСО армируют пространственными каркасами из четырех продольных стержней класса А-III, выполняемых так же, как и каркасы стоек безраскосных ферм. Приопорные участки диафрагм армируются плоскими сварными каркасами, шаг и сечение поперечных стержней которых определяется расчетом на поперечную силу.

Панели-складки разработаны как с прямолинейными, так и с криволинейными продольными бортовыми ребрами, как открытого, так и замкнутого поперечного сечения. Номинальные размеры панелей-складок в плане принимают равными 3×12 , 3×18 и 3×24 м. Высота поперечного сечения панелей-складок с криволинейными продольными бортами переменная. Так, для панели-складки открытого *У*-образного профиля размером 3×24 м она изменяется от 1400 мм (в середине пролета) до 240 мм (на опоре) (см. рис. 4.8). Высоту панелей-складок с прямолинейными бортами принимают постоянной или переменной. В случае необходимости панель-складку усиливают продольным ребром-килем, в котором размещается основная преднапряженная арматура.

В панелях-оболочках замкнутого поперечного сечения для улучшения интерьеров перекрываемых помещений на боковых поверхностях, при их формировании с помощью специальных вкладышей, устанавливаемых на бортах форм-матриц могут устраиваться окна-проемы (рис. 4.9).

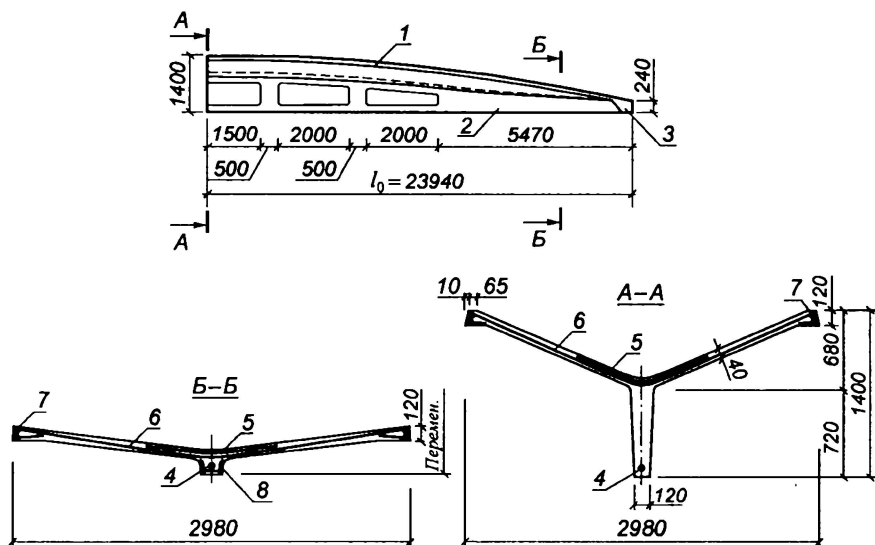


Рис. 4.8. Панель-складка размерами 3×24 м с переменной высотой поперечного профиля:

1 – продольный борт, 2 – ребро-киль, 3 – торцевое ребро, 4 – преднапряженная арматура, 5 – верхняя сетка, 6 – нижняя сетка, 7 – каркас продольного борта

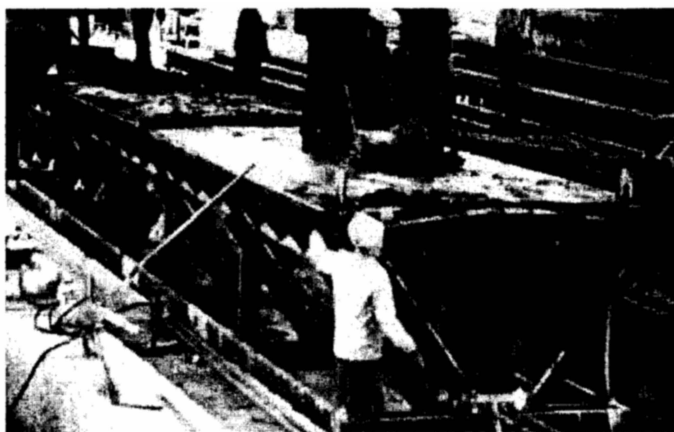


Рис. 4.9. Общий вид производства панели-складки замкнутого поперечного сечения по стендовой технологии

С их помощью, размещая внутри складки источник света, можно получать отраженное освещение зальных помещений, не имеющих окон. Примером такого решения может служить покрытие зрительного зала Дома художника в г. Киеве, разработанное НИИ Строительных конструкций г. Киев (рис. 4.10).

Армирование поля складки назначается по расчету и выполняется из сварных арматурных сеток аналогично армированию поля панелей-гипар. При отсутствии подкрепляющего ребра-киля основная рабочая арматура размещается вдоль нижнего продольного ребра, которое проектируется утолщенным.

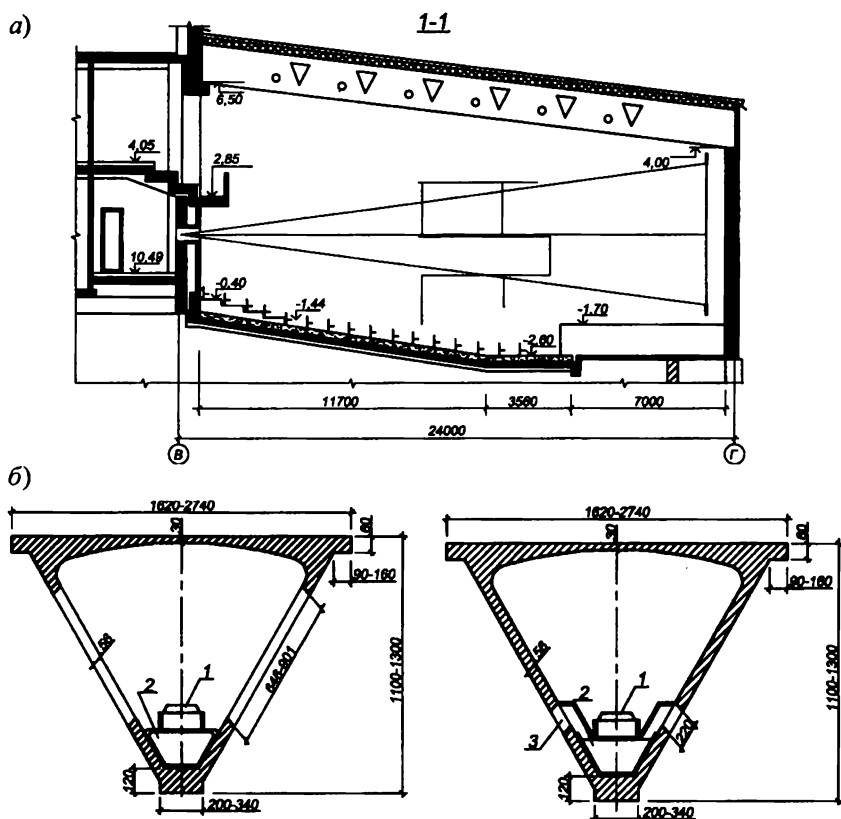


Рис. 4.10. Продольный разрез зрительного зала (а) и поперечные сечения панели-складки (б):

а – по треугольным проемам, б – по круглым отверстиям: 1 – светильник, 2 – вентиляционный канал, 3 – круглое отверстие

Покрытия, собираемые из панелей на пролет, рациональны для зданий производственного и общественного назначения одно- и многопролетных, одноэтажных крановых и бескрановых, верхних этажей многоэтажных промышленных зданий. Такие покрытия могут быть бесфонарными или снабжены световыми или светоаэрационными фонарями различных конструкций, к ним можно подвешивать крановое оборудование, т.е. они отвечают перечню требований, предъявляемых к конструкциям промзданий.

Панели-оболочки (складки) торцевыми ребрами опирают на продольные несущие стены, железобетонные балки (с высотой сечения 500–600 мм при шаге колонн 6 м и 1000–1200 мм при шаге колонн 12 м) или фермы (рис. 4.11). Эффективный вариант продольных поддерживающих конструкций в виде треугольных безраскосных ферм для покрытий из панелей-оболочек на пролет приведен на рис. 4.11в.

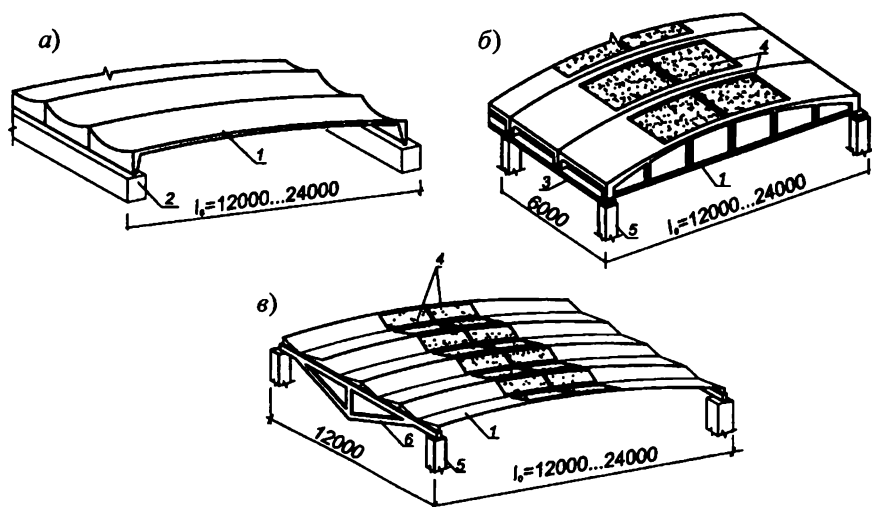


Рис. 4.11. Схемы покрытий из панелей на пролет:

а – с опиранием на продольные несущие стены, *б* – то же на балки, *в* – то же, на фермы; 1 – панель-оболочка, 2 – стена, 3 – подстропильная балка, 4 – фонарный проем, 5 – колонна, 6 – подстропильная ферма

Применение покрытий промзданий из панелей на пролет позволяет снизить расход материалов до 30 %, сократить количество монтажных элементов в 2...4 раза, значительно уменьшить трудоемкость и стоимость возведения таких покрытий по сравнению с типовыми.

В основу практического расчета панелей-оболочек на пролет положен принцип разделения внутренних силовых факторов в конструкции на главные (подлежащие учету) и второстепенные. Установлено, что в таких оболочках имеет место полубезмоментное напряженное состояние, т.е. вдоль пролета панели действуют только продольные силы, а поперек (вдоль образующей оболочки) – поперечные силы и изгибающие моменты. Элементы оболочки находятся в сложном напряженном состоянии. Однако, учитывая, что продольные усилия являются главенствующими, эти конструкции, как уже отмечалось, называют пространственными конструкциями, работающими на пролет.

Многочисленными экспериментально-теоретическими исследованиями таких конструкций [13, 15, 18] показано, что степень деформации контура поперечного сечения, а также величина его деформации являются функциями конструктивных параметров оболочки (наличие поперечных ребер, продольных бортовых элементов и т.п.), а также вида и способа приложения нагрузки на нее. Чем жестче оболочка в поперечном направлении, тем меньше она деформируется. В системе покрытия поперечный контур панелей-оболочек при равномерно распределенных и близких к ним нагрузках практически не деформируется.

Следовательно, панели-оболочки по характеру своей работы близки балкам или тонкостенным стержням с недеформируемым контуром. В то же время, как показали данные испытаний панелей-оболочек, при местных сосредоточенных или полосовых нагрузках (рис. 4.12) деформации поперечного контура существенны и их необходимо учитывать. Такой расчет может быть выполнен, например, по методике [15, 18].

Таким образом, практические методы расчета панелей на пролет целиком зависят от их конструкции и характера нагрузки. Для оболочек и складок с недеформируемым контуром могут быть приняты существенные упрощения расчета. В частности, эти конструкции при равномерно распределенной нагрузке и достаточно большом отношении длины панели к ее ширине работают как балки с жестким контуром, для которых практически верна гипотеза плоских сечений. Расчет усилий продольного и поперечного направлений производят независимо друг от друга, причем расчет в продольном направлении может быть произведен по методу предельного равновесия, как и для балки с фигурным поперечным сечением. При расчете действительное поперечное сечение оболочки заменяют приведенным путем

проектирования горизонтальных участков оболочки на оси симметрии поперечного сечения (см. рис. 4.15 и 4.16). Для еще большего упрощения фактическое приведенное сечение можно заменить эквивалентным двутавровым (для бескилевых панелей-гипар) или крестообразным (для килевых). Дальнейший ход расчета панели-оболочки на усилия продольного направления ничем не отличается от расчета обычной однопролетной железобетонной балки.

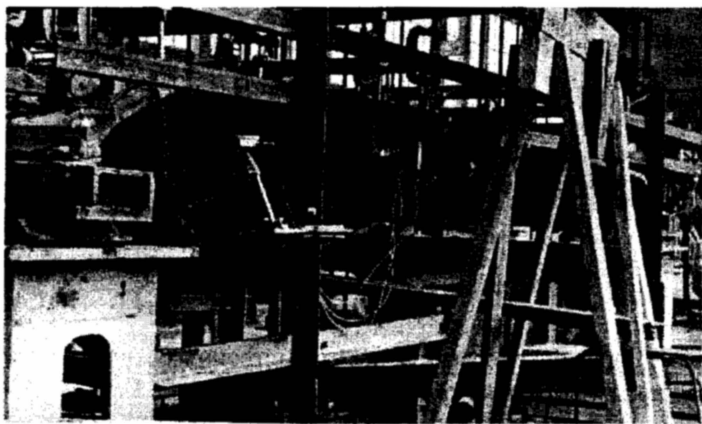


Рис. 4.12. Общий вид испытания панелей-гипар на совместное действие равномерно-распределенной и сосредоточенных нагрузок

Расчет прочности панели-оболочки по наклонным сечениям, образованию, раскрытию трещин и деформациям производят также по расчетному (тавровому, двутавровому или крестообразному) приведенному сечению согласно требований норм [19].

Расчет панели-оболочки на действие усилий поперечного направления производят из условия равновесия элементарной плоскости оболочки, вырезанной по ее длине (рис. 4.13) в зоне действия максимальных изгибающих моментов и в местах приложения сосредоточенных нагрузок.

Для статического расчета панелей-оболочек и панелей-складок на пролет, как и для расчета всех других видов пространственных конструкций, в настоящее время применяют численные методы, в том числе хорошо зарекомендовавший себя метод конечных элементов. Создан ряд универсальных вычислительных комплексов, реализующих МКЭ [10, 11].

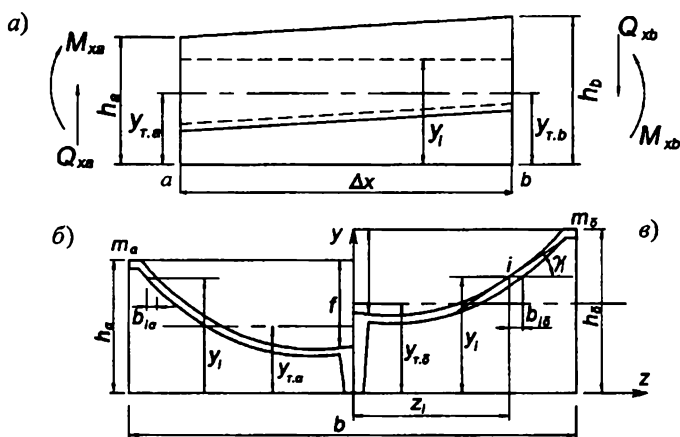


Рис. 4.13. К расчету панели-оболочки на усилия поперечного направления:

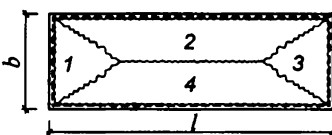
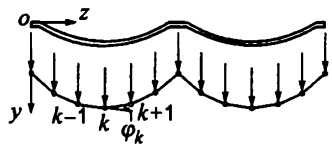
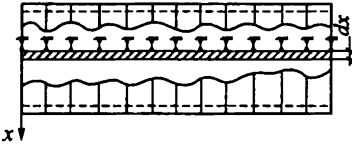
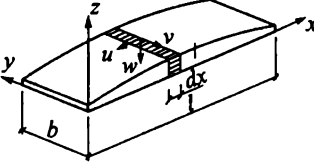
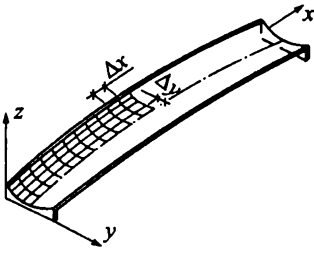
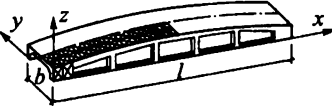
a – элемент оболочки длиной x , $б$ – половина поперечного сечения $a-a$,
 $в$ – то же, поперечного сечения $б-б$

При выборе метода расчета пространственных конструкций могут оказаться полезными рекомендации, приведенные в табл. 4.1 и 4.2.

Таблица 4.1

Практические методы расчета панелей-оболочек и панелей-складок на пролет

№	Расчетная схема или схема учитываемых усилий в оболочке	Метод расчета	Источник, в котором изложены		Примечания
			методика расчета	пример расчета	
1	2	3	4	5	6
1		Статический метод предельного равновесия	[13, 22]	[15]	Используется приведенное сечение

1	2	3	4	5	6
2		Кинематический метод предельного равновесия	[22]		
3		Смешанный метод В.З. Власова	[20, 22]		
4		Метод итераций в сочетании с методом В.З. Власова	[18, 26]	[19]	В физически нелинейной постановке
5		Метод перемещений	[16]	[16]	
6		Численные методы – МКР, МКЭ и др.	[1, 10, 11]	[11]	С использованием вычислительных комплексов [11]
7		Метод стержневой аппроксимации	[1, 10]		

**Рекомендации по выбору расчетных схем и методов расчета
панелей-оболочек и панелей-складок на пролет**

№	Тип конструкции	Нагрузка	Группа предельных состояний	Номер рекомендуемого метода расчета из табл. 4.1	
				с использованием ЭВМ	при ручном счете
1	Гиперболические панели-оболочки и панели-складки с переменным или постоянным поперечным сечением	Равномерно распределенная или близкая к ней	I, II	3, 4, 6	1
		Совместное действие равномерно распределенной и сосредоточенной крановой нагрузки	I	3	2
		Произвольная	I, II	4, 6, 7	3, 5
2	Панели-оболочки КЖС	Равномерно-распределенная	I, II	6, 7	1, 2
		Произвольная	I, II	6, 7	5
3	Панели-оболочки КСО	Произвольная	I, II	6, 7	5
		Равномерно-распределенная	I	6	1, 2
4	Покрытия из панелей КСО и гибких преднапряженных пластин-вставок	Произвольная	I, II	6, 7	5

Ряд методов, рекомендованных в табл. 4.1 и 4.2, приведен в настоящем пособии применительно к конкретным типам оболочек.

4.2. Пример расчета гиперболической панели-оболочки на пролет

Расчет выполняем методом предельного равновесия (см. табл. 4.1, схему 1).

Расчет прочности панели-оболочки по нормальному сечению. Исходные данные.

Расчетные нагрузки, кН/м: постоянная (при $\gamma_f > 1$) $g = 2,5$; постоянная (при $\gamma_f = 1$) $g_n = 2,1$; нагрузка от собственного веса ($\gamma_f > 1$)

$g_{c.s} = 1,74$; снеговая (при $\gamma_f > 1$) – длительная $p_1 = 1,12$; кратковременная $p_{sh} = 0,98$.

Характеристики материалов и расчетные коэффициенты: бетон тяжелый класса В 35: $R_b = 20$ МПа; $R_{b,ser} = 25,5$ МПа; $\gamma_{b2} = 0,9$; $R_{bt} = 1,3$ МПа; $R_{bt,ser} = 1,95$ МПа; $E_b = 34500$ МПа; $\beta = 0,008$; $\alpha = 0,85$; основная рабочая арматура – семипроволочные пряди ($\varnothing 15$ К7): $R_s = 1100$ МПа; $R_{s,ser} = 1300$ МПа; $\gamma_{s,12} = 1$; $\gamma_p = 0,9$; $\delta = 1,15$; $E_s = 1,8 \cdot 10^5$ МПа; арматура продольных бортовых ребер класса А-III: $R_s = 365$ МПа; $R_{sc} = 365$ МПа; рабочая арматура поля оболочки класса Вр-I, $R_{s1} = 375$ МПа.

Расчетная схема и основные геометрические размеры панели-оболочки показаны на рис. 4.14.

1. Геометрические характеристики поперечного сечения панели-оболочки определяем, разбивая это сечение на 15 элементарных участков (см. рис. 4.14в). В результате (табл. 4.3) получены значения статических моментов площадей и моментов инерции участков.

2. Расстояние от низа волны до центра тяжести поперечного сечения $y_{c.m} = \Sigma A_{byk} / \Sigma A_b = 6945 / 954 \cdot 10^2 = 0,0727$ м. Момент инерции сечения $I = \Sigma \Delta I_i + \Sigma \Delta A_b \cdot y_i^2 = (7786 + 629731) \cdot 2 \cdot 10^{-8} = 1,415 \cdot 10^{-2}$ м⁴.

3. Принимаем основную рабочую арматуру панели-оболочки из четырех прядей ($A_{sp} = 5,66 \cdot 10^{-4}$ м²) и проверяем прочность панели-оболочки. Для этого последовательно вычисляем параметры (см. раздел 2.2):

$$h_0 = h - a = 1,0 - 0,0555 = 0,9445 \text{ м};$$

$$\omega = 0,85 - 0,008 \cdot 18 = 0,706;$$

$\sigma_{sp} = 0,95 R_{s,ser}$ (принимаем ориентировочно, а затем уточняем расчетом);

$$\sigma_{sp} = 0,95 \cdot 1300 = 1235 \text{ МПа};$$

$$\sigma_{p2} = 1235 - 0,22 \cdot 1235 = 963 \text{ МПа};$$

$$\sigma_{sr} = R_s + 400 - \gamma_p \sigma_{p2} = 1100 + 400 - 0,9 \cdot 963 = 627 \text{ МПа};$$

$$\xi_R = \frac{\omega}{1 + \frac{\sigma_{sr}}{500} \left(1 - \frac{\omega}{1,1}\right)} = \frac{0,706}{1 + \frac{627}{500} \left(1 - \frac{0,706}{1,1}\right)} = 0,487.$$

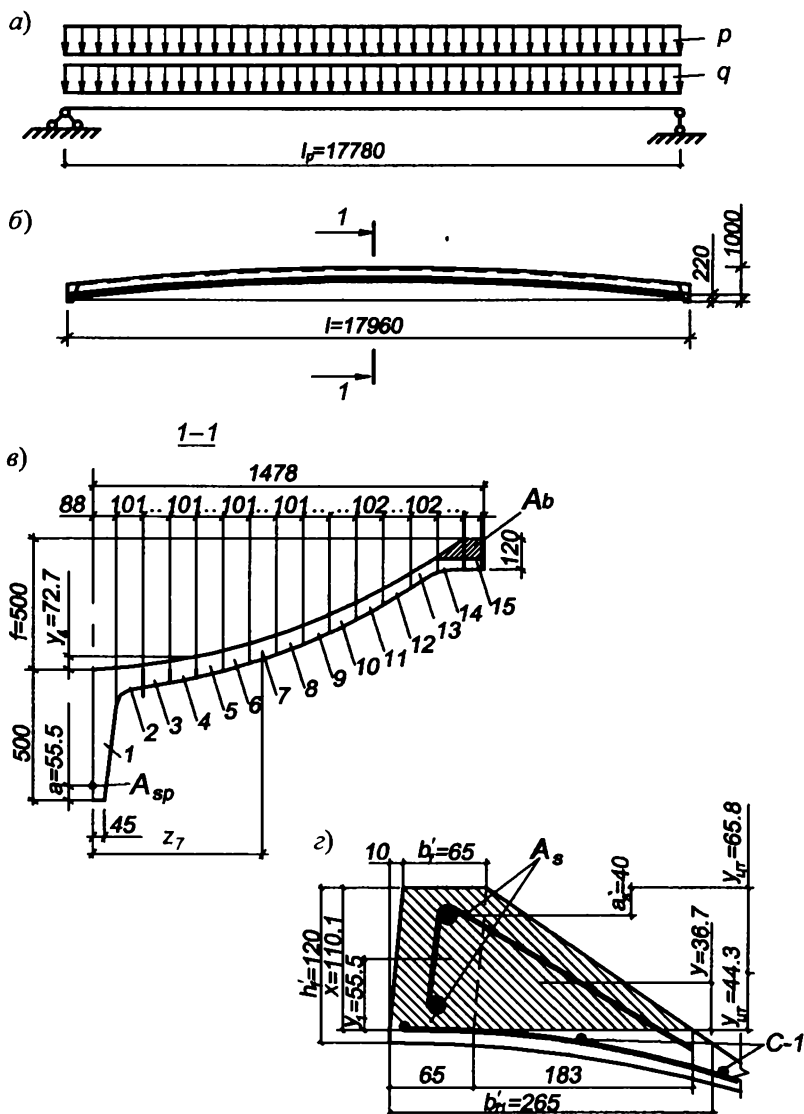


Рис. 4.14. К расчету гиперболической панели-оболочки:

а – расчетная схема, б, в – соответственно продольный и поперечный разрез, г – поперечное сечение продольного борта

Таблица 4.3

**Геометрические характеристики поперечного сечения
гиперболической панели-оболочки**

№ участка	Площадь участка $\Delta A_b \cdot 10^{-4}, \text{ м}^2$	Ордината центра тяжести участка от низа сечения $y_k \cdot 10^{-2}, \text{ м}$	Статический момент участка относительно низа сечения $\Delta A_b \cdot y_k \cdot 10^{-6}, \text{ м}^3$	Ордината центра тяжести участка относительно центра поперечного сечения $y_i \cdot 10^{-2}, \text{ м}$	Статический момент участка относительно центра тяжести попереч- ного сечения $\Delta S_b \cdot 10^{-6}, \text{ м}^3$	Момент инерции участка, см^4 , отно- сительно	
						собст- венного центра тяжести $\Delta I \cdot 10^{-8},$ м^4	центра тяжести всего по- перечного сечения $\Delta A_b \cdot y_i^2 \times$ $\times 10^{-8}, \text{ м}^4$
1	335,0	-22,20	-7437	-29,5	-9874	75520	290981
2	45,3	-1,27	-58	-8,5	-387	30	2305
3	33,3	-0,05	-2	-7,3	-244	30	1785
4	33,3	-1,60	53	-5,7	-189	30	1071
5	33,3	3,65	122	-3,6	-121	30	437
6	33,3	6,25	208	-1,0	-34	30	35
7	33,3	9,30	310	2,0	68	30	137
8	33,3	12,90	430	5,6	187	30	1055
9	33,3	17,05	568	9,8	324	30	3184
10	33,3	21,80	726	14,5	484	30	7028
11	33,6	26,85	902	19,6	658	30	12879
12	38,3	32,30	1237	25,0	959	47	23991
13	55,0	37,90	2064	30,6	1685	166	51594
14	96,0	42,40	4070	35,1	3372	784	118461
15	85,0	43,86	3728	36,6	3110	1047	113788
	$\Sigma \Delta A_b =$ = 954,6		$\Sigma \Delta A_b y_k =$ = 6945			$\Sigma \Delta I_i =$ = 77864	$\Sigma \Delta A_{bi} \cdot y_i^2 =$ = 629731

2. Изгибающие моменты в расчетных сечениях вычислены в соответствии с расчетной схемой рис. 4.14 и приведены в табл. 4.4.

Таблица 4.4

Расчетные изгибающие моменты в сечении I-I панели оболочки, кН·м

Изгибающий момент	При коэффициенте надежности	
	$\gamma_f = 1$	$\gamma_f > 1$
Полный	426,4	542,7
В том числе:		
от кратковременно действующих нагрузок	83,0	115,6
от длительно действующих нагрузок	343,4	427,1
от собственного веса	186,2	204,8

Требуемая площадь сжатого бетона

$$A_{bc} = R_s A_{sp} / R_b \gamma_{b2} = 1100 \cdot 0,000566 / 20 \cdot 0,9 = 0,0345 \text{ м}^2.$$

Тогда высоту сжатой зоны при заданной форме продольного борта в виде трапеции определяем из решения уравнения (рис. 4.14з):

$$x^2(b'_f - b_f) / h_f + b_f x - 0,5 A_{bc} = 0; \quad x = 0,11 \text{ м.}$$

Плечо внутренней пары сил в сечении I—I:

$$z = h - a - y_{ц.м} = 1,0 - 0,0555 - 0,0658 = 0,8787 \text{ м.}$$

Вычисляем параметры:

$$x_R = \xi_R \cdot h_0 = 0,487 \cdot 0,945 = 0,46 \text{ м} \quad (x = 0,11 \text{ м} < x_R = 0,46 \text{ м},$$

следовательно, сжатая арматура по расчету не требуется);

$$\xi = x / h_0 = 0,11 / 0,945 = 0,177;$$

$$\gamma_{s6} = \eta - (\eta - 1) \left(2 \cdot \frac{\xi}{\xi} - 1 \right) \leq \eta,$$

$$\gamma_{s6} = 1,15 - (1,15 - 1) \left(2 \cdot \frac{0,177}{0,487} - 1 \right) = 1,19 > \eta = 1,15, \text{ следовательно, при-}$$

нимаем $\gamma_{s6} = 1,15$.

После уточнения параметров A_{bc} , x , z с учетом γ_{s6} получаем $A_{bc} = 0,0397 \text{ м}^2$, $x = 0,12 \text{ м}$, $z = 0,872 \text{ м}$.

Определяем предельный изгибающий момент, который может быть воспринят в сечении I—I:

$$M = R_b A_{bc} z = 18 \cdot 0,0397 \cdot 0,872 \cdot 10^3 = 622,9 \text{ кН} \cdot \text{м} > 542,7 \text{ кН} \cdot \text{м},$$

т.е. прочность панели-оболочки по нормальному сечению обеспечена.

Кроме расчета прочности по нормальному сечению должна быть проверена прочность панели-оболочки по сечению, наклонному к продольной оси, на действие поперечной силы. Этот расчет выполняется по эквивалентному тавровому сечению как для обычных изгибаемых элементов по требованиям действующих норм [23].

Расчет панели-оболочки по жесткости и трещиностойкости

1. Вычисляем геометрические характеристики приведенного сечения так же, как и для бетонного сечения, но с учетом площади арматуры. Для этого заданное поперечное сечение (см. рис. 4.14в) заменяем приведенным 1, затем эквивалентным приведенным сечением 2 (см. рис. 4.14). Кроме основной рабочей арматуры в расчет

включаем конструктивно установленную арматуру сжатого продольного ребра А (2 Ø 6 А-III+2 Ø 12 А-III) и распределенную арматуру сетки С-1 2·11 Ø 3 Вр-I (см. рис. 4.14з).

В результате получены следующие значения геометрических характеристик: площадь приведенного сечения $A_{red}=0,1962 \text{ м}^2$, расстояние от нижней грани до центра тяжести приведенного сечения $y_0=0,5698 \text{ м}$; момент инерции приведенного сечения $I_{red}=1,526 \cdot 10^{-2} \text{ м}^4$; момент сопротивления приведенного сечения нижней зоны $W_0=2,68 \cdot 10^{-2} \text{ м}^3$.

2. В соответствии с [23] определяем потери преднапряжения арматуры при натяжении механическим способом на упоры силовой формы.

Предварительное напряжение в арматуре σ_{sp} без учета потерь находим из условия:

$$\sigma_{sp} \leq R_{s,ser} - 0,05\sigma_{sp}, \quad \sigma_{sp} \geq 0,3R_{s,ser} + 0,05\sigma_{sp}.$$

Таким образом, σ_{sp} находится в пределах:

$$412 \text{ МПа} \leq \sigma_{sp} \leq 1238 \text{ МПа}.$$

Принимаем величину σ_{sp} равной максимально допустимому значению 1238 МПа.

Расчетные значения первых потерь:

а) от релаксации напряжений в арматуре

$$\sigma_1 = (0,21 \cdot \sigma_{sp} / R_{s,ser} - 0,1) \cdot \sigma_{sp} = (0,21 \cdot 1238 / 1300 - 0,1) = 1238 \text{ кПа} = 123,8 \text{ МПа};$$

б) от деформации анкеров, расположенных у натяжных устройств

$$\sigma_3 = (1,25 + 0,15d) \cdot E_s / l = (1,25 + 0,15 \cdot 15) \cdot 1,8 \cdot 10^5 / 2 \cdot 10 = 31,5 \text{ МПа};$$

в) от быстرونатекающей ползучести при

$$\sigma_{ep} / R_{ep} = 6,81 / 20 = 0,34 < \alpha = 0,65;$$

$$\sigma_6 = 40 \cdot 0,85 \cdot \sigma_{ep} / R_{ep} = 40 \cdot 0,34 \cdot 0,85 = 11,57 \text{ МПа},$$

где $\alpha = 0,25 + 0,025 \cdot R_{bp} = 0,65$;

$$\begin{aligned} \sigma_{ep} &= \frac{P_{01}}{A_{red}} + \frac{P_{01}e_{оп}y_p}{I_{red}} - \frac{M_g y_p}{I_{red}} = \frac{612,86 \cdot 10^{-3}}{0,1962} + \frac{612,86 \cdot 0,514^2 \cdot 10^{-3}}{1,526 \cdot 10^{-3}} - \\ &- \frac{204,8 \cdot 10^{-3} \cdot 0,514}{1,526 \cdot 10^{-2}} = 6,81 \text{ МПа}; \end{aligned}$$

$$e_{op} = y_0 - a_p = 0,5698 - 0,0555 = 0,5143 \text{ м}; \quad y_p = e_{op};$$

$$P_{01} = (\sigma_{sp} - \sigma_1 - \sigma_3) A_s = (1238 - 123,8 - 31,5) \cdot 10^3 \cdot 5,66 \cdot 10^{-4} = 612,86 \text{ кН};$$

$$R_{sp} = \left(\frac{P_{01}}{A_{red}} + \frac{P_{01} e_{op} y_p}{I_{red}} \right) / 0,75 = \left(\frac{612,86 \cdot 10^{-3}}{0,1962} + \frac{612,86 \cdot 0,514^2 \cdot 10^{-3}}{1,526 \cdot 10^{-2}} \right) / 0,75 = 18,31 \text{ МПа} > 0,5 \cdot 35 = 17,5;$$

принимаем $R_{sp} = 20 \text{ МПа}$.

Суммарное значение первых потерь

$$\sigma_{los1} = \sum \sigma_{i1} = \sigma_1 + \sigma_3 + \sigma_6 = 123,7 + 31,50 + 11,57 = 166,77 \text{ МПа}.$$

С учетом потерь σ_{los1} напряжение $\sigma_{sp} = 6,69 \text{ МПа}$.

Расчетные значения вторых потерь:

а) от усадки бетона $\sigma_8 = 35 \text{ МПа}$;

б) от ползучести бетона при $\sigma_{sp} / R_{sp} = 6,69 / 20 = 0,33 < 0,75$;

$$\sigma_9 = 150 \cdot 0,85 \cdot \sigma_{sp} / R_{sp} = 150 \cdot 0,85 \cdot 0,33 = 42 \text{ МПа}.$$

Суммарное значение вторых потерь

$$\sigma_{los2} = \sum \sigma_{i2} = \sigma_8 + \sigma_9 = 35 + 42 = 77 \text{ МПа}.$$

3. Проверяем панель-оболочку на образование нормальных трещин в стадии эксплуатации. Конструкция относится к 3-й категории трещиностойкости, поэтому значение коэффициента надежности по нагрузке принимаем $\gamma_f = 1$; $M = 426,4 \text{ кН} \cdot \text{м}$ (см. табл. 4.4).

Предварительное напряжение, усилие обжатия и эксцентриситет усилия обжатия с учетом всех потерь соответственно равны:

$$\sigma_{sp2} = \sigma_{sp} - \sigma_{los1} - \sigma_{los2} = 1238 - 166,77 - 77,0 = 994,23 \text{ МПа};$$

$$P_{02} = \gamma_{sp} (\sigma_{sp2} A_{sp} - \sigma'_c A'_s) = 0,9 (994,23 \cdot 10^3 \cdot 5,66 \cdot 10^{-4} - 88,57 \cdot 10^{-3} \times 2(0,28 + 1,31) \cdot 10^{-4}) = 480,70 \text{ кН};$$

$$e_{op2} = \frac{\sigma_{sp2} A_{sp} y_p + \sigma'_c A'_s y'_s}{P_{02}} = \frac{(994,23 \cdot 5,66 \cdot 0,514 \cdot 10^{-1} + 88,57 \cdot 10^{-1} \cdot 2(0,28 + 1,31) \cdot 0,39)}{480,70} = 0,581 \text{ м},$$

где

$$\sigma'_c = \sigma_6 + \sigma_8 + \sigma_9 = 11,57 + 35 + 42 = 88,57 \text{ МПа}.$$

Напряжение в сжатом бетоне на уровне крайнего волокна

$$\sigma_s = \frac{P_{02}}{A_{red}} - \frac{P_{02}e_{op2}(h-y_0)}{I_{red}} + \frac{M(h-y_0)}{I_{red}} = \frac{480,70 \cdot 10^{-3}}{0,1962} - \frac{480,70 \cdot 0,581(1,0-0,5698) \cdot 10^{-3}}{1,526 \cdot 10^{-2}} + \frac{426,3 \cdot 10^{-3} \cdot (1,0-0,5698)}{1,526 \cdot 10^{-2}} = 6,60 \text{ МПа.}$$

Расстояние от центра тяжести приведенного сечения до ядровой точки (рис. 4.15):

$$r' = \frac{\varphi W_0}{A_{red}} = \frac{1 \cdot 2,68 \cdot 10^{-2}}{0,1962} = 0,137 \text{ м,}$$

где

$$\varphi = \frac{1,6 - \sigma_s}{R_{s,ser}} = \frac{1,6 - 6,60}{25,5} = 1,34 > 1, \text{ принимаем } \varphi_n = 1.$$

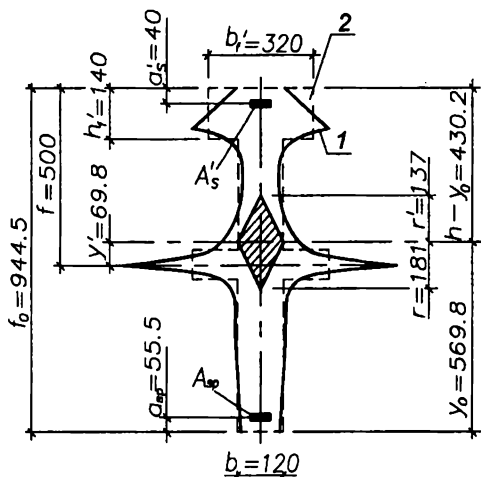


Рис. 4.15. Заданное (1) и эквивалентное (2) приведенное сечение панели-оболочки

Момент, воспринимаемый сечением при образовании трещин:

$$M_{crc} = R_{bt,ser} W_0 \gamma_{pl} + P_{02}(e_{op2} + r') = 1,95 \cdot 2,68 \cdot 10 \cdot 1,75 + 480,70 \times \\ \times (0,581 + 0,137) = 436,60 \text{ кН} \cdot \text{м} > 426,3 \text{ кНм};$$

трещины в растянутой зоне не образуются.

Аналогично делаем проверку по образованию нормальных трещин верхней зоны сечения панели-оболочки в стадии изготовления. Получено, что момент, воспринимаемый сечением при образовании трещин M_{crc} , больше момента внешних сил M_r , и следовательно, начальные трещины в зоне, сжатой от внешней нагрузки, не образуются.

4. Определяем прогиб панели-оболочки с использованием геометрических характеристик поперечного сечения I–I. Расчет производим на действие постоянных, длительных и кратковременных нагрузок при коэффициенте надежности по нагрузке $\gamma_f = 1$: $M_{sh,ser} = 83,0 \text{ кН} \cdot \text{м}$; $M_{l,ser} = 343,4 \text{ кН} \cdot \text{м}$ (см. табл. 4.4).

Кривизны в сечении (при действии указанных нагрузок) без трещин в растянутой зоне:

$$\left(\frac{I}{r}\right)_1 = \frac{M_{sh,ser}}{\varphi_{b1} E_b I_{red}} = \frac{83,0 \cdot 10^{-3}}{0,85 \cdot 34,5 \cdot 10^3 \cdot 1,526 \cdot 10^{-2}} = 1,85 \cdot 10^{-4} \text{ 1/м};$$

$$\left(\frac{I}{r}\right)_2 = \frac{\varphi_{b2} M_{l,ser}}{\varphi_{b1} E_b I_{red}} = \frac{2 \cdot 343,4 \cdot 10^{-3}}{0,85 \cdot 34,5 \cdot 10^3 \cdot 1,526 \cdot 10^{-2}} = 15,20 \cdot 10^{-4} \text{ 1/м}.$$

Кривизна от кратковременного действия усилия предварительного обжатия:

$$\left(\frac{I}{r}\right)_3 = \frac{P_{02} e_{op2}}{\varphi_{b1} E_b I_{red}} = \frac{480,70 \cdot 0,581 \cdot 10^{-3}}{0,85 \cdot 34,5 \cdot 10^3 \cdot 1,526 \cdot 10^{-2}} = 6,24 \cdot 10^{-4} \text{ 1/м}.$$

Кривизна, вызванная неравномерной ползучестью бетона от его обжатия:

$$\left(\frac{I}{r}\right)_4 = \frac{(\varepsilon_b - \varepsilon'_b)}{h_0} = \frac{49,21 \cdot 10^{-5}}{0,9445} = 5,21 \cdot 10^{-4} \text{ 1/м},$$

где

$$\varepsilon_b = \frac{\sigma_b}{E_s} = \frac{(\sigma_6 + \sigma_8 + \sigma_9)}{E_s} = \frac{(11,57 + 35 + 42)}{1,8 \cdot 10^5} = 49,21 \cdot 10^{-5};$$

$\varepsilon'_b = 0$. Полное значение кривизны:

$$\frac{I}{r} = \left(\frac{I}{r}\right)_1 + \left(\frac{I}{r}\right)_2 - \left(\frac{I}{r}\right)_3 - \left(\frac{I}{r}\right)_4 = (1,85 + 15,20 - 6,24 - 5,21) \cdot 10^{-4} = 5,6 \cdot 10^{-4} \text{ 1/м}.$$

Прогиб по приближенной формуле:

$$f = S \left(\frac{I}{r_{\text{tot}}} \right) l_0^2 = \left(\frac{5}{48} \right) \cdot 5,6 \cdot 10^{-4} \cdot 17,78^2 = 0,01844 \text{ м.}$$

Относительный прогиб:

$$\frac{f}{l} = \frac{0,01844}{17,78} = \frac{1}{964} < \frac{1}{250}.$$

Расчет панели-оболочки на усилия поперечного направления

Панель-оболочку на действие усилий поперечного направления рассчитывают из условия равновесия элементарной полоски оболочки, вырезанной по ее длине в зоне действия максимальных изгибающих моментов и в местах приложения сосредоточенных нагрузок. Поперечные сечения панели-оболочки по краям вырезанной полоски приведены на рис. 4.16а, б, где принята разбивка половины сечения на 20 участков (12 – в криволинейной части сечения и 6 – в ребре-киле). В рассматриваемом примере разбивку на участке производим горизонтальными плоскостями для удобства определения величины касательных напряжений, которые в пределах криволинейной части панели-оболочки изменяются в зависимости от ширины сечения оболочки и перепада высот $h_b - h_a$ по концам участка шириной ΔX .

Усилия M_n , N_n и Q_n в продольном сечении вырезанной полоски панели-оболочки:

$$M_{ni} = \sum_{n=i}^{n=m} (Dt - DP_n)(z_n - z_i); \quad (4.1)$$

$$N_{ni} = \sum_{n=i}^{n=m} (Dt - DP_n) \cdot \sin z_i; \quad (4.2)$$

$$Q_{ni} = \sum_{n=i}^{n=m} (Dt - DP_n) \cdot \cos z_i, \quad (4.3)$$

где n – номер элементарной площадки поперечного сечения оболочки; DP_n – внешняя нагрузка, приходящаяся на элементарную площадку поперечного сечения; z_n – абсцисса элементарной площадки; z_i – абсцисса сечения i – той оболочки; γ_i – угол наклона к оси OZ , касательной к контуру поперечного сечения в точке i .

Сдвигающее усилие, действующее на элементарную площадку поперечного сечения:

$$\Delta t_n = \tau_n \Delta A_n, \quad (4.4)$$

где τ_n – касательные напряжения в элементарной площадке поперечного сечения:

$$\tau_n = \left(\sum_{n=i}^{n=m_b} \Delta N_{nb} - \sum_{n=i}^{n=m_a} \Delta N_{na} \right) / 0,5 \Delta x (b_{ia} + b_{ib}). \quad (4.5)$$

В формулах (4.1)–(4.3) суммирование распространяется на участок от точки i до крайней площадки $n = m_a$ поперечного сечения $a-a$ или до $n = m_b$ поперечного сечения $b-b$. (рис. 4.13).

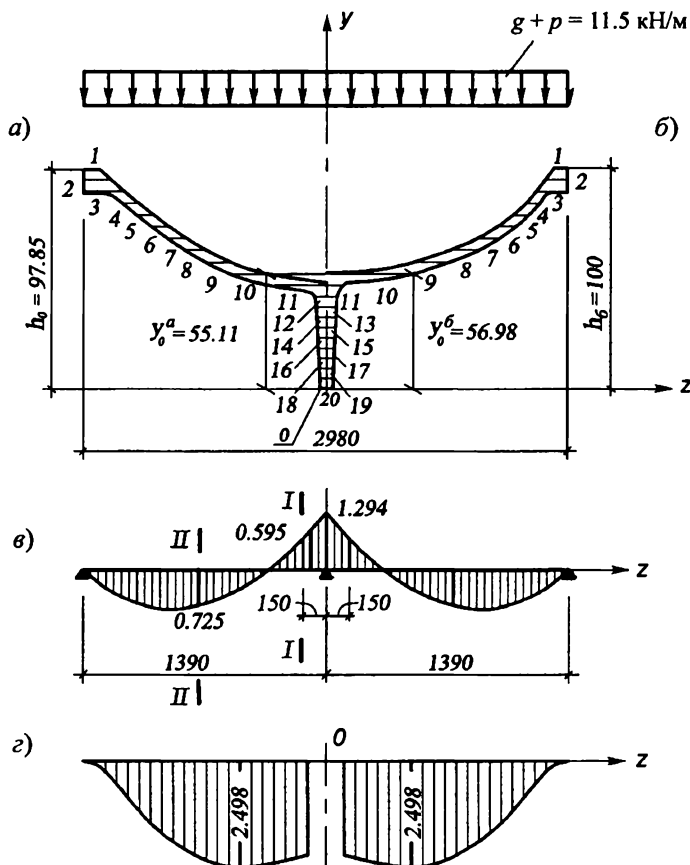


Рис. 4.16. Схема разбивки сечений панели-оболочки на элементарные участки:

a – для сечения $x = 6,48 \text{ м}$; $б$ – для сечения $x = 8,98 \text{ м}$; $в$ – эпюры изгибающих моментов в крайней волне покрытия; $г$ – то же, в средней волне покрытия

В формуле (4.5) ΔN_{na} и ΔN_{nb} – нормальные силы от балочного изгибающего момента, действующие на элементарные площадки левого и правого поперечных сечений; ΔX – длина рассматриваемого продольного сечения, принимаемая не более ширины панели; b_{ia} и b_{ib} – ширина горизонтальных сечений оболочки в точках i , соответственно, поперечных сечений a – a и b – b .

Нормальные силы:

$$\Delta N_{na} = \sigma_{na} \Delta A_{na} = M_{xa} (y_{na} - y_0^a) \frac{\Delta A_{na}}{I_a}; \quad (4.6)$$

$$\Delta N_{nb} = \sigma_{nb} \Delta A_{nb} = M_{xb} (y_{nb} - y_0^b) \frac{\Delta A_{nb}}{I_b}; \quad (4.7)$$

где σ_{na} и σ_{nb} – нормальные напряжения, действующие на элементарные площадки, соответственно, левого и правого поперечных сечений; y_0^a и y_0^b – ординаты центров тяжести, соответственно, левого и правого поперечных сечений; $I_{a,red}$, $I_{b,red}$ – приведенные моменты инерции, соответственно, левого и правого поперечных сечений; ΔA_{na} , ΔA_{nb} , y_{na} , y_{nb} – площадки и ординаты центров тяжести элементарных площадок левого и правого поперечных сечений; M_{xa} и M_{xb} – продольные балочные изгибающие моменты, соответственно, в левом и правом поперечных сечениях панели. Результаты вычислений усилий по формулам (4.1)–(4.7) сведены в табл. 4.5 и 4.6. За расчетный изгибающий момент принимаем максимальный момент из вычисленных по табл. 4.5 и 4.6 $M_n = M_{10} = 249758 \cdot 10^{-5}$ кН·м.

Проверяем прочность сечения на действие этого момента. На рассматриваемом участке длиной $\Delta X = 2,5$ м нижняя арматура в виде сетки С-1 – $A_s = 1,78 \cdot 10^{-4}$ м² (см. рис. 4.2), верхняя арматура – сетка С-2 – $A_s = 1,78 \cdot 10^{-4}$ м² (обе сетки из стержней диаметром 3 мм Вр-I с шагом 100 мм в рабочем направлении). Сечение рассчитываем как прямоугольное с двойной ненапрягаемой арматурой:

$$x = \frac{(R_s A_s - 0,5 R_{sc} A'_s)}{R_s b} = \frac{(375 \cdot 1,78 \cdot 10^{-4} - 0,5 \cdot 375 \cdot 1,78 \cdot 10^{-4})}{18 \cdot 2,5} = 0,000742 \text{ м},$$

так как $x < a' = (1 + 0,3/2)10^{-2} = 0,00115$ м (следовательно A'_s при проверке прочности не учитываем);

$$M = R_s A_s (h_0 - a') = 375 \cdot 1,78 \cdot 10^{-4} \cdot (4 - 1,15) = 1,13 \text{ кНм} < 2,5 \text{ кНм},$$

т.е. назначенной арматуры поперечного направления недостаточно.

Геометрические характеристики поперечного сечения гиперболической панели-оболочки

№ участка	Площадь участка $\Delta A_b \cdot 10^{-4}, \text{ м}^2$	Ордината центра тяжести участка от низа сечения $y_k \cdot 10^{-2}, \text{ м}$	Статический момент участка относительно низа сечения $\Delta A_b y_k \cdot 10^{-6}, \text{ м}^3$	Ордината центра тяжести участка относительно центра поперечного сечения $y_l \cdot 10^{-2}, \text{ м}$	Статический момент участка относительно центра тяжести поперечного сечения $\Delta S_b \cdot 10^{-6}, \text{ м}^3$	Момент инерции участка, см^4 , относительно	
						собственного центра тяжести $\Delta J \cdot 10^{-8}, \text{ м}^4$	всего поперечного сечения $\Delta A_b y_l^2 \cdot 10^{-8}, \text{ м}^4$
1	335,0	-22,20	-7437	-29,5	-9874	75520	290981
2	45,3	-1,27	-58	-8,5	-387	30	2305
3	33,3	-0,05	-2	-7,3	-244	30	1785
4	33,3	-1,60	53	-5,7	-189	30	1071
5	33,3	3,65	122	-3,6	-121	30	437
6	33,3	6,25	208	-1,0	-34	30	35
7	33,3	9,30	310	2,0	68	30	137
8	33,3	12,90	430	5,6	187	30	1055
9	33,3	17,05	568	9,8	324	30	3184
10	33,3	21,80	726	14,5	484	30	7028
11	33,6	26,85	902	19,6	658	30	12879
12	38,3	32,30	1237	25,0	959	47	23991
13	55,0	37,90	2064	30,6	1685	166	51594
14	96,0	42,40	4070	35,1	3372	784	118461
15	85,0	43,86	3728	36,6	3110	1047	113788
	$\Sigma \Delta A_b = 954,6$		$\Sigma \Delta A_b y_k = 6945$			$\Sigma \Delta J_i = 77864$	$\Sigma \Delta A_b y_l^2 = 629731$

Определение поперечных изгибающих моментов панели-оболочки

№ у ч а с т к а	Сечение $x = 6,48$ м; $h_a = 0,9706$ м					Сечение $x = 8,98$ м; $h_b = 1,00$ м				
	$y_0^a = 0,5511$ м; $I_{a,red} = 1,482 \cdot 10^{-2}$ м; $M_a = 500,5$ кН·м; $Q_a = 34,5$ кН; $\sigma_{na} = M_a y_0^a / I_{a,red}$					$y_0^b = 0,5698$ м; $I_{b,red} = 1,526 \cdot 10^{-2}$ м; $M_b = 542,7$ кН·м; $Q_b = 0$; $\sigma_{nb} = M_b y_0^b / I_{b,red}$				
	$y_{na} \times 10^{-2}$, м	$\Delta A_{na} \times 10^{-3}$, м ²	σ_{na} , МПа	$\Delta A_{na} \times \sigma_{na} \times 10^{-3}$, кН	$\sum \Delta A_{na} \times \sigma_{na} \times 10^{-3}$, кН	$y_{nb} \times 10^{-2}$, м	$\Delta A_{nb} \times 10^{-3}$, м ²	σ_{nb} , МПа	$\Delta A_{nb} \times \sigma_{nb} \times 10^{-3}$, кН	$\sum \Delta A_{nb} \times \sigma_{nb} \times 10^{-3}$, кН
1	42,7	15,0	14,0	21000	21000	40,1	53,8	14,26	76790	76790
2	40,0	67,5	13,12	90710	111710	39,2	89,0	13,94	124066	200856
3	34,2	101,2	11,21	113446	225146	34,6	82,4	12,30	101352	302388
4	29,6	51,3	9,7	49771	274917	25,6	42,5	9,10	36689	339077
5	23,7	35,6	7,77	27665	302572	20,5	32,5	7,29	23792	362869
6	18,6	34,0	6,10	20728	323300	15,5	32,0	5,51	176638	382507
7	14,4	35,1	4,72	16567	339867	10,5	36,2	3,73	13516	394023
8	9,0	41,3	2,95	12183	352050	5,4	42,0	1,92	8064	402087
9	2,9	47,5	0,95	4515	356565	0,4	48,2	0,14	675	402762
10	-2,8	62,5	-0,92	-5736	350829	-4,3	68,5	-1,53	-10481	392281
11	-9,0	105,0	-2,95	-30974	319855	-8,9	102,6	-3,16	-32471	359810
12	-14,0	67,5	-4,42	-29868	289987	-14,5	70,8	-5,16	-36532	323278
13	-18,9	52,5	-6,19	-32523	257464	-19,0	54,7	-6,76	-36977	286301
14	-23,0	33,5	-7,54	-25255	232209	-24,62	33,5	-8,61	-28828	257473
15	-28,5	31,2	-9,34	-29145	203064	-29,0	31,2	-10,31	-32178	225295
16	-33,2	30,0	-10,88	-32646	170418	-34,0	30,0	-12,09	-36271	189024
17	-38,0	28,5	-12,46	-35497	134921	-38,9	28,5	-13,83	-39424	149600
18	-43,0	28,7	-14,09	-40450	94471	-44,2	28,7	-15,72	-45109	104491
19	-48,3	29,0	-15,83	-45911	48560	-49,0	29,0	-17,42	-50531	53960
20	-53,0	28,0	-17,37	-49683	1123	-54,0	28,0	-19,20	-53767	193

№ у ч а с т к а	$\sum \Delta A_{na} = 924,9; \quad \varepsilon = 1123/48560 = 0,023 \text{ (2,3\%)}$			$\Delta I_n = \tau \Delta A_{n0} \times 10^{-3}, \text{ кН}$	$Z_{n0} \times 10^{-2}, \text{ м}$	$\sum \Delta A_{n0} (z_n - z_i) \times 10^{-2}, \text{ кН} \cdot \text{м}$		$M_{(q+p)} = \frac{(z_m - z_n)^2}{2} \times 10^{-5}, \text{ кН} \cdot \text{м}$	$M_n = \sum_{n=i}^{n=m} \Delta I_n (z_n - z_i) - M_{(q+p)}, \text{ кН} \cdot \text{м}$
	$\sum \Delta A_{na} \times \sigma_{n0} - \sum \Delta A_{na} \times \sigma_{n0}, \text{ Н}$	$0,5(b_{ia} + b_{ie}) \times 10^{-4}, \text{ м}^2$	$\tau, \text{ МПа}$						
1	65790	2688	0,208	1117	144,0	0	0	0	0
2	89146	5000	0,178	1586	141,9	2346	254	2093	2093
3	77242	4500	0,222	1831	138,0	12887	2070	10817	10817
4	64160	1875	0,342	1454	125,5	69563	19676	49887	49887
5	60297	1687	0,357	1162	113,0	144412	55258	89154	89154
6	59207	1637	0,362	1157	104,0	208762	92000	116762	116762
7	54156	1700	0,319	1153	93,0	300995	149558	151437	151437
8	50037	1950	0,257	1078	83,8	396171	208382	187939	187939
9	46197	2550	0,181	73	70,5	527327	310629	216698	216698
10	41452	6000	0,069	473	54,1	714468	464716	249752	249752
11	39955	3850	0,104	1065	25,3	1056722	810157	246565	246565
12	33291	1650	0,202	1428	6,8	1296283	1082371	213912	213912
13	28837	1450	0,199	1088					
14	25264	1280	0,197	660					
15	22231	1210	0,184	573					
16	18606	1150	0,162	485					
17	14679	1080	0,136	387					
18	10020	980	0,102	293					
19	5400	930	0,058	168					
20		0							

$$\Delta I_n = 18,031 = \frac{18,031 \cdot 2 - 34,5}{34,5} = 0,045 \text{ (4,5\%)}$$

Поэтому в крайних панелях-оболочках на период эксплуатации и во всех панелях на период транспортирования и монтажа ставим поперечные распорки, располагая их с шагом 2–3 м. Крайние панели-оболочки в поперечном направлении и середине панели-оболочки рассчитываем как двухпролетные балки, в которых средней опорой является вертикальное ребро-киль, а крайними – смежные панели (см. рис. 4.162). Изгибающие моменты в расчетных сечениях:

$$M_{n0} = -0,125(c + g)l^2 = 0,125 \cdot \frac{11,5}{2,5} \cdot 1,5^2 = -1,294 \text{ кН} \cdot \text{м};$$

$$M_{n1} = (c + g)l^2(1 - 5x/l + 4x^2/l^2)/8 = \frac{11,5 \cdot 1,5^2}{2,5 \cdot 8} \left(1 - \frac{5 \cdot 0,15}{1,5} + \frac{4 \cdot 0,15^2}{1,5} \right) = 0,595 \text{ кН} \cdot \text{м};$$

$$M_{n2} = 0,07(c + g)l^2 = 0,07 \cdot 11,5 \cdot 1,5^2 / 2,5 = 0,725 \text{ кН} \cdot \text{м}.$$

Проверяем прочность панели в сечениях I–I и II–II на действие этих моментов:

для сечения I–I:

$$h_0 = h - a = 0,046 - 0,0115 = 0,0345,$$

$$x = \frac{(375 \cdot 0,71 \cdot 10^{-4} - 0,5 \cdot 375 \cdot 0,77 \cdot 10^{-4})}{18 \cdot 1,0} = 0,000148 < a',$$

и, следовательно, A' , не учитываем.

$$M = 375 \cdot 0,71 \cdot 10^{-4} (3,45 - 1,15) = 0,612 \text{ кНм} > M_{n1} = 0,595 \text{ кНм, т.е.}$$

прочность сечения обеспечена;

для сечения II–II:

$$h_0 = 0,04 - 0,0115 = 0,0285 \text{ м},$$

$$\omega = a - \beta R_s = 0,85 - 0,008 \cdot 18 = 0,706,$$

$$\xi_R = \frac{\omega}{1 - \frac{\omega}{1 + \sigma_{sr} \frac{1,1}{500}}} = \frac{0,706}{1 - \frac{0,706}{1 + 375 \frac{1,1}{500}}} = 0,556,$$

$$x = \frac{R_s A_s}{R_s b} = \frac{375 \cdot 0,71 \cdot 10^{-4}}{18 \cdot 1,0} = 0,00148 \text{ м},$$

$$x < x_R = 0,556 \cdot 0,0285 = 0,00158 \text{ м},$$

$$M = R_s A_s (h_0 - 0,5x) = 375 \cdot 0,71 \cdot 10^{-1} (0,0285 - 0,5 \cdot 0,0148) = 0,739 \text{ кНм} > M_{n2} = 0,725 \text{ кНм},$$

т.е. прочность сечения обеспечена.

4.3. Расчет и конструирование пространственного покрытия из панелей-оболочек КСО

Расчет панелей-оболочек КСО по несущей способности целесообразно производить по методу предельного равновесия, получившему надежное обоснование при проведении испытаний на натурных образцах конструкций.

При расчете прочности пространственная конструкция панели-оболочки разделяется на такие системы (рис. 4.17):

- безраскосные фермы-диафрагмы со стойками-подвесками, шарнирно прикрепленными к их верхним и нижним поясам;
- складчатая полка, защемленная в верхних поясах и торцовых ребрах панели;
- торцовые ребра с примыкающими к ним участками полки.

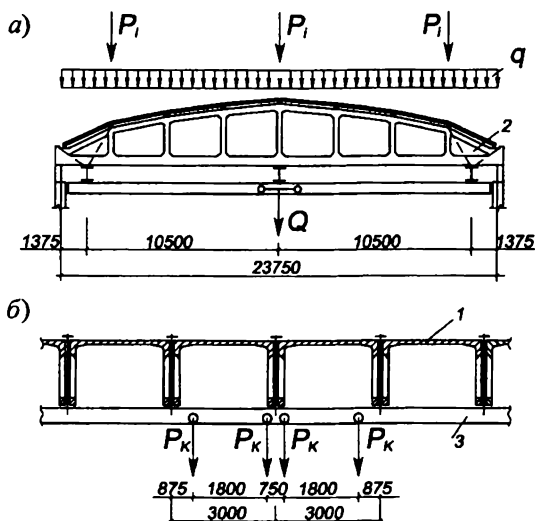


Рис. 4.17. Поперечный (а) и продольный (б) разрезы покрытия панелей-оболочек КСО 3×24 м и схемы расчетных нагрузок:

1 – панель КСО, 2 – подвески, 3 – балки кранового пути

Геометрическую схему фермы-диафрагмы следует образовывать осевыми линиями, проведенными по центрам тяжести бетонных сечений ее конструктивных элементов (верхнего и нижнего поясов, стоек), и жесткими дисками опорных узлов (рис. 4.18а).

Расчетную схему фермы-диафрагмы рекомендуется представлять в виде арки с жесткими дисками у опор с шарнирно прикрепленной затяжкой и стойками (с одиночным шарниром по верху и двойным по низу). Система один раз статически неопределима (см. рис. 4.18б). Такая расчетная схема соответствует работе фермы-диафрагмы в стадии предельного равновесия.

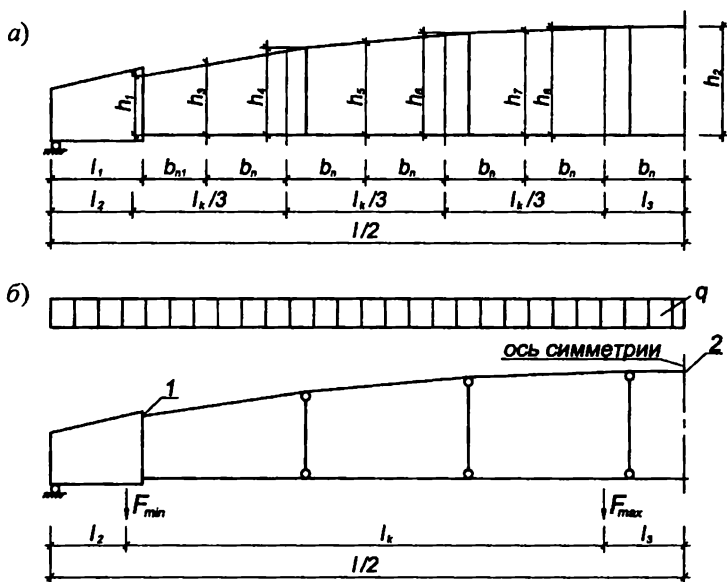


Рис. 4.18. К расчету арочной диафрагмы по несущей способности:
а – геометрическая схема; б – расчетная схема

Расчет безраскосной фермы-диафрагмы. Если в расчетной схеме фермы-диафрагмы (один раз статически неопределимой системе) за неизвестное X_1 принять усилие в затяжке, то изгибающие моменты, нормальные и поперечные силы в верхнем поясе фермы-диафрагмы определяются из уравнений:

$$M_i = \bar{M}_{ip} + \bar{M}_{il} X_1;$$

$$N_i = -Q_{i0} \sin \varphi_i - X_1 \cos \varphi_i; \quad (4.8)$$

$$Q_i = Q_{i0} \cos \varphi_i - X_1 \sin \varphi_i,$$

где $\bar{M}_{ip}$ – изгибающий момент в i – ом сечении основной системы от внешней нагрузки; Q_{i0} – поперечная сила (балочная) в i -ом сечении основной системы от внешней нагрузки; $\bar{M}_{i0}$ – изгибающий момент в i – ом сечении основной системы от усилия $X_1 = 1$; φ_i – угол наклона i -го поперечного сечения верхнего пояса диафрагмы к вертикали.

В верхнем поясе арочной диафрагмы, при действии равномерно распределенной нагрузки и сосредоточенных сил от подвесного транспорта, следует рассматривать два расчетных сечения – в середине пролета, где по эпюре изгибающих моментов имеет место максимальный положительный момент, и у опорного узла, где имеется максимальный отрицательный момент. Если эти изгибающие моменты обозначить соответственно через M_2 и M_1 , а их соотношение через

$$\xi = \frac{M_2}{M_1}, \quad (4.9)$$

то усилие X_1 определится по формуле:

$$X_1 = -\frac{\bar{M}_{2p} + \xi \bar{M}_{1p}}{\bar{M}_{21} + \xi \bar{M}_{11}}, \quad (4.10)$$

где $\bar{M}_{21}$, $\bar{M}_{11}$ – пролетный и опорный изгибающие моменты в основной системе от усилия $X_1 = 1$; M_{2p} , M_{1p} – то же, от внешней нагрузки; ξ – коэффициент перераспределения внутренних усилий в расчетных пролетном и опорном сечениях.

Из двух рассматриваемых сечений более опасно опорное, так как оно имеет небольшую сжатую зону бетона по низу, в связи с чем, в этом сечении обычно ставится дополнительная сжатая арматура.

В первом приближении принимается $\xi = 1$. Если в результате подбора арматуры в расчетных сечениях окажется, что в одном из них невозможно расположить арматуру по конструктивным соображениям, то, изменяя коэффициент ξ , можно перераспределить изгибающие моменты так, чтобы уменьшить значение момента в одном сечении и увеличить во втором. Так, например, если нужно уменьшить количество арматуры в сечении 1, а увеличить в сечении 2, то коэффициенту ξ придают значение больше единицы (1,1 или 1,2 и т.д.).

В работе опорного момента кроме растянутой арматуры собственно верхнего пояса надо учитывать арматуру, расположенную в полке.

Значение ширины сжатой полки, вводимое в расчет при работе положительного пролетного момента, принимается равным половине ширины полки в глухих панелях и расстоянию до проема в панелях с зенитными или светоаэрационным фонарем.

Задавшись величиной ξ и определив по формуле (4.9) усилие в затяжке X_1 , по формулам (4.11) находят изгибающие моменты, нормальные и поперечные силы в расчетных сечениях верхнего пояса ферм-диафрагм.

Влияние длительности действия нагрузок на прочность бетона рекомендуется оценивать условием:

$$F_I < 0,82F_{II}, \quad (4.11)$$

где F_I — усилия от нагрузок постоянных, длительных и кратковременных, кроме непродолжительного действия (крановых, возникающих при транспортировании, возведении и т.п.); F_{II} — усилия от всех нагрузок, включая нагрузки непродолжительного действия.

Площадь сечения растянутой арматуры в расчетном пролетном сечении 2 фермы-диафрагмы рекомендуется определять из уравнения:

$$A_{s1} = \frac{R_b \sigma'_f x - N_2 - A_{s2} \sigma_{s2} - A_{s3} \sigma_{s3}}{\sigma_{s1}}. \quad (4.12)$$

Высота сжатой зоны бетона этого сечения (по полке) находится по формуле:

$$x = h_{01} - \sqrt{h_{01}^2 - \frac{M_2 + N_2(h_{01} - \xi) + A_{s2} \sigma_{s2}(h_{01} - h_{02}) + A_{s3} \sigma_{s3}(h_{01} - h_{03})}{0,5 R_b \sigma'_f}}, \quad (4.13)$$

где h_{01} , h_{02} , h_{03} — расстояния от центров тяжести арматуры; S_1 , S_2 , S_3 до верха полки; (S_1 — арматура, расположенная по низу сечения верхнего пояса; S_2 — по верху сечения, определяемая из условия транспортирования панели; S_3 — арматура полки); M_2 , N_2 — усилия в пролетном сечении верхнего пояса фермы-диафрагмы; ξ — расстояние от центра тяжести бетонного сечения верхнего пояса до верха полки; σ'_f — ширина сечения по верху; R_b — призмная прочность бетона.

Напряжения в стержнях арматуры рекомендуется определять по формуле:

$$\sigma_{si} = \bar{R}_s \left(\frac{\omega h_{oi}}{x} - 1 \right), \quad (4.14)$$

где

$$\bar{R}_s = \frac{\sigma_{sc,u}}{1 - \omega/1,1} \quad (4.14a)$$

Задавшись высотой сжатой зоны $\bar{x}$, по формуле (см. 4.12, 4.15, 4.16) вычисляют напряжения в арматуре S_1, S_2, S_3 . Подставив напряжения σ_{s2} и σ_{s3} в формулу (4.13), находят высоту сжатой зоны x . Величина сжатой зоны считается вычисленной при $\bar{x} = x$.

Площади сечений арматуры A_{s2} и A_{s3} в расчетном опорном сечении 1 фермы-диафрагмы (полка – в растянутой зоне сечения) рекомендуется определять из выражений:

$$A_{s2} = \frac{M_1 - (N_1 - R_b A_b)(\xi - h_{03}) - R_b S_b - A_{s1} \sigma_{s1}(h_{01} - h_{03})}{\sigma_{s2}(h_{02} - h_{03})}; \quad (4.15)$$

$$A_{s3} = \frac{R_b A_b - N_1 - A_{s1} \sigma_{s1} - A_{s2} \sigma_{s2}}{\sigma_{s3}}. \quad (4.16)$$

В формулах 4.13, 4.15 и 4.16 A_{s1} – площадь сечения арматуры, расположенной в полке; A_{s2}, A_{s3} – площадь сечений арматуры, расположенные в верхней и нижней зонах верхнего пояса; h_{01}, h_{02}, h_{03} – расстояния от центров тяжести арматур; S_1, S_2, S_3 до низа сечения; A_s – площадь сечения сжатой зоны бетона; S_s – статический момент сечения сжатой зоны бетона относительно оси, расположенной на расстоянии ξ от низа сечения верхнего пояса.

Задавшись высотой сжатой зоны $X_R \leq \xi_R h_{02}$, вычисляют значения A_b, S_b , а также напряжения в арматуре – по формуле (4.14).

Усилия в стойках арочных диафрагм, шарнирно прикрепленных к верхнему поясу, при отсутствии подвесных кранов, близки к нулю. При наличии подвесного транспорта, усилия растяжения в стойках, к которым подвешен крановый путь, определяют с помощью линии влияния опорных реакций в точках подвесок при наименее выгоднейшем расположении кранов.

Расчет стоек арочных диафрагм на действие сосредоточенных сил от подвесного транспорта производится по предельным состояниям, как первой, так и второй группы.

Армируются стойки пространственными каркасами, включающими не менее четырех продольных стержней диаметром 12 мм из арматуры класса А-III.

Расчет опорных узлов панелей-оболочек КСО с наклонными сжатыми гранями, а также промежуточных панелей верхнего пояса

арочных диафрагм на действие поперечной силы, производится согласно [23].

Расчет складчатой полки. Экспериментальными исследованиями установлены три характерных области напряженного состояния полки по ее длине при нагружении: две области по 0,25 у опорных узлов и третья область длиной, равной 0,5 l в средней части панели полка у опорных узлов в стадии, предшествующей ее разрушению, испытывает, кроме изгиба, усилия растяжения от отрицательных моментов в арочных диафрагмах, а в средней части панели – сжатие от положительных изгибающих моментов.

Расчет областей полки опорных узлов по двум ее взаимно перпендикулярным направлениям при регулярной сетке армирования может производиться по формуле:

$$M = 0,2p, \quad (4.17)$$

где p – равномерно распределенная расчетная нагрузка на m^2 полки.

Расчет полки, расположенной в средней части панели, допускается не производить. При этом, в поперечном направлении полка армируется так же, как и полка у опорных узлов, а в продольном принимается шаг стержней арматуры равный 200 мм.

Утолщенные до 100 мм участки полки у зенитных фонарей рассчитывают по балочной шарнирной схеме с пролетом, равным расстоянию между верхними поясами арочных диафрагм в свету.

Утолщения у прямоугольных проемов для зенитных и светозащитных фонарей, а также круглые проемы, подкрышные вентиляторы и воздуховоды окаймляются конструктивной арматурой (1 стержень диаметром 12 мм класса А-III).

Расчет торцового ребра. Торцовое ребро с пролетом, равным расстоянию между торцовыми вутами, зашпалено в конструкциях опорных узлов. Расчет торцового ребра производится на равномерно распределенную нагрузку, приложенную непосредственно на ребро, а также на нагрузку треугольного очертания, передающуюся с полки панели-оболочки.

Пролетный и опорный изгибающие моменты в торцовом ребре определяются из выражения:

$$M = \frac{l_p^2}{8} \left(\frac{P_1}{2} + \frac{P_2}{3} \right), \quad (4.18)$$

где P_1 – равномерно распределенная погонная нагрузка собственно на торцовое ребро; P_2 – максимальная ордината треугольной нагрузки на торцовое ребро; l_p – пролет торцового ребра.

Расчет панелей-оболочек на нагрузки, возникающие при перевозке автотранспортом. Расчет панели-оболочки КСО на вертикальные нагрузки, возникающие при транспортировании, можно не производить, так как эти нагрузки меньше статических.

Расчет панелей-оболочек на горизонтальные нагрузки, возникающие при транспортировании, производится как для балки на двух опорах на изгибающий момент в пролете

$$M_h = 0,05\gamma_n g l, \quad (4.19)$$

где g – масса панели-оболочки КСО; l – длина панели.

По изгибающему моменту определяется расчетное значение площади растянутой арматуры, располагаемой в верхней зоне верхнего пояса ферм-диафрагм.

Расчет стоек ферм-диафрагм на горизонтальные нагрузки, возникающие при транспортировании, действующие в поперечном направлении панели, производят по изгибающему моменту:

$$M_h = \gamma_h [0,4g_c h_c^2 + g_n l_n (h_c + 0,5h_n)], \quad (4.20)$$

где g_c , g_n – масса погонного метра стойки нижнего пояса арочной диафрагмы; h_c – высота стойки (расстояние от низа нижнего до низа верхнего пояса); h_n – высота нижнего пояса фермы-диафрагмы; l_n – часть длины нижнего пояса, приходящейся на стойку.

Расчет поперечника торцовой рамы с расчетной высотой h , (торцовое ребро шириной B_p и две стойки с вутами – участки опорных узлов шириной $b_c = b'_p$) производится на изгибающий момент в стойке

$$M_c = 0,2\gamma_n g h_1, \quad (4.21)$$

и изгибающий момент в торцовом ребре

$$M_p = 0,2\gamma_n g [(h_1 + h_2)(1 - l_1/l_p) - h_3 l_1/l_p], \quad (4.22)$$

где h_1 – расстояние на стойке от низа опорного узла до сечения у торцового вута; h_2 – расчетная высота торцового вута ($h_1 + h_2 = h$); h_3 – расстояние от торцового ребра до горизонтального центра тяжести панели (для панели КСО пролетом 24 м $h_3 = 0,99$ м, а для панели пролетом 18 м – 0,69 м); l_p – расстояние между осями опорных уз-

лов; l_1 – расстояние от оси опорного узла до конца торцового вута на торцовом ребре.

4.3.1. Пример расчета несущей способности панели-оболочки КСО

Отапливаемое производственное здание возводят во II районе снеговых нагрузок. Влажностный режим здания нормальный, среда неагрессивная. По ответственности здание относится к классу II. Здание оборудовано четырьмя подвесными кранами грузоподъемностью 3,2 т.

Габаритные размеры панелей-оболочек КСО 3×24 м. приняты согласно рис. 4.17 настоящих рекомендаций. Армирование полки панели осуществляется сварной рулонной сеткой из арматурной проволоки класса Вр-1. Плоские сетки верхних поясов ферм-диафрагм, торцовые ребра, опорные узлы, пространственные каркасы стоек ферм-диафрагм – из горячекатаной арматурной стали класса А-III. Напрягаемая арматура – из горячекатаной арматурной стали класса А-V.

Для изготовления панели предусмотрен бетон класса В45.

Расчетные характеристики материала панели-оболочки: бетон класса В45, подвергнутый тепловой обработке при атмосферном давлении – $R_b = 25$ МПа; $R_{bt} = 1,45$ МПа; $R_{b,ser} = 32$ МПа; $R_{bt,ser} = 2,2$ МПа; $E_b = 34 \cdot 10^3$ МПа; арматура класса А-V – $R_s = 680$ МПа; $R_{s,ser} = 785$ МПа; $E_s = 190 \cdot 10^3$ МПа; А-III – $R_s = R_{sc} = 365$ МПа; $E_s = 200 \cdot 10^3$ МПа; Вр-1 Ø 5 мм – $R_s = 360$ МПа; $E_s = 170 \cdot 10^3$ МПа.

Для изготовления гибкой пластины принят бетон класса В30. Армирование осуществляется напрягаемой в двух направлениях проволочной арматурой класса Вр – II.

Расчетные характеристики материала: бетон класса В30, подвергнутый тепловой обработке при атмосферном давлении – $R_b = 17$ МПа; $R_{bt} = 1,2$ МПа; $R_{b,ser} = 22$ МПа; $R_{bt,ser} = 1,8$ МПа; $E_b = 29 \cdot 10^3$ МПа; арматура класса Вр-II Ø 5 мм – $R_s = 1045$ МПа; $E_s = 200 \cdot 10^3$ МПа.

Нагрузки на 1 м^2 поверхности покрытия приведены в табл. 4.7. Все расчетные нагрузки определены с учетом коэффициента надежности по назначению конструкций $\gamma_n = 0,95$.

Подвесные электрические краны грузоподъемностью 3,2 т. создают сосредоточенные нагрузки на диафрагмы панели-оболочки. Максимальное нормативное давление $P_{\max}$ на тележку составляет 21,36, а минимальное $P_{\min} = 5,46$ кН.

Нагрузки на панель-оболочку КСО

Вид равномерно распределенной нагрузки	Нагрузка, кПа		Коэффициент надежности по нагрузке γ_f	Расчетная нагрузка при $\gamma_f > 1$, кПа
1	2	3	4	5
на панель-оболочку:	3,007	2,857	–	3,357
<i>постоянная</i>	0,1	0,095	1,3	0,124
в т.ч. водоизоляционный ковер	0,3	0,285	1,3	0,371
цементная стяжка ($\gamma = 20 \text{ кН/м}^2$, $t = 15 \text{ мм}$)	0,7	0,665	1,3	0,865
утеплитель пенобетон ($\gamma = 5 \text{ кН/м}^3$, $t = 140 \text{ мм}$)	1,907	1,812	1,1	1,993
вес панели-оболочки	0,7	0,665	1,4	0,931
временная снеговая нагрузка	0,7	0,655	1,4	0,931
в т.ч. длительная	0	0	–	0
кратковременная	0,7	0,655	1,4	0,931
полная	3,707	3,522	–	4,284
на гибкую пластину:				
<i>постоянная</i>	2,1	1,995	–	2,404
в т.ч. водоизоляционный ковер	1,1	1,045	1,3	1,359
вес пластины	1	0,95	1,1	1,045
временная	0,7	0,665	1,4	0,931
снеговая нагрузка				
в т.ч. длительная	0	0	–	0
кратковременная	0,7	0,655	1,4	0,931
полная	2,8	2,66	–	3,335

Длительные сосредоточенные нагрузки определяют по линии влияния (рис. 4.19) от действия одного подвесного крана с учетом коэффициента 0,5:

$$F_{1\max} = 21,36 \cdot 0,5 \cdot (1 + 0,4) + 4,71 = 19,662 \text{ кН},$$

где 4,71 кН – нагрузка от крановой балки,

$$F_{1\min} = 5,46 \cdot 0,5 \cdot (1 + 0,4) + 4,71 = 8,532 \text{ кН}.$$

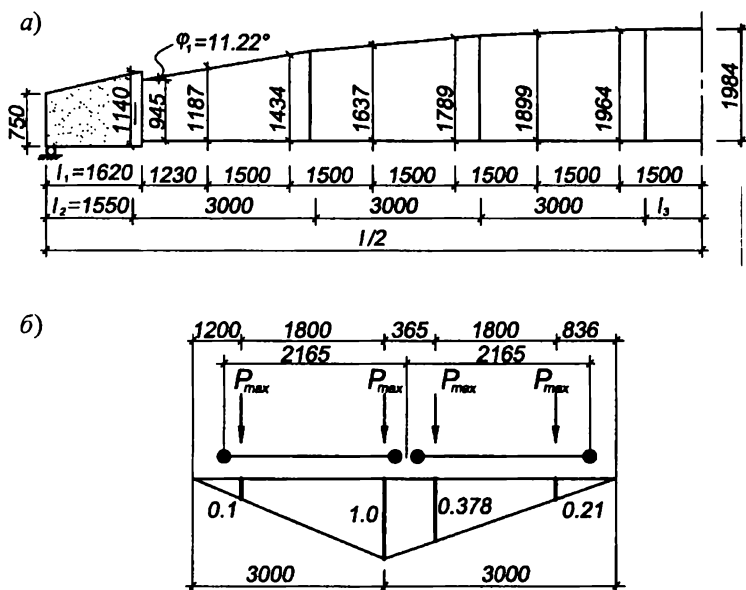


Рис. 4.19. К примеру расчета фермы-диафрагмы:
 а – геометрическая основа; б – линия влияния давления на диафрагму и установка нагрузки в невыгодное положение

Кратковременные сосредоточенные нагрузки определяют от действия остальных трех подвесных кранов:

$$F_{1\max} = 21,36 \cdot (1 + 0,4) + 4,71 = 36,614 \text{ кН};$$

$$F_{1\min} = 5,46 \cdot (1 + 0,4) + 4,71 = 12,354 \text{ кН};$$

$$F_{2\max} = 21,36 \cdot (1 + 0,4 + 0,878 + 0,278) + 4,71 = 59,306 \text{ кН};$$

$$F_{2\min} = 5,46 \cdot 2,556 + 4,71 = 18,666 \text{ кН}.$$

Расчет панели-оболочки по несущей способности

Расчет складчатой полки. Расчетная нагрузка на полку от веса водотеплоизоляционного слоя – 1,36 кПа; от веса полки – $0,03 \cdot 2,5 \cdot 1,1 \cdot 0,95 \cdot 9,81 = 0,769$ кПа; от снега – 0,931 кПа; полная – $P = 1,36 + 0,769 + 0,931 = 3,06$ кПа.

Рабочая высота сечения – 1,5 см, бетон тяжелый класса В45 с учетом коэффициента $\gamma_{e2} = 0,9 \cdot R_b = 2,5 \cdot 0,9 = 2,25$ кН/см², арматура класса Вр-1 Ø 5 мм – $R_s = 36$ кН/см².

Расчет полки у опорных узлов. По формуле (4.17) настоящих рекомендаций

$$M = 0,2P = 0,2 \cdot 3,06 = 0,612 \text{ кНм/м} = 61,2 \text{ кН} \cdot \text{см/м}.$$

По формулам вычисляем:

$$\omega = \alpha - \beta R_b = 0,85 - 0,008 \times 22,5 = 0,67;$$

$$\xi_r = \frac{\omega}{1 + \frac{\sigma_{sr}}{\sigma_{sc,u}} \left(1 - \frac{\omega}{1,1}\right)} = \frac{0,67}{1 + \frac{360}{500} \left(1 - \frac{0,67}{1,1}\right)} = 0,523;$$

$$\alpha_m = \frac{M}{R_b B h_0^2} = \frac{61,2}{2,25 \cdot 100 \cdot 1,5} = 0,12;$$

$$\xi = 1 - \sqrt{1 - 2\alpha_m} = 1 - \sqrt{1 - 2 \cdot 0,12} = 0,0619 < \xi_r.$$

По таблицам пособия [7, Приложение 21] значение функции $\zeta = 0,968$. Требуемая площадь сечения арматуры на 1 пог. м полки у опорных узлов в продольном и поперечном направлениях

$$A_s = \frac{M}{R_s \xi h_0} = \frac{61,2}{36,0 \cdot 0,968 \cdot 1,5} = 1,17 \text{ см}^2/\text{м}.$$

Принимаем шаг стержней 15 см, тогда $A_s = 1,31 \text{ см}^2/\text{м}$.

В средней части панели устанавливаем в поперечном направлении полки $\varnothing 5$, шаг 15 см, а в продольном – $\varnothing 5$, шаг 20 см.

Расчет фермы-диафрагмы. Основные сочетания нагрузок на ферму-диафрагму состоят из двух групп. К первой группе относится постоянная нагрузка и одна кратковременная от снега. Ко второй относится постоянная нагрузка и две временные – от снега и от подвесных кранов.

Чтобы определить по какой группе нагрузок вести расчет, найдем усилия в нижнем поясе диафрагмы от этих групп нагрузок воспользовавшись соотношением (4.11).

Усилие в нижнем поясе диафрагмы от первой группы нагрузок. Полная равномерно распределенная расчетная нагрузка на 1 пог. м диафрагмы

$$P = (4,284 + 3,335) \cdot 1,5 = 11,429 \text{ кН/м}.$$

Изгибающие моменты в основной системе от этой нагрузки:

$$M_{1p} = \frac{p l_1}{2} (l - l_1) = \frac{11,429 \cdot 1,62}{2} (23,7 - 1,62) = 204,405 \text{ кНм};$$

$$M_{2p} = \frac{Pl^2}{8} = \frac{11,429 \cdot 23,7^2}{8} = 802,444 \text{ кНм};$$

Изгибающие моменты в основной системе от нагрузки $X_1 = 1$;
 $M_{11} = -0,945 \text{ м}$; $M_{21} = -1,984 \text{ м}$.

Задавшись в первом приближении $\xi = 1$, по формуле (4.10) получим усилия в нижнем поясе диафрагмы:

$$X_1 = -\frac{802,444 + 204,405}{-1,984 - 0,945} = 343,752 \text{ кН}.$$

Усилие в нижнем поясе диафрагмы от второй группы нагрузок. Нагрузка на 1 пог. м диафрагмы:

$$P = (3,353 + 0,931 \cdot 0,9 + 2,404 + 0,931 \cdot 0,9)1,5 = 11,149 \text{ кПа}.$$

Сосредоточенные нагрузки учитываются с коэффициентами: надежности по назначению $\gamma_f = 0,95$ – надежности по нагрузке $\gamma_f = 1,1$; сочетаний $\psi = 0,7$, $\psi_1 = 0,95$ для длительной части нагрузки и $\psi_2 = 0,9$ – для кратковременной. Определим величины нагрузок:

$$F_{1\max} = 19,662 \cdot 0,95 \cdot 1,1 \cdot 0,7 \cdot 0,95 + 34,614 \cdot 0,95 \cdot 1,1 \cdot 0,7 \cdot 0,9 = 37,718 \text{ кН};$$

$$F_{1\min} = 80532 \cdot 0,95 \cdot 1,1 \cdot 0,7 \cdot 0,95 + 12,354 \cdot 0,95 \cdot 1,1 \cdot 0,7 \cdot 0,9 = 14,514 \text{ кН};$$

$$F_{2\max} = 59,306 \cdot 0,95 \cdot 1,1 \cdot 0,7 \cdot 0,9 = 41,213 \text{ кН};$$

$$F_{2\min} = 18,6 \cdot 66 \cdot 0,95 \cdot 1,1 \cdot 0,7 \cdot 0,9 = 12,971 \text{ кН}.$$

Сведем действующие нагрузки к симметричным:

$$F_{\max} = (37,718 + 41,213) \cdot 0,5 = 39,466 \text{ кН};$$

$$F_{\min} = (14,514 + 12,971) \cdot 0,5 = 13,743 \text{ кН}.$$

Изгибающие моменты в основной системе от второй группы нагрузок составят:

$$M_{1p} = \frac{Pl_1}{2}(l - l_1) + (F_{\max} + F_{\min})l_1 - F_{\min}(l_1 - l_2) = \frac{11,149 \cdot 1,62}{2} \times \\ \times (23,7 - 1,62) + (39,466 + 13,743) \cdot 1,62 - 13,743 \cdot (1,62 - 1,55) = 284,634 \text{ кН} \cdot \text{м},$$

$$M_{2p} = \frac{Pl_2}{8} + (F_{\max} + F_{\min})l/2 - F_{\min}(l/2 - l_1 - l_3) = \frac{11,149 \cdot 23,7^2}{8} + \\ + (39,466 + 13,743) \cdot 11,85 - 13,743 \cdot (11,85 - 1,62 - 1,3) = 1290,586 \text{ кН} \cdot \text{м}.$$

Вычисляем усилия в нижнем поясе диафрагмы

$$X_1 = -\frac{1290,586 + 284,634}{-1,984 - 0,945} = 537,807 \text{ кН.}$$

Так как усилие $X_1 = 343,752 \text{ кН} < 0,82 \cdot 537,802 = 440,998 \text{ кН}$, то расчет прочности ведем по второй группе нагрузок.

Изгибающие моменты, нормальные и поперечные силы в сечениях 1 и 2 верхнего пояса диафрагмы определяются по формулам (4.8) настоящих рекомендаций, учитывая, что $\varphi_1 = 11,22^\circ$:

$$M_1 = \overline{M}_{1p} + \overline{M}_{11} X_1 = 284,634 - 0,945 \cdot 537,802 = -223,589 \text{ кН};$$

$$M_2 = \overline{M}_{2p} + \overline{M}_{21} X_1 = 1290,586 - 1,984 \cdot 537,802 = 223,587 \text{ кН};$$

$$Q_0 = Pl/2 + F_{\min} + F_{\max} = 11,149 \cdot 11,85 + 13,743 + 39,466 = 185,325 \text{ кН};$$

$$Q_{10} = Q_0 - Pl_1 - F_{\min} = 185,325 - 11,149 \cdot 1,62 - 13,743 = 160,433 \text{ кН};$$

$$N_1 = -Q_{10} \sin \varphi_1 - X_1 \cos \varphi_1 = -160,433 \cdot 0,19458 - 537,802 \times \\ \times 0,98089 = -558,742 \text{ кН};$$

$$N_1 = -Q_{10} \sin \varphi_1 - X_1 \cos \varphi_1 = -160,433 \cdot 0,19458 - 537,802 \times \\ \times 0,98089 = -558,742 \text{ кН};$$

$$N_2 = -X_1 = -537,802 \text{ кН};$$

$$Q_1 = Q_{10} \cos \varphi_1 - X_1 \sin \varphi_1 = 160,433 \cdot 0,98089 - 537,802 \times \\ \times 0,19458 = 52,722 \text{ кН};$$

Подбор сечений арматуры в элементах фермы-диафрагмы.

Площадь сечения предварительно напряженной арматуры класса А-IV нижнего пояса диафрагмы (рис. 4.20г) определяем по формуле:

$$A_{sp} = \frac{537,802}{1,15 \cdot 68} = 6,68 \text{ см}^2.$$

Принимаем 1 Ø 32 А-IV ($A_{sp} = 8,043 \text{ см}^2$).

Верхний пояс диафрагмы имеет два расчетных сечения (см. рис. 4.20а, б): у опорного узла – сечение 1; посередине пролета – сечение 2.

Подбор арматуры в сечении 1. Геометрические параметры сечения (рис. 4.20а): высота $h = 49,5 \text{ см}$; ширина переменная. Изгибающий момент и нормальная сила, действующая в сечении:

$M_1 = 223,589 \text{ кНм}$; $N_1 = 558,742 \text{ кН}$. Для бетона класса В45 с учетом коэффициента $\gamma_{b2} = 1,1$; $R_b \gamma_{b2} = 25 \cdot 1,1 = 27,5 \text{ МПа} = 2,75 \text{ кН/см}^2$,

для арматуры класса А-III $R_s = 365 \text{ МПа} = 36,5 \text{ кН/см}^2$; $h_{01} = 49,5 - 1,5 = 48 \text{ см}$; $h_{02} = 46,5 \text{ см}$; $h_{03} = 6 \text{ см}$; $A_{s1} = 1,31 \cdot 1,4 = 1,834 \text{ см}^2$.

По формуле (25) СНиП 2.03.01-84 находим граничное значение относительной высоты сжатой зоны бетона, при котором предельное состояние сечения наступает одновременно с достижением в растянутой арматуре напряжений, равных расчетному сопротивлению R_s :

$$\xi = \frac{0,63}{1 + \frac{365}{400} + (1 - \frac{0,63}{1,1})} = 0,4533,$$

где $\omega = 0,85 - 0,008 \cdot 27,5 = 0,63$.

Высота сжатой зоны сечения определяется по формуле:

$$x = \xi_R \cdot h_0 = 0,4533(49,5 - 3) = 21,08 \text{ см}.$$

Чтобы определить площадь сечения растянутой и сжатой арматуры по формулам (4.12, 4.15, 4.16), предварительно вычисляются значения площади сжатой зоны бетона A_b и ее статического момента S_b относительно центра тяжести сечения. В результате вычислений получены следующие значения $A_s = 156,26 \text{ см}^2$; $S_s = 4194,6 \text{ см}^3$.

По формуле (4.14а) вычисляем:

$$\bar{R}_s = \frac{400}{1 - \frac{0,63}{1,1}} = 936,17 \text{ МПа}.$$

По формуле (4.14) определяем напряжения в арматуре:

$$\sigma_{s1} = 93,617 \cdot \left(\frac{0,68 \cdot 48}{21,08} - 1 \right) = 40,678 \text{ кН/см}^2.$$

Принимаем $\sigma_{s1} = 36 \text{ кН/см}^2$,

$$\sigma_{s2} = 93,617 \cdot \left(\frac{0,63 \cdot 46,5}{21,08} - 1 \right) = 32,186 \text{ кН/см}^2,$$

Принимаем $\sigma_{s3} = 32,186 \text{ кН/см}^2$:

$$\sigma_3 = 93,617 \cdot \left(\frac{0,63 \cdot 6}{21,08} - 1 \right) = -76,83 \text{ кН/см}^2,$$

Принимаем $\sigma_3 = -36,5 \text{ кН/см}^2$.

Количество растянутой и сжатой арматуры определяем по формулам (4.15) и (4.16):

$$A_{s2} = \frac{22358,9 - (558,742 - 2,75 \cdot 156,26)(37,8 - 6) - 2,75 \cdot 4194,6 - 1,834 \cdot 36 \cdot (48 - 6)}{32,186(46,5 - 6)} = 3,03 \text{ см}^2;$$

принимаем 1 Ø 20 А-III ($A_{s2} = 3,14 \text{ см}^2$):

$$A_{s3} = \frac{429,715 - 1,834 \cdot 36 - 3,03 \cdot 36,5 - 558,742}{-36,5} = 8,01 \text{ см}^2.$$

Принимаем 2 Ø 22 А-III ($A_{s3} = 7,6 \text{ см}^2$)

Подбор арматуры в сечении 2. Геометрические параметры сечения: высота $h = 40 \text{ см}$; ширина сжатой зоны сечения $b'_f = 140 \text{ см}$; рабочая высота $h_0 = h - a = 40 - 6,3 = 33,7 \text{ см}$. Изгибающий момент и нормальная сила, действующие в сечении, соответственно, $M_2 = 223,587 \text{ кН} \cdot \text{м}$; $N_2 = 537,802 \text{ кН}$. Для бетона класса В45, с учетом коэффициента $\gamma_{b2} = 1,1$, $R_b \gamma_{b2} = 25 \cdot 1,1 = 27,5 \text{ МПа} = 2,75 \text{ кН/см}^2$; для арматуры класса А-III- $R_s = 365 \text{ МПа} = 36,5 \text{ кН/см}^2$, арматура полки $A_{s3} = (0,196/20)140 = 1,372 \text{ см}$, $R_s = 36 \text{ кН/см}^2$.

По формуле (4.12), задавшись высотой сжатой зоны бетона $\bar{x}$ и определив по формуле (4.13) напряжения в арматурах A_{s2} , A_{s3} , определяем высоту сжатой зоны бетона x . Задаввшись несколькими значениями высоты сжатой зоны находим, что при $\bar{x} = 2,58 \text{ см}$, $\sigma_{s2} = 25,04 \text{ кН/см}^2$, $\sigma_{s3} = -36,0 \text{ кН/см}^2$.

Высота сжатой зоны сечения:

$$x = 33,7 - \sqrt{33,7^2 - \frac{22358,7 + 537,802(33,7 - 9,6) - 25,04 \cdot 2,011(33,7 - 3) - 36 \cdot 1,372(33,7 - 1,5)}{0,5 \cdot 2,75 \cdot 140}} = 2,58 \text{ см}.$$

Требуемую площадь сечения растянутой арматуры определим по формуле (4.12) настоящих рекомендаций:

$$A_{s1} = \frac{2,75 \cdot 140 \cdot 2,58 - 537,802 + 2,01 \cdot 25,04 + 1,372 \cdot 36}{36,5} = 15,2 \text{ см}^2,$$

которой удовлетворяют 2 Ø 32 мм. Однако диаметр 32 мм не удовлетворяет условию по защитному слою, так как $32 \cdot 3 = 96 \text{ мм}$, а ширина сечения верхнего пояса по низу равна 85 мм.

Перераспределим часть пролетного момента в сечении 2 на сечение 1. Задаемся коэффициентом перераспределения внутренних усилий $\xi = 0,7$. Тогда:

$$X_1 = -\frac{1290,586 + 0,7 \cdot 284,634}{-1,984 - 0,7 \cdot 0,945} = 563,156 \text{ кН};$$

усилия в верхнем поясе диафрагмы:

$$M_1 = 284,634 - 0,945 - 563,156 = 247,548 \text{ кНм};$$

$$M_2 = 1290,586 - 1,984 - 563,156 = 173,284 \text{ кНм};$$

$$Q_0 = 185,325 \text{ кН};$$

$$Q_{10} = 160,325 \text{ кН};$$

$$N_1 = -160,433 \cdot 0,19458 - 563,156 \cdot 0,98089 = -583,611 \text{ кН};$$

$$N_2 = -X_1 = -563,156 \text{ кН};$$

$$Q_1 = 160,433 \cdot 0,98089 - 563,156 \cdot 0,19458 = 47,788 \text{ кН};$$

Подбор арматуры в сечении 1:

$$A_{s2} = \frac{24754,8 - (583,611 - 2,75 \cdot 156,26)(37,8 - 6) - 2,75 \cdot 4194,6 - 834 \cdot 36(48 - 6)}{32,186(46,5 - 6)} = 4,26 \text{ см}^2.$$

Принимаем 1 Ø 25 А-III ($A_s = 4,91 \text{ см}^2$):

$$A_{s3} = \frac{2,75 \cdot 156,26 - 1,836 \cdot 36 - 3,756 \cdot 36,5 - 583,611}{-36,5} = 10,29 \text{ см}^2.$$

Принимаем 2 Ø 25 А-III ($A_s = 9,82 \text{ см}^2$).

Подбор арматуры в сечении 2. Высота сжатой зоны сечения при $\bar{x} = 2,263$ и $\sigma_{s1} = 36,5 \text{ кН/см}^2$, $\sigma_{s2} = -15,43 \text{ кН/см}^2$, $\sigma_{s3} = -36,0 \text{ кН/см}^2$;

$$x = 33,7 - \sqrt{33,7^2 - \frac{17328,4 + 563,156(33,7 - 9,6) - 2,011 \cdot 15,43(33,7 - 3)1,732 \cdot 36(33,7 - 1,5)}{0,5 \cdot 2,75 \cdot 140}} = 2,26 \text{ см}^2.$$

$$A_{s1} = \frac{2,75 \cdot 140 \cdot 2,26 + 2,01 \cdot 15,43 + 1,732 \cdot 36 - 563,156}{36,5} 10,96 \text{ см}^2.$$

Принимаем 2 Ø 28 А-III ($A_s = 12,63 \text{ см}^2$).

Стойки диафрагмы. Геометрические параметры сечения стоек (рис. 4.20в): $b = 0,14 \text{ м}$; $h = 0,12 \text{ м}$; длина средней стойки $h_c = 2,15 - 0,4 - 0,14 = 1,61 \text{ м}$; рабочая высота сечения $h_0 = h - a = 0,12 - 0,026 =$

$= 0,094$ м. Бетон класса В45 с учетом коэффициента $\gamma_{b2} = 0,9$; $\gamma_{b2}R_b = 0,9 \cdot 2,5 = 2,25$ кН/см², $R_{bt,ser} = 0,22 \cdot 0,9 = 0,198$ кН/см². Арматура класса А-III; $R_s = 36,5$ кН/см². Максимальная нормативная нагрузка $N_{t,ser} = F_{2max} = 59,306$ кН. Длина нижнего пояса, учитываемого в расчете средней стойки диафрагмы, $l_n = 1,5 + 1,3 = 2,8$ м. Масса 1 пог. м стойки: $g_c = 0,155 \cdot 0,12 \cdot 2,5 \cdot 9,81 \cdot 1,1 = 0,502$ кН/м; масса 1 пог. м нижнего пояса $g_n = 0,14 \cdot 0,12 \cdot 2,5 \cdot 9,81 \cdot 1,1 = 0,453$ кН/м.

Расчет на нагрузки от подвешенного транспорта. Нагрузка на среднюю стойку

$$T_{max} = F_{2max} \cdot \gamma_f + g_c h_c + g_n l_n = 59,306 \cdot 1,1 + 0,502 \cdot 1,61 + 0,453 \cdot 2,8 = 67,31 \text{ кН.}$$

Требуемая площадь сечения арматуры стойки:

$$A_s = \frac{T_{max}}{R_s} = \frac{67,31}{36,5} = 1,84 \text{ см}^2.$$

Расчет на горизонтальные нагрузки, возникающие при транспортировании. Изгибающий момент, возникающий в месте примыкания стойки к верхнему поясу, с учетом коэффициента надежности по назначению $\gamma_n = 0,95$, вычисляется по формуле (4.20) настоящих рекомендаций:

$$M_h = \gamma_n [0,4 g_c h_c^2 + g_n l_n (h_c + 0,5 h_n)] = 0,95 [0,4 \cdot 0,502 \cdot 1,61^2 + 0,453 \cdot 2,8 (1,6 + 0,5 \cdot 0,14)] = 2,507 \text{ кНсм.}$$

Вычисляем значения

$$\alpha_R = \xi_R (1 - 0,5 \xi_R) = 0,4533 (1 - 0,5 \times 0,4533) = 0,3506 ;$$

$$\alpha_m = \frac{M_h}{R_b b h_0^2} = \frac{250,7}{2,25 \cdot 14 \cdot 9,4} = 0,09 < 0,3506.$$

Сжатая арматура не учитывается. Значение функции $\eta = 0,957$. Требуемая площадь сечения арматуры:

$$A_s = \frac{M_h}{\eta R_s h_0} = \frac{250,7}{36,5 \cdot 0,957 \cdot 9,4} = 0,76 \text{ см}^2.$$

Конструктивно принимаем 2 Ø 12 А-III ($A_s = 2,26$ см²). Стойка армируется пространственным каркасом 4 Ø 12 А-III ($A_s = 4,52$ см²).

Расчет по раскрытию трещин. Напряжение в стержнях арматуры стойки

$$\sigma_s = \frac{N_{l,ser}}{A_s} = \frac{59,306}{4,52} = 13,12 \text{ кН/см}^2.$$

Согласно СНиП 2.03.01-84 и принимаем коэффициенты:

$$\delta = 1,2; \varphi_l = 1; \eta = 1.$$

Коэффициент армирования сечения:

$$\mu_s = \frac{A_s}{B_h} = \frac{4,52}{15,5 \cdot 12} = 0,0243.$$

Ширина раскрытия трещин

$$\alpha_{crc} = \delta \varphi \eta \frac{\sigma_s}{E_s} 20(3,5 - 100\mu_s) \sqrt[3]{d} = 1,2 \frac{13,12}{18000} \cdot 2,0(3,5 - 100 \cdot 0,0243) \times \\ \times \sqrt[3]{12} = 0,04 \text{ мм} < 0,3 \text{ мм}.$$

Таким образом, конструктивные соображения стали определяющими при подборе арматуры стоек.

Опорный узел. Расчет по прочности наклонных сечений. Геометрические параметры опорного узла с плавно меняющейся высотой (см. рис. 4.20д): длина $l_1 = 162$ см; переменная высота $h_1 = 75$ см, $h_2 = 114$ см; средняя ширина $b = 13$ см. Расчетное сопротивление бетона с учетом коэффициента $\gamma_{b2} = 1,1$; $R_b \gamma_{b2} = 25 \cdot 1,1 = 27,5$ МПа = $= 2,75$ кН/см², $R_b \gamma_{b2} = 1,45 \cdot 1,1 = 1,595$ МПа = $0,1595$ кН/см².

Расчетное сопротивление растяжению для предельного состояния второй группы предварительно напряженной арматуры класса А-IV $R_{s,ser} = 785$ МПа, расчетное сопротивление арматуры хомутов класса А-III с учетом коэффициента условий работы $\gamma_{s1} = 0,8$; $R_{sw} \gamma_{s1} = 365 \cdot 0,8 = 292$ МПа = $29,2$ кН/см².

Требуется определить диаметр хомутов и их шаг. В опорном узле устанавливается одна плоская сетка арматуры.

Расчет ведем путем последовательных приближений, задавая 2–3 значения угла наклонной трещины, определяя в каждом случае поперечную силу, воспринимаемую бетоном и арматурой в наклонном сечении, и сравнивая с действующей поперечной силой. Диаметр хомутов и их шаг задаем из условий:

$$q_{sw} = \frac{R_{sw} \cdot A_w}{S_w} \geq \frac{R_{bt} \cdot b}{2};$$

$$\frac{R_{by} \cdot b}{2} = \frac{0,1595 \cdot 13}{2} = 1,037 \text{ кН/см.}$$

Принимаем хомуты $\varnothing 10$ с шагом $S_w = 20$ см. Тогда:

$$q_{sw} = \frac{29,2 \cdot 0,785}{20} = 1,146 \text{ кН/см} > 1,037 \text{ кН/см.}$$

Расчет по первому приближению. Наклонное сечение располагаем под углом $\varphi = 45^\circ$. Вычисляем:

$$\operatorname{tg} \varphi_1 = \frac{107,0 - 68,0}{12,0 + 62,0} = 0,224.$$

Рабочая высота сечения:

$$h_0 = h_{01} + \left(l_{\text{sup}} + \frac{h_{01}}{\operatorname{tg} \varphi} \right) \operatorname{tg} \varphi_1 = 68,0 + \left(22,0 + \frac{68,0}{1} \right) \times 0,224 = 88,2 \text{ см.}$$

Длина проекции наклонного сечения:

$$C = h_0 / \operatorname{tg} \varphi = 88,2 \text{ см.}$$

По формулам СНиП 2.03.01-84 ведем дальнейшие вычисления. Определяем коэффициент:

$$\varphi_{b1} = 1 - \beta R_b = 1 - 0,01 \cdot 27,5 = 0,725.$$

Вычисляем:

$$\alpha = \frac{E_s}{E_b} = \frac{190 \cdot 10^3}{34 \cdot 10^3} = 5,59;$$

$$\mu_w = \frac{A_w}{BS_w} = \frac{0,785}{13,20} = 0,00302.$$

Коэффициент:

$$\varphi_{w1} = 1 + 5\alpha\mu_w = 1 + 5 \cdot 5,59 \cdot 0,00302 = 1,084.$$

Находим поперечную силу, действующую на расстоянии $c = 88,2$ см от опоры:

$$Q = Q_0 - p h_0 = 185,325 - 11,149 \cdot 0,882 = 175,49 \text{ кН.}$$

Проверяем неравенство:

$$0,3 \cdot 1,084 \cdot 0,725 \cdot 2,75 \cdot 13 \cdot 88,2 = 743,42 \text{ кН} > 175,49 \text{ кН.}$$

Неравенство выполняется.

Для вычисления коэффициента φ_n найдем силу предварительно-го обжатия арочной диафрагмы P .

При электрическом способе натяжения:

$$P = 30 + \frac{360}{l} = 30 + \frac{360}{23,94} = 45 \text{ МПа},$$

максимально допустимое напряжение:

$$\sigma_{sp} = R_{s,ser} - P = 785 - 45 = 740 \text{ МПа}.$$

Определяем *первые потери* напряжений [23, по табл. 5]. Потери от релаксации напряжений:

$$\sigma_1 = 0,03\sigma_{sp} = 0,03 \cdot 740 = 22,2 \text{ МПа}.$$

Потери от деформации анкеров при:

$$\Delta l = 1,25 + 0,15d = 1,25 + 0,15 \cdot 32 = 6,05 \text{ мм и } l = 23940 \text{ мм};$$

$$\sigma_3 = \frac{\Delta l}{l} E_s = \frac{6,05}{23940} \cdot 190 \cdot 10^3 = 48 \text{ МПа}.$$

Усилие обжатия панели-оболочки с учетом первых потерь:

$$P_{01} = (\sigma_{sp} - \sigma_1 - \sigma_3) A_s = (74 - 2,22 - 4,8) 8,043 = 538,7 \text{ кН}.$$

Для определения потерь от быстронатекающей ползучести вы-числяем напряжения в бетоне σ_{bp} в нижнем поясе диафрагмы.

Приведенная площадь сечения нижнего пояса:

$$A_{red} = bh + \alpha A_{sp} = 11,5 \cdot 14 + 5,59 \cdot 8,043 = 205,96 \text{ см}^2,$$

тогда:

$$\sigma_{bp} = \frac{P_{01}}{A_{red}} - \frac{N_{1d}}{A_{red}},$$

где N_{1d} – усилие в нижнем поясе от веса панели:

$$N_{1d} = \frac{q_d l^2}{8H};$$

H – расстояние между центрами тяжести верхнего и нижнего поясов в середине панели. Так как $q_d = 1,907 \cdot 1,5 \times 0,9 = 2,57 \text{ кН/м}$, то

$$N_{1d} = \frac{2,57 \cdot 23,94^2}{8(2,15 - 0,07 - 0,096)} = 92,96 \text{ кН};$$

$$\sigma_{bp} = \frac{538,7}{205,96} - \frac{92,96}{205,96} = 2,17 \text{ кН/см}^2 = 21,7 \text{ МПа.}$$

При передаточной прочности бетона $R_{bp} = 0,7 \cdot 45 = 31,5 \text{ МПа}$ коэффициент $\alpha = 0,25 + 0,025$, $R_{bp} = 0,25 + 0,025 \cdot 31,5 = 1,038$, а

$$\frac{\sigma_{bp}}{R_{bp}} = \frac{21,7}{31,5} = 0,69 < 1,038.$$

Потери от быстронатекающей ползучести:

$$\sigma_6 = 0,85 \cdot 40 \frac{\sigma_{bp}}{R_{bp}} = 0,85 \cdot 40 \cdot 0,69 = 23,46 \text{ МПа.}$$

Вторые потери напряжений.

Потери от усадки бетона $\sigma_s = 50 \text{ МПа}$. Потери от ползучести бетона при усилии обжатия с учетом потерь от быстронатекающей ползучести при:

$$P_0 = 538,7 - 2,346 \cdot 8,043 = 519,83 \text{ кН;}$$

напряжении в бетоне нижнего пояса:

$$\sigma_{bp} = \frac{P_0}{A_{red}} - \frac{N_{ld}}{A_{red}} = \frac{519,83}{205,96} - \frac{92,96}{205,96} = 2,07 \text{ кН/см}^2 = 20,7 \text{ МПа;}$$

отношение:

$$\frac{\sigma_{bp}}{R_{bp}} = \frac{20,7}{31,5} = 0,66 < 0,75$$

составят:

$$\sigma_9 = 150\alpha \frac{\sigma_{bp}}{R_{bp}} = 150 \cdot 0,85 \cdot 0,66 = 84,15 \text{ МПа.}$$

Напряжение в арматуре с учетом всех потерь:

$$\sigma_{sp} = 740 - 22,2 - 48 - 23,46 - 50 - 84,15 = 512,19 \text{ МПа} = 51,22 \text{ кН/см.}$$

Усилие предварительного обжатия:

$$P = \sigma_{sp} A_{sp} = 51,22 \cdot 8,043 = 411,96 \text{ кН.}$$

Коэффициент, учитывающий работу свесов полки:

$$\varphi_n = 0,1 \frac{P}{R_{bt} b h_0} = 0,1 \frac{411,96}{0,1595 \cdot 13 \cdot 88,2} = 0,225.$$

Коэффициент:

$$\varphi_f = 0,75 \frac{3(p'_a)^2}{bh_0} = 0,75 \frac{3 \cdot 3^2}{13 \cdot 88,2} = 0,0177.$$

Поперечная сила, воспринимаемая бетоном:

$$Q_b = \frac{\varphi_{b2}(1 + \varphi_f + \varphi_n)R_b b h_0^2}{C} = \frac{2(1 + 0,0177 + 0,225) \cdot 0,1595 \cdot 13 \cdot 88,2^2}{88,2} = 454,54 \text{ кН}.$$

Поперечная сила, воспринимаемая хомутами:

$$Q_{sw} = q_{sw} \cdot C = 1,146 \cdot 88,2 = 101,08 \text{ кН}.$$

Поперечная сила, воспринимаемая бетоном и хомутами:

$$Q = Q_b + Q_{sw} = 454,54 + 101,08 = 555,62 \text{ кН},$$

что больше действующей на наклонное сечение поперечной силы $Q = 175,49 \text{ кН}$.

Расчет по второму приближению. Наклонное сечение располагаем под углом $\varphi = 33^\circ 30'$ (чтобы оно не вышло за пределы опорного узла). Тогда расчетные параметры сечения в соответствии с [23] определяются по формулам:

$$h_0 = 68,0 + \left(22,0 + \frac{68,0}{0,6619} \right) 0,224 = 95,940 \text{ см};$$

$$c = \frac{95,94}{0,6619} = 144,9 \text{ см};$$

$$Q = 185,325 - 11,149 \cdot 1,449 = 169,2 \text{ кН};$$

$$\varphi_n = 0,1 \frac{411,96}{0,2595 \cdot 13 \cdot 95,94} = 0,207;$$

$$\varphi_f = 0,75 \frac{3 \cdot 3^2}{13 \cdot 95,94} = 0,0162;$$

$$Q_b = \frac{2(1 + 0,0162 + 0,207) \cdot 0,1595 \cdot 13 \cdot 95,94^2}{144,9} = 322,23 \text{ кН};$$

$$Q_w = 1,146 \cdot 144,9 = 166,1 \text{ кН};$$

$$Q = 322,23 + 166,1 = 488,33 \text{ кН},$$

что больше действующей на наклонное сечение поперечной силы $Q = 169,2$ кН.

Таким образом, расчет наклонных сечений опорного узла диафрагмы на поперечную силу показал достаточность принятого армирования (хомуты класс А-III Ø 10, шаг 200 мм).

Расчет наклонных сечений на действие изгибающего момента. Наклонное сечение под углом $\varphi = 45^\circ$. Изгибающий момент, действующий в сечении:

$$M_{act} = Q_{sup}C - P \frac{C^2}{2} = 185,325 \cdot 88,2 - 0,11149 \cdot \frac{88,2^2}{2} = 15912 \text{ кНсм},$$

а воспринимаемый наклонным сечением:

$$M_{u,\varphi} = \sigma_s A_{sp} (h_0 - 0,5x) + \sum_{i=1}^5 R_{wi} A_{wi} Z_{wi},$$

где σ_s – напряжение в предварительно напряженной арматуре нижнего пояса диафрагмы без анкеров в сечении, расположенном в пределах длины анкеровки, на расстоянии l_{sup} от ее торца; x – высота сжатой зоны наклонного сечения, расположенная на расстоянии s от грани опоры; Z_{wi} – расстояние i -ого хомута, расположенного в пределах длины проекции наклонного сечения, на расстоянии s от грани опоры.

Определим длину зоны передачи напряжений:

$$l_0 = \left(\omega_p \frac{\sigma_{sp}}{R_{bp}} + \alpha_p \right) d = \left(0,25 \cdot \frac{669,8}{31,5} + 10 \right) 3,2 = 49 \text{ см.}$$

Напряжение в предварительно напряженной арматуре на расстоянии $l_{sup} = 22$ см от торца диафрагмы:

$$\sigma_s = l_{sup} \frac{\sigma_{sp}}{l_p} = 22 \cdot \frac{66,98}{49} = 30,07 \text{ кН/см}^2,$$

значение высоты сжатой зоны бетона:

$$x = \frac{\sigma_s A_{sp}}{R_b B} = \frac{30,07 \cdot 8,043}{2 \cdot 75 \cdot 140} = 0,628 \text{ см.}$$

Вычисляем изгибающий момент, воспринимаемый наклонным сечением:

$$\begin{aligned} M_{u,\varphi} &= 30,07 \cdot 8,043 (88,2 - 0,5 \cdot 0,628) + 29,2 \cdot 0,785 (68,2 + 48,2 + 28,2) = \\ &= 24570 \text{ кНсм} > M_{act} = 15912 \text{ кНсм.} \end{aligned}$$

Наклонное сечение под углом $\varphi = 33^\circ 30'$. Определяем изгибающий момент, действующий в сечении:

$$M_{act} = 185,325 \cdot 144,9 - 0,11149 \cdot \frac{144,9^2}{2} = 25983 \text{ кНсм};$$

и изгибающий момент, воспринимаемый наклонным сечением:

$$M_{u,\varphi} = 30,07 \cdot 8,043(95,94 - 0,5 \cdot 0,628) + 29,2 \cdot 0,785(124,9 + 104,9 + 84,9 + 64,9 + 44,9 + 24,9) = 33532 \text{ кНсм} > M_{act} = 25683 \text{ кНсм}.$$

Прочность опорного узла по изгибающему моменту также обеспечена.

Панель верхнего пояса диафрагмы (первая от опорного узла).

Расчет наклонного сечения на поперечную силу $Q_1 = 47,788 \text{ кН}$. Продольная сжимающая сила $N_1 = 583,611 \text{ кН}$. Геометрические параметры: высота сечения 49,5 см, ширина по низу (в сжатой зоне сечения) 7,5 см. Расчетное сопротивление бетона с учетом коэффициента $\gamma_{b2} = 1,1$; $R_b \gamma_{b2} = 25 \cdot 1,1 = 27,5 \text{ МПа} = 2,75 \text{ кН/см}^2$, $R_b \gamma_{b2} = 1,45 \cdot 1,1 = 1,595 \text{ МПа} = 0,1595 \text{ кН/см}^2$. Расчетное сопротивление арматуры хомутов класса А-III с учетом коэффициента условий работы $\gamma_{s1} = 0,8$; $R_{sw} \gamma_{s1} = 365 \cdot 0,8 = 292 \text{ МПа} = 29,2 \text{ кН/см}^2$.

Требуется определить диаметр хомутов и их шаг.

При диаметре стержней арматуры 25 мм, установленных в рассматриваемом участке верхнего пояса, наименьший допустимый диаметр хомутов – 8 мм, шаг хомутов принимаем из условия:

$$q_{sw} = \frac{R_{sw} \cdot A_w}{S_w} \geq \frac{R_{bt} \cdot b}{2};$$

В нашем случае:

$$\frac{R_{bt} \cdot b}{2} = \frac{0,1595 \cdot 7,5}{2} = 0,598 \text{ кН/см};$$

а неравенство выполняется при шаге хомутов 20 см.

$$q_{sw} = \frac{29,2 \cdot 0,503}{20} = 0,734 \text{ кН/см} > 0,598 \text{ кН/см}.$$

Дальнейшие вычисления ведем по формулам норм [23]:

$$\varphi_{b1} = 1 - \beta R_b = 1 - 0,01 \cdot 275 = 0,725;$$

$$\alpha = \frac{E_s}{E_b} = \frac{200 \cdot 10^3}{34 \cdot 10^3} = 5,88;$$

$$\mu_w = \frac{A_w}{bS_w} = \frac{0,503}{7,5 \cdot 20} = 0,00335;$$

$$\varphi_{\omega 1} = 1 + 5\alpha\mu_w = 1 + 5 \cdot 5,88 \cdot 0,00335 = 1,0985.$$

Проверяем неравенство $Q_1 \leq 0,3\varphi_{\omega 1}\varphi_{b1}R_b b h_0$;

$$0,3 \cdot 1,0985 \cdot 0,725 \cdot 2,75 \cdot 7,5(49,5 - 6) = 213,676 \text{ кН} > 47,788 \text{ кН}.$$

Условие выполняется.

Коэффициент:

$$\varphi_n = 0,1 \frac{N_1}{R_{bt} b h_0} = 0,1 \frac{583,611}{0,1595 \cdot 7,5 \cdot 43,5} = 1,12 > 0,5.$$

Принимаем $\varphi_n = 0,5$.

Вычисляем значение:

$$c_0 = h_0 \sqrt{\frac{\varphi_{b2}(1 + \varphi_n)R_{bt}b}{q_{sw}}} = 43,5 \sqrt{\frac{2(1 + 0,5) \cdot 0,1595 \cdot 7,5}{0,734}} = 96,19 \text{ см}.$$

Проверяем условие:

$$c_0 \geq \frac{\varphi_{b3}R_{bt}h_0(1 + \varphi_n)}{q_{sw}};$$

$$\frac{0,6 \cdot 0,1595 \cdot 43,5 \cdot (1 + 0,5)}{0,734} = 8,5 \text{ см} < c_0 = 96,19 \text{ см}.$$

Условие выполняется.

Наименьшее значение поперечного усилия, воспринимаемого бетоном

$$Q_b = \varphi_{b3}(1 + \varphi_n)R_{bt}b h_0 = 0,6(1 + 0,5) \cdot 0,1595 \cdot 7,5 \cdot 43,5 = 46,85 \text{ кН},$$

поперечное усилие, воспринимаемое хомутами:

$$Q_w = q_{sw}c = 2q_{sw}h_0 = 2 \cdot 0,734 \cdot 43,5 = 63,86 \text{ кН}.$$

Поперечная сила, воспринимаемая бетоном и хомутами.

$$Q = Q_b + Q_{sw} = 46,85 + 63,86 = 110,71 \text{ кН} > 47,788 \text{ кН}.$$

Принятые хомуты Ø 10 с шагом 200 мм удовлетворяют расчету. На остальных участках верхнего пояса устанавливаются такие же хомуты.

Расчет панели-оболочки на горизонтальную нагрузку, возникающую при транспортировании. Масса панели $g = 14$ т. Бетон класса В45 с учетом коэффициента $\gamma_{b2} = 0,9$; $R_b \gamma_{b2} = 0,9 \cdot 2,5 = 2,25$ кН/см². Арматура класса А-III, $R_s = 365$ МПа = 36,5 кН/см². Геометрические параметры сечения: $h = 294$ см; $b = 8$ см; $h_0 = 285$ см.

Изгибающий момент, действующий в середине пролета в горизонтальном направлении, принимается согласно формуле (4.19) настоящих рекомендаций:

$$M_h = 0,05 \gamma_n g l = 0,05 \cdot 0,95 \cdot 14 \cdot 1,1 \cdot 9,81 \cdot 23,94 = 17180 \text{ кНсм.}$$

Вычисляем значение:

$$\alpha_m = \frac{M_h}{R_b b h_0^2} = \frac{17180}{2,25 \cdot 8 \cdot 285^2} = 0,01175.$$

Значение функции $\zeta = 0,94$.

Площадь сечения растянутой арматуры:

$$A_s = \frac{M_h}{R_s \zeta h_0} = \frac{17180}{36,5 \cdot 0,94 \cdot 285} = 1,76 \text{ см}^2.$$

Принимаем 1 Ø 16 ($A_s = 2,011 \text{ см}^2$).

Расчет торцового ребра. Геометрические параметры: высота $h = 150$ мм; ширина по верху $b' = 27,5$ см, по низу $b = 10$ см. Пролет $l = 211$ см. Ребро зашпеклено в опорных конструкциях панели и загружено равномерно распределенной нагрузкой, которая приложена непосредственно на ребре, и треугольной нагрузкой, передающейся от полки панели-оболочки.

Состав нагрузки, передающейся от полки панели на торцовое ребро в виде треугольника, за исключением веса панели-оболочки и снеговой нагрузки, приведен в табл. 4.8.

Расчетная нагрузка при коэффициенте $\gamma_f > 1$ составляет:
 $0,124 + 0,371 + 0,865 + 0,075 \cdot 9,81 \cdot 0,95 \cdot 1,1 + 0,931 \cdot 1,2 = 3,247$ кН/м²,
 нагрузка в вершине треугольника – $3,247 \cdot 2,11 \cdot 0,5 = 3,425$ кН/м.

Максимальный балочный изгибающий момент от суммы нагрузок:

$$M_b = \frac{q_1 l^2}{8} + \frac{q_2 l^2}{12} = \frac{1,3097 \cdot 2,11^2}{8} + \frac{3,425 \cdot 2,11^2}{12} = 2,0 \text{ кНсм.}$$

Распределим этот момент поровну между опорами и пролетом, тогда $M_{sup} = 100$ кН·см:

$$\alpha_m = \frac{M_{\text{sup}}}{R_b b h_0^2} = \frac{100}{2,25 \cdot 10 \cdot 12,4^2} = 0,029.$$

Значение функции $\zeta = 0,878$. Площадь сечения растянутой арматуры:

$$A_s = \frac{M_{\text{sup}}}{R_s \zeta h_0} = \frac{100}{36,5 \cdot 0,985 \cdot 12,4} = 0,224 \text{ см}^2.$$

Принимаем 1 Ø 12 ($A_s = 1,131 \text{ см}^2$).

Из расчета по пролетному изгибающему моменту $M_{\text{sup}} = 100 \text{ кН}\cdot\text{см}$ получим такое же количество арматуры (1 Ø 12).

Таблица 4.8

Состав нагрузок, передающихся от полки на торцовое ребро

Вид нагрузки	Нагрузка, кН/м		Коэффициент надежности по нагрузке	Расчетная нагрузка при $\gamma_f > 1$, кН/м
	нормативная	расчетная при $\gamma_f = 1$		
Постоянная равномерно распределенная,	0,8899	0,8219	—	1,0025
в т.ч. водоизоляционный ковер	0,0275	0,0261	1,3	0,0339
цементная стяжка ($\gamma = 20 \text{ кН/м}^3$, $t = 15 \text{ мм}$)	0,0825	0,0784	1,3	0,1019
уголок цементной стяжки (85×85 мм)	0,0354	0,0336	1,3	0,0437
утеплитель пенобетон ($\gamma = 5 \text{ кН/м}^3$, $t = 140 \text{ мм}$)	0,1925	0,1829	1,3	0,2378
слой гравия, утопленный в мастику	0,044	0,0418	1,3	0,0543
вес торцового ребра	0,508	0,4826	1,3	0,5309
Временная равномерно распределенная снеговая нагрузка (коэффициент $C = 1,2$)	0,231	0,2195	1,4	0,3072
Полная	1,1209	1,0414	—	1,3097

Расчет опорного поперечника торцовой рамы панели-оболочки на нагрузку, возникающую при транспортировании. Геометрические параметры: высота сечения стоек $h_c = 12 \text{ см}$, $h_0 = 9 \text{ см}$; принятая ширина $b_c = 30 \text{ см}$; ширина сечения ригеля по верху $b'_p =$

= 27,5 см, по низу $b_p = 15$ см; высота сечения ригеля $h_p = 15$ см; $h_0 = 12,4$ см; расстояния до расчетных сечений $h_1 = 37,5$ см, $h_2 = 30,0$ см, $h_3 = 99$ см, $l_1 = 37,5$ см, $l_p = 286$ см. Масса панели $G = 1,4$ т. Бетон класса В45, $R_b = 2,5 \cdot 0,9 = 2,25$ кН/см². Арматура класса А-III, $R_s = 36,5$ кН/см².

Вычисляем максимальную горизонтальную нагрузку, действующую на опорный контур при транспортировании:

$$R = 0,2\gamma_n G \gamma_f g = 0,2 \cdot 0,95 \cdot 14 \cdot 1,1 \cdot 9,81 = 28,704 \text{ кН.}$$

Определяем количество арматуры в стойках опорного поперечника торцевой рамы. Изгибающий момент:

$$M_c = R h_1 = 28,704 \cdot 37,5 = 1076,4 \text{ кНсм,}$$

$$\alpha_m = \frac{M_c}{R_b b h_0^2} = \frac{1076,4}{2,25 \cdot 27,5 \cdot 9^2} = 0,215.$$

Значение функции $\zeta = 0,878$. Количество растянутой арматуры

$$A_s = \frac{M_c}{R_s \zeta h_0} = \frac{1076,4}{36,5 \cdot 0,878 \cdot 9} = 3,73 \text{ см}^2.$$

Принимаем 3 Ø 12 ($A_s = 3,39 \text{ см}^2$). В опорном узле в арматурной сетке, запроектированной по расчету опорного узла арочной диафрагмы на поперечную силу, первые три стержня Ø 12 (от торца опорного узла) устанавливают с шагом 100 мм.

Определение количества арматуры в ригеле опорного контура.

Изгибающий момент:

$$M_p = 0,2\gamma_n G \gamma_f g \left[(h_1 + h_2) \left(1 - \frac{l_1}{l_p} \right) - h_3 \frac{l_1}{l_p} \right] = 0,2 \cdot 0,95 \cdot 14 \cdot 1,1 \cdot 9,81 \times \\ \times \left[(37,5 + 30) \left(1 - \frac{37,5}{286} \right) - 99 \cdot \frac{37,5}{286} \right] = 1311 \text{ кН} \cdot \text{см.}$$

Вычисляем значение:

$$\alpha_m = \frac{M_p}{R_b b h_0^2} = \frac{1311}{2,25 \cdot 15 \cdot 12,4^2} = 0,253.$$

Значение функции $\zeta = 0,85$. Определяем количество растянутой арматуры:

$$\frac{M_p}{R_s \zeta h_0} = \frac{1311}{36,5 \cdot 0,85 \cdot 12,4} = 3,40 \text{ см}^2.$$

Принимаем 2 Ø 16 ($A_s = 4,02 \text{ см}^2$). По низу ригеля также устанавливаем 2 Ø 16 в связи со знакопеременным изгибающим моментом.

4.3.2. Конструирование панелей-оболочек КСО

Панель-оболочку КСО (рис. 4.21) конструируют в виде пространственной конструкции, состоящей из двух предварительно напряженных безраскосных ферм-диафрагм, соединенных по верху складчатой вутовой полкой. Опорные узлы диафрагм и полку соединяют торцовыми вутами [21].

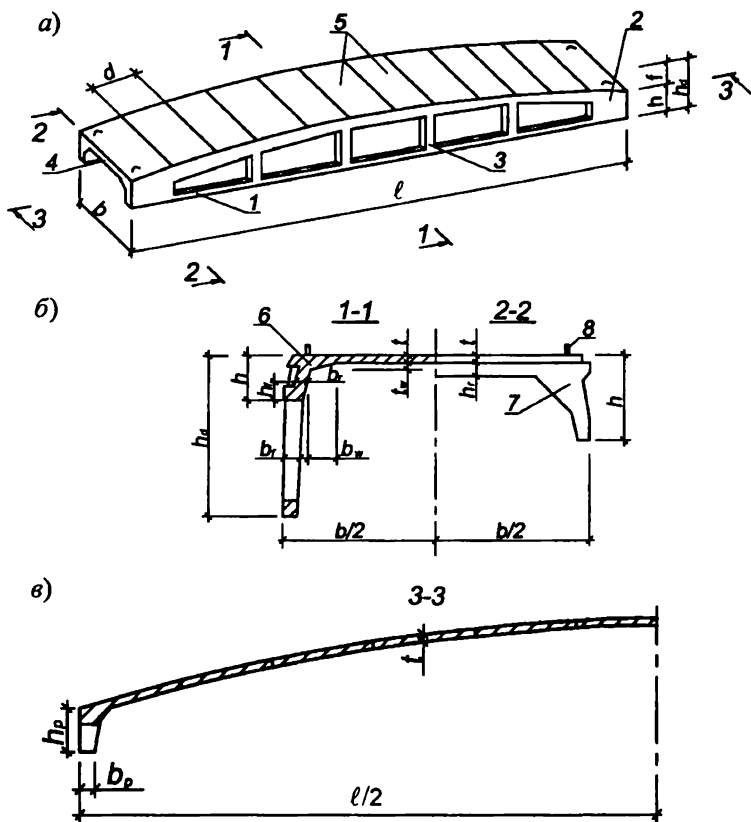


Рис. 4.21. Конструкция панели-оболочки КСО:

- a* – общий вид; *б* и *в* – соответственно поперечное и продольное сечения;
 1, 2, 3 – соответственно нижний, верхний пояса и стойки диафрагмы;
 4 – торцовое ребро; 5 – грань складчатой полки; 6 – вутовая часть полки;
 7 – торцовые вуты; 8 – падающие петли для подъема

Номинальные размеры панелей-оболочек в плане $b \times l$, исходя из существующих в промышленном строительстве конструктивных схем, а также из условия транспортирования, принимаются 3×18 и 3×24 м.

Высоту поперечного сечения у торца h рекомендуется назначать постоянной для обоих пролетов и равной 750 мм. Высоту поперечного сечения в середине пролета определяют исходя из стрелы подъема f , которую рекомендуется принимать равной $1/15 \dots 1/20$ пролета.

Очертание верхней поверхности панели (полки) принимается в виде призматической складки, при этом для упрощения конструирования опалубки складчатую поверхность целесообразно получать на базе окружности. Ширину грани полки d назначают 1,5 м, толщину полки t принимают $1/70 \dots 1/100$, а ширину вутовой части полки b_w $1/10 \dots 1/12$ ее пролета. Максимальная высота вутового утолщения t_w не должна превышать 1,5 толщины полки.

Верхний пояс безраскосных ферм-диафрагм допускается выполнять по длине переменного сечения. Высоту верхнего пояса в середине пролета h_z рекомендуется принимать $1/4 \dots 1/6$ максимальной высоты диафрагмы h_d , а у опорных узлов – на 100–120 мм больше. Ширину сечения верхнего пояса диафрагм b_z также проектируют переменной (с учетом наклона внутренней грани верхнего пояса в вертикали для обеспечения распалубки изделия) и принимают в пределах $1/4 \dots 1/6$ его высоты. Размеры нижней части сечения верхнего пояса b_f и h_f назначают из условия размещения арматуры.

Расстояние между двумя средними стойками в диафрагмах следует принимать 2,6 м (из условия крепления к ним путей подвесного транспорта), а шаг остальных стоек – 3 м. Возможно также решение диафрагм с шагом всех стоек равным 3 м при расположении одной стойки по середине пролета.

Поперечное сечение нижних поясов и стоек диафрагм панели-оболочки следует назначать в пределах 120–160 мм.

Уклоны внутренних граней верхнего, нижнего поясов и опорных узлов рекомендуется предусматривать равными 1:10.

Торцевые ребра следует проектировать трапецевидного сечения с плавными вутовыми сопряжениями с полкой и верхними поясами диафрагм. Высоту торцевого ребра h_p следует назначать $1/15 \dots 1/20$ пролета, а ширину по низу b_p равной $(0,8/1,0) h_p$.

В качестве аналога при конструировании панели-оболочки КСО могут быть использованы примеры конструктивных решений панелей, приведенные на рис. 4.22 и 4.23 применительно к пролетам 24 и 18 м. В то же время, исследованиями установлено, что топология,

геометрия и параметры элементов являются лишь основой для постановки проектной задачи, ее исходным уровнем. Различные ограничения, накладываемые на поведение конструкции, приводят к неравнозначным запасам несущей способности, жесткости и трещиностойкости конструктивных элементов панели КСО и имеются существенные резервы их рационального проектирования с позиций структурного синтеза [28].

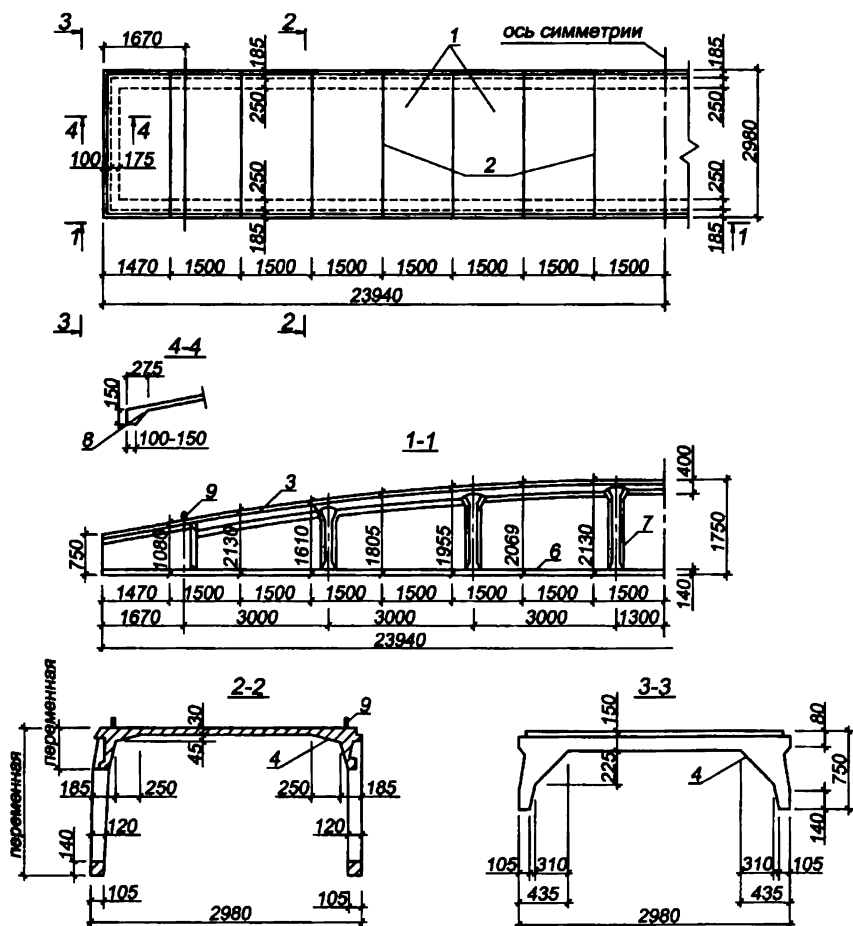


Рис. 4.22. Глухая складчатая панель-оболочка КСО 3×24 м:

1 – грани складчатой полки; 2 – ребра складчатой полки; 3 – безраскосная ферма-диафрагма; 4 – втуловая часть полки; 5 – торцовые втуты; 6 – нижний пояс; 7 – стойки; 8 – торцовые ребра; 9 – падающие петли для подъема

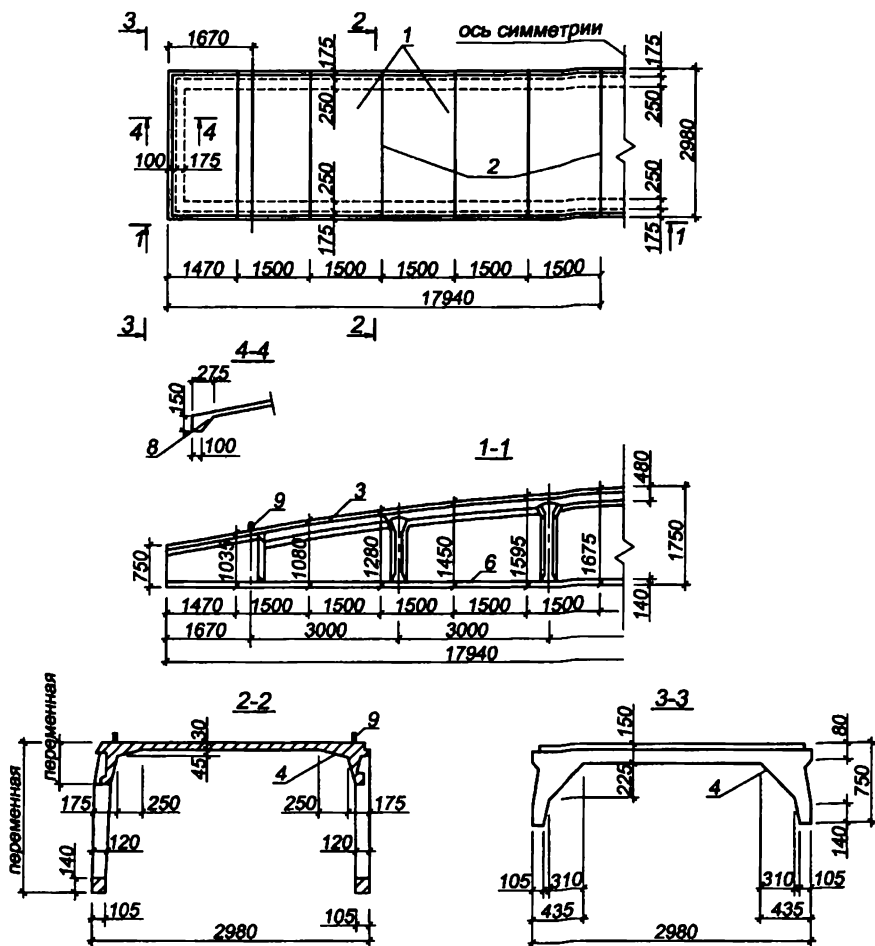


Рис. 4.23. Глухая складчатая панель-оболочка КСО 3×18 м:

1 – грани складчатой полки; 2 – ребра складчатой полки; 3 – безраскосная ферма-диафрагма; 4 – втуловая часть полки; 5 – торцовые втуты; 6 – нижний пояс; 7 – стойки; 8 – торцовые ребра; 9 – падающие петли для подъема

При наличии вентиляционных шахт и крышных вентиляторов следует предусматривать изготовление панелей с проемами диаметром 400, 700, 1000 и 1450 мм, расположенными во второй грани панели на расстоянии 2220 мм от торца у одного из концов панели. При этом вторая грань панели утолщается до 100 мм и соответственно армируется.

При наличии светоаэрационных фонарей панели следует проектировать с проемом 2000×5600 мм. При устройстве зенитных фонарей панели КСО размерами 3×18 м следует проектировать с двумя проемами размером $1,5 \times 1,7$ м, а панели размером 3×24 м – с четырьмя проемами. В панелях размером 3×18 м полка у проемов утолщается до 100 мм и, соответственно, армируется. В панелях размером 3×24 м полка утолщается у каждой пары проемов.

Для устройства легкосбрасываемой кровли в полке панели-оболочки проектируются проемы, которые размещаются в зависимости от заданной их площади.

Панели-оболочки КСО рекомендуется проектировать из бетонов классов В 25-В 45 по прочности на сжатие в зависимости от размера пролета и нагрузок.

Напрягаемую рабочую арматуру панелей рекомендуется проектировать из стержневой свариваемой стали классов А-V, А-VI и, как правило, выполнять из одного стержня в нижнем поясе каждой диафрагмы (рис. 4.24). Допускается также применение арматуры класса А-IIIв. При слабо – и среднеагрессивных средах количество стержней в нижнем поясе диафрагмы может быть увеличено до 2 или 4 меньшего диаметра.

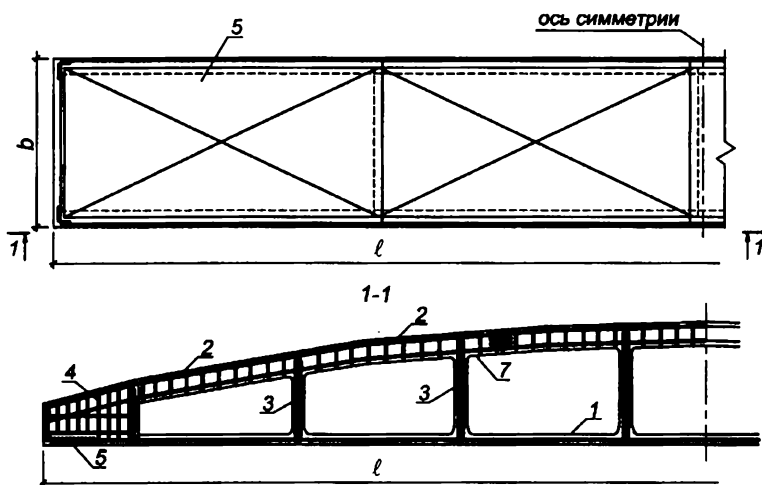


Рис. 4.24. Схема армирования складчатой панели-оболочки КСО:

1 – предварительно напряженная арматура; 2 – сварная сетка верхнего пояса фермы-диафрагмы; 3 – арматурный каркас стойки панели-оболочки; 4 – сварная сетка опорного узла; 5 – спираль; 6 – сварная сетка полки панели-оболочки; 7 – сварной стык сеток верхнего пояса фермы-диафрагмы

В качестве ненапрягаемой арматуры для сварных каркасов, сеток и отдельных стержней рекомендуется применять стержневую арматуру классов А-I и А-III, а также арматурную проволоку класса Вр-1 (см. рис. 4.24).

Полку панели и вутовой участок армируют сварными сетками из стержней класса Вр-1.

Верхние пояса диафрагм, опорные узлы и торцовые ребра армируют сварными сетками из арматуры класса А-III, стойки диафрагм – пространственными каркасами их арматуры класса А-III.

При номинальной длине сварных сеток верхних поясов и полки, равной 6 м, для панели КСО 3×24 м устраивают 8 каркасов и 4 сетки, а для панели 3×18 – соответственно 6 и 3.

Для предупреждения раскалывания бетона, при передаче напряжений с арматуры на бетон в опорных узлах, необходимо предусматривать спирали.

Монтажные петли следует проектировать падающими, изготавливаемыми из арматуры класса А-I, привариваемыми к арматурным каркасам, установленным в опорных узлах на расстоянии 1,67 м от торцов панели-оболочки (возможно устройство монтажных петель по концам опорных узлов с креплением анкерных стержней к опорному закладному уголку).

Часть II. ПРОЕКТИРОВАНИЕ ТОНКОСТЕННЫХ ПРОСТРАНСТВЕННЫХ КОНСТРУКЦИЙ ИЗ ДРЕВЕСИНЫ

5. ОБЩИЕ СВЕДЕНИЯ И ПРИНЦИПЫ ПРОЕКТИРОВАНИЯ

Древесина традиционно является одним из важнейших строительных материалов. Известны уникальные по своему техническому уровню конструкции куполов церквей и других сооружений, эксплуатируемые с XVIII века. Применение деревянных конструкций в годы первых пятилеток после революции 1917 года позволило решить многие задачи индустриализации нашей страны.

Война вызвала широкое применение дерева во всех областях строительства. Поэтому на разработку конструкций и их расчета были направлены усилия лучших ученых и инженеров.

Коллективом МИСИ и ЦНИПС: Г.Г. Карлсеном, В.В. Большаковым, М.Е. Каганом, Г.В. Свенцицким, Б.А. Освенским, В.Г. Писчиковым, А.И. Рабиновичем был составлен фундаментальный курс «Деревянные конструкции», вторая часть которого объемом 634 стр. вышла в 1944 году. Этот учебник включает большой раздел «Пространственные деревянные конструкции», содержащий описание конструкций, теорию, примеры расчета и конструирования распорных сводов, деревянных покрытий складчатой формы, сводов-оболочек и куполов. Пространственные конструкции того времени отличаются остроумными приемами обеспечения совместной работы элементов, длина которых не превышала, как правило, трех метров из условия удобства транспортировки и монтажа.

Распространенными основными (несущими) элементами служили косяки заводского изготовления. Из них, как правило, вручную с передвижных кружал собирали любые пространственные конструкции, в том числе кружально-сетчатые своды Цоллингера с узлами на болтах, своды Песельника с узлами на шипах (безметалльные). Путем приспособления формы косяков к сферической (двойкой кривизны) поверхности куполов, последние могут быть выполнены в виде сетчатой конструкции аналогично цилиндрическому кружально-сетчатому своду.

В отличие от сводов, где все косяки стандартные, в куполах они меняют свои размеры по мере приближения к вершине купола. Это является причиной удорожания конструкций. Однако сетчатые кон-

струкции отличаются своей архитектурной выразительностью и сравнительной простотой сборки.

Пересечением цилиндрических сетчатых сводов можно образовать многогранный купол в виде сомкнутого свода.

Такие купола требовали устройства сплошных лесов для их возведения.

Для пролетов 35–60 м К.П. Кашкаровым, Р. Мильвицким и др. были разработаны ребристые купола с меридиональными ребрами различной конструкции (в виде дощато-гвоздевых арок, сквозных арок и др.) и кольцевыми настилами и распорками, обеспечивающими устойчивость ребер.

Для пролетов от 12 до 35 м применяли тонкостенные купола из досок кольцевого и косо́го направления и меридиональных арок, образуемых из нескольких досок плашмя, соединяемых на гвоздях.

Применялись также разновидности сводов, например, своды Шухова-Брода с несколькими веерообразно расположенными от продольных краев затяжками, своды-оболочки, образуемые одним продольным, двумя косыми настилами и дощатыми арочками. По торцам оболочки опирались на стены, вовлекаемые в совместную работу с оболочкой. Такие конструкции разработаны М.Е. Каганом, П.Н. Ершовым, А.Б. Губенко, Духовным, И.А. Цыпленковым.

Ими перекрыты большие производственные площади шириной 65 (две волны свода) и длиной 100 м. Пространственные деревянные конструкции применены в военные и послевоенные годы для строительства ангаров, химкомбинатов, сборочных цехов, спортивных зданий. В те годы была решена проблема быстрее́го восстановления народного хозяйства и древесина была наиболее доступным материалом для массового строительства. В [2] и [5] содержатся иллюстрированные подробные данные по расчету и конструированию этих эффективных по тем временам конструкций.

С 1950-х годов прошлого столетия началось производство клееных деревянных конструкций, которые могли быть длинномерными и перекрывать большие пролеты отдельными стержнями (балками) или фермами и другими конструкциями из клееного бруса. Потребовались экспериментальные и теоретические исследования.

Проф. Я.Ф. Хлебным были разработаны принципы образования пространственных конструкций из железобетона и древесины, предполагающие монтаж ортогональной системы криволинейных или прямолинейных ребер с последующим заполнением ячеек между ними различными плитными материалами или настилами [18, 19]. В

результате были запроектированы и построены экспериментальные покрытия в виде купола, пологих оболочек двоякой кривизны и коротких цилиндрических оболочек.

Исследования в области деревянных пространственных конструкций опираются на существенные достижения в области теории, конструирования и массового применения в строительстве оболочек из других материалов, особенно из железобетона и металлов. Большой практический вклад в развитие современных пространственных конструкций внесли А.А. Гвоздев, П.Л. Пастернак, А.Р. Ржаницын, Ю.Н. Работнов, В.З. Власов, П.А. Лукаш, О.В. Лужин, И.Е. Милейковский, Г.А. Гениев, Б.С. Васильков, В.Н. Байков, Н.В. Ахвледiani, О.Д. Ониашвили, Я.Ф. Хлебной, Г.К. Хайдуков, Ю.В. Чиненков, В.И. Трофимов, В.С. Бартенев, В.И. Колчунов, В.Я. Павилайнен, Э.З. Жуковский, В.В. Шугаев, А.В. Шапиро, П.А. Дмитриев и многие другие ученые и инженеры.

Использование опыта создания пространственных конструкций в годы первых пятилеток с учетом достижений научно-технического прогресса в области технологии изготовления и монтажа конструкций, а также достижений в области совершенствования расчетов позволяет получить принципиально новые конструктивные решения и дополнительный экономический эффект.

К наиболее заметным достижениям научно-технического прогресса следует отнести:

- 1) индустриальное производство клееных деревянных конструкций, в том числе длинномерных;
- 2) применение механизированных приспособлений для устройства соединений и освоение их новых типов;
- 3) наличие средств транспорта, оборудованных для перевозки крупногабаритных изделий, и грузоподъемных механизмов большой мощности и большого вылета стрелы, существенно меняющих технологию монтажа зданий и сооружений;
- 4) постепенное налаживание выпуска различных плитных материалов, в том числе на основе древесины, обладающих стабильными механическими характеристиками.

Эти и некоторые другие достижения обусловили разработку пространственных конструкций из элементов массового заводского производства: прямолинейных или криволинейных клееных стержней, панелей на деревянном каркасе с обшивками из фанеры, древесных плитных материалов или других прогрессивных материалов (асбестоцемента, пластмасс, ДСП и др.), а также настилов из досок,

сращенных по длине. Жесткие стыки между элементами обеспечиваются соединением клеенных в древесину стержней и замоноличиванием швов в стыках ребер.

Имеется большая потребность в разработке специального пособия по проектированию современных пространственных конструкций для студентов и работников проектных организаций.

Целью настоящей работы является разработка примеров расчета основных типов пространственных конструкций из древесины для использования их в курсовом, дипломном проектировании, а также в проектировании реальных объектов.

Ниже приводятся примеры расчета основных пространственных конструкций исходя из следующих предпосылок.

Пространственные покрытия различных типов образуются по одному и тому же принципу:

- основу конструкции составляет каркас из клееных деревянных ребер ортогонального направления. Контур покрытия образуется готовыми элементами в виде криволинейных или прямолинейных брусев. Сечения ребер назначаются исходя из расчета на монтажные нагрузки, так чтобы можно было производить монтаж покрытия без поддерживающих лесов или подмостей, а в случае больших пролетов – лишь с применением ограниченного количества временных опор. Сечения бортовых элементов определяются по расчету всей конструкции на эксплуатационные нагрузки;
- пространства между ребрами могут заполняться панелями различной конструкции, закрепляемыми в углах связями, обеспечивающими работу панелей на сдвиг, или по верху ребер укладывается одинарный дощатый настил, закрепляемый к ребрам гвоздями;
- главные растягивающие усилия в случае покрытий на прямоугольном плане воспринимаются металлическими элементами, закрепляемыми к бортовым элементам. Наиболее надежными показали себя соединения при помощи клеенных стержней, предлагаемые С. Б. Турковским [4.22].

В случае куполов растягивающие усилия концентрируются в опорном кольце, сечение которого подбирается с учетом ограничения деформации от растяжения.

Имеющиеся многочисленные приближенные методы расчета пространственных конструкций разработаны, в основном, для железобетонных и металлических конструкций и разбросаны по различ-

ным литературным источникам. Между тем, особенности работы деревянных элементов в пространственных системах требуют обязательного их учета и влекут за собой в некоторых случаях значительные изменения в деталях, а иногда и в подходе к расчету.

В работе предпринята попытка систематизации приближенных методов расчета пространственных конструкций покрытий, с учетом особенностей их конструирования из деревянных элементов.

Приближенный расчет должен позволять определение внутренних усилий в основных наиболее напряженных элементах конструкции. Выполнение расчетов предполагает использование лишь настольных микрокалькуляторов.

Таким образом, приближенный расчет позволяет достаточно быстро и несложно осуществить подбор сечений элементов конструкции. Эти данные затем можно использовать в качестве исходных для выполнения уточненных или подробных расчетов на ЭВМ. Однако, во многих случаях результатов приближенного расчета оказывается достаточно для окончательного конструирования покрытия или сооружения. Кроме того, приближенные расчеты играют важную роль в процессе конструирования, а также в учебном процессе студентов и аспирантов, поскольку позволяют глубже понять физический смысл расчетов пространственных конструкций.

6. КУПОЛА

6.1. Общие положения

Купола-оболочки являются пространственными конструкциями, поверхность которых образуется вращением плоской меридиональной кривой вокруг вертикальной оси.

Края купольного покрытия окаймляются: нижний – опорным кольцом, верхний – фонарным кольцом.

На рис. 6.1, 6.2 показаны стрельчатый, сферический и конический (шатровый) купола. Существуют многочисленные способы образования более сложных поверхностей куполов [6, 12, 16, 21], которые используются для придания зданиям большей архитектурной выразительности (рис. 6.3, 6.4, 6.5).

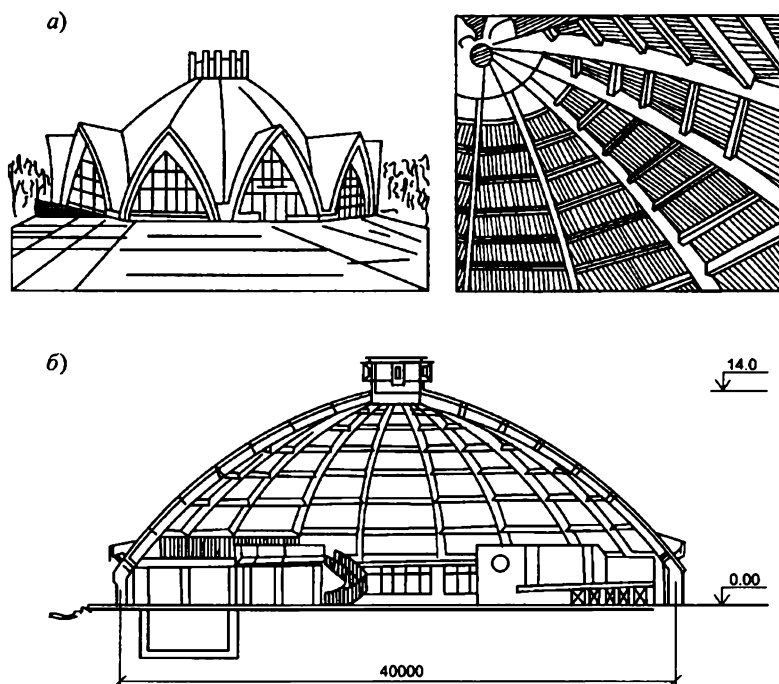


Рис. 6.1. Примеры купольных покрытий:

а – рынок на 100 торговых мест в г. Волоколамске ($D = 30$ м, $H = 15$ м);

б – общественное здание в г. Химки ($D = 40$ м, $H = 14$ м)

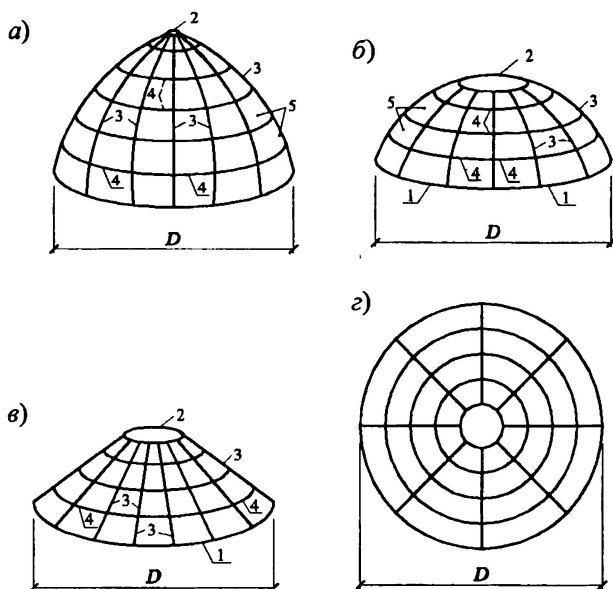


Рис. 6.2. Схемы куполов:

а – стрельчатый; *б* – сферический; *в* – шатровый; *г* – план покрытия;
1 – опорное кольцо; *2* – фонарное кольцо; *3* – меридиональные ребра;
4 – кольцевые ребра

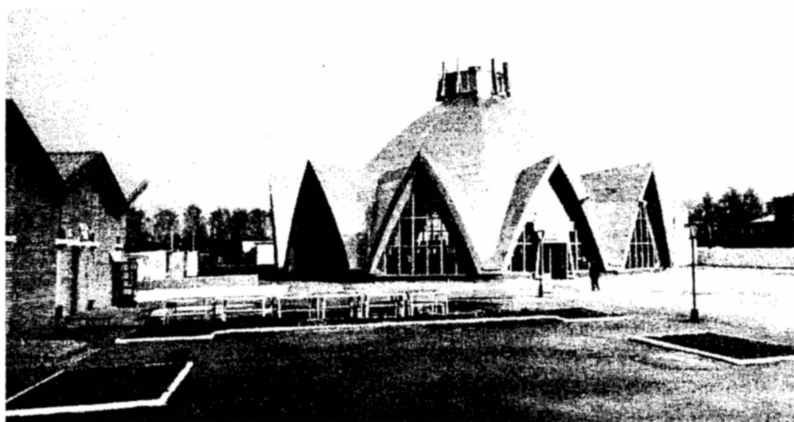


Рис. 6.3. купольное покрытие рынка на 100 торговых мест в
 г. Волоколамске Московской области

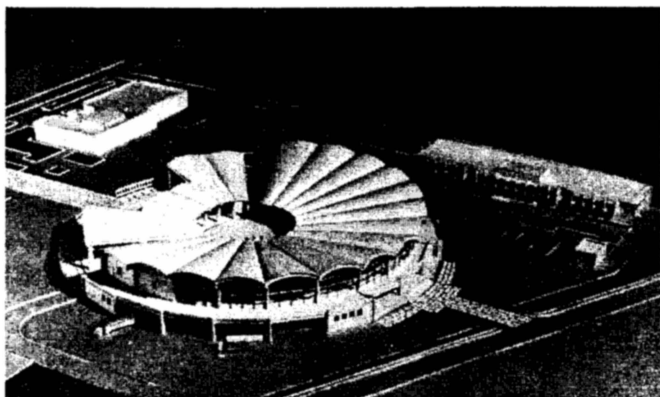


Рис. 6.4. Покрытие рынка диаметром 72 м из длинных конических оболочек (проект)

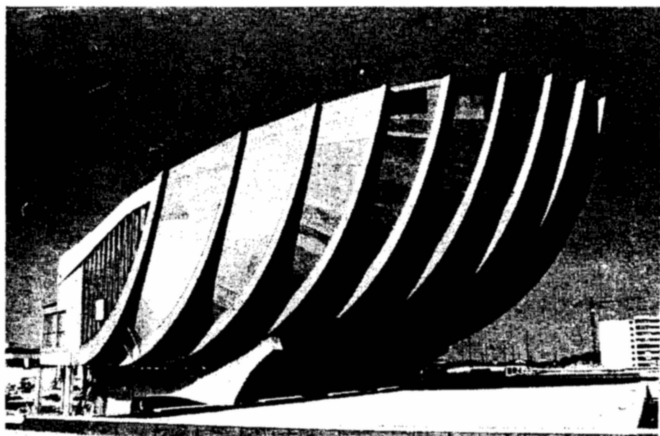


Рис. 6.5. Строительство здания аудиторий университета в г. Реймсе (Франция)

В куполе вращения, нагруженном собственным весом или другими осесимметричными нагрузками, возникают по меридиональным направлениям преимущественно сжимающие напряжения. По направлению параллелей в основном возникают кольцевые сжимающие напряжения. В нижних участках могут возникнуть кольцевые растягивающие напряжения. Их можно уменьшить или предотвратить увеличением жесткости опорного кольца.

6.2. Тонкостенные купола-оболочки

Деревянные тонкостенные купола-оболочки состоят из легких меридиональных ребер (арочек), кольцевого и косога настилов. Диаметр таких куполов не превышает 35 м. Толщина досок для настилов – 19–25 мм. Меридиональные ребра устанавливаются часто. Шаг по нижнему кольцу – 0,8–1,5 м. Высоту их сечения можно назначать $1/250$ диаметра купола. Конструкция и расчет таких куполов подробно описаны в [3], поэтому здесь на них не останавливаемся.

6.3. Ребристо-кольцевые купола

6.3.1. Конструктивные решения

Ребристо-кольцевые купола образуются системой меридиональных и кольцевых ребер. Верхние грани ребер совпадают между собой в узлах купола. Элементы собственно оболочки располагаются на ребрах по их верхним граням или по черепным брускам на боковых поверхностях ребер (рис. 6.6).

Диаметр таких куполов обычно принимается 30–60 м и более. Размеры высоты сечений меридиональных ребер в ребристо-кольцевых куполах назначаются исходя из соотношения $1/60 \dots 1/120$ диаметра купола, причем меньший размер соответствует большему диаметру. Ширина сечения ребер принимается исходя из наиболее распространенной ширины доски, применяемой для изготовления клееных элементов на заводах. Обычно эта ширина составляет 13–16 см. В случае необходимости применяются спаренные ребра.

Размеры сечений кольцевых ребер назначаются как для балок на двух опорах между соседними меридиональными ребрами. С целью унификации размеров рекомендуется принимать 2–3 размера высоты сечения кольцевых ребер.

Предварительно назначенные размеры поперечных сечений ребер проверяются расчетом на монтажные нагрузки как балки на двух опорах под действием собственной массы и массы смонтированных конструкций, опирающихся на ребро, без учета снеговой нагрузки. В случае необходимости для уменьшения высоты сечения ребер могут быть предусмотрены временные опоры или монтажные приспособления – затяжки, шпренгели и др. Отметим, что такие приспособления наиболее эффективны при больших объемах строительства из однотипных элементов.

Опорное кольцо купола в случае расположения его на уровне земли следует устраивать железобетонным и совмещать его с конструкцией фундамента.

В случае установки купола на колонны или стены опорное кольцо целесообразно выполнять металлическим, например, из полосы, устанавливаемой вертикально и охватывающей опорные части меридиональных ребер. Таким образом, опорное кольцо, как правило, имеет многоугольное очертание в плане.

Фонарное кольцо наиболее удобно выполняется из стальной трубы толщиной 8–10 мм.

Диаметр фонарного кольца выбирается в зависимости от его назначения, однако наименьший его размер определяется условием размещения на нем примыкающих торцов меридиональных ребер. Внутри фонарного кольца могут быть установлены распорки для уменьшения деформаций изгиба.

Количество меридиональных ребер назначается с учетом рекомендуемых размеров их сечений, которые согласуются с действующими нагрузками. Наиболее рациональное размещение ребер получается при расстоянии между ними по опорному кольцу в пределах от 5,5 до 8 м в зависимости от диаметра купола.

Кольцевые ребра следует располагать с шагом 3 м для удобства монтажа настила или панелей купола.

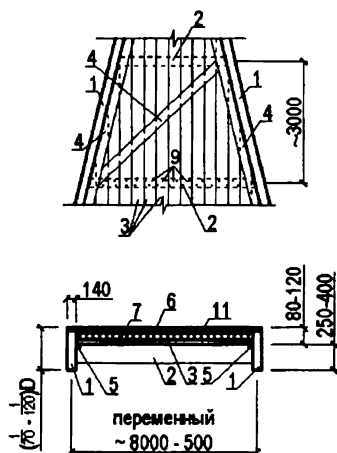
Настил куполов диаметром более 30 м следует устраивать однослойным в виде щитов из досок толщиной 25–40 мм. Расположение досок может быть принято различным в зависимости от условий изготовления щитов и их монтажа. Наиболее просто решается конструкция щитов при меридиональном расположении досок, когда большое количество щитов для всего купола может быть унифицировано. Щиты прибиваются гвоздями к меридиональным и к кольцевым ребрам. Работа щитов на сдвиг обеспечивается раскосами из досок, укладываемых под углом к доскам щита и прибываемых двумя гвоздями к каждой из них.

Соединения элементов куполов между собой отличаются большим разнообразием. Некоторые примеры соединений показаны на рис. 6.6 и 6.7.

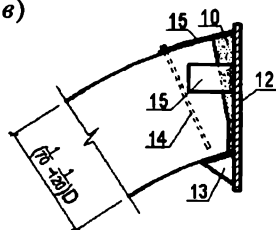
Настил куполов диаметром более 30 м следует устраивать однослойным в виде щитов из досок толщиной 25–40 мм. Расположение досок может быть принято различным в зависимости от условий изготовления щитов и их монтажа.

а)

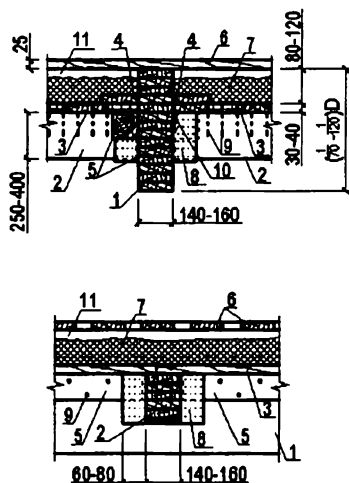
Узел А



в)



б)



г)

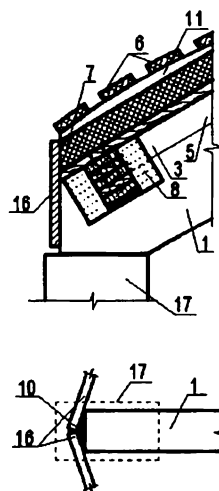


Рис. 6.6. Соединения элементов куполов:

а – устройство несущего настила; б – узел соединения ребер и настилов; в – примыкание меридиональных ребер к фонарному кольцу; г – вариант устройства опорного кольца из стальной полосы и примыкание меридиональных ребер к опорному кольцу; 1 – меридиональные ребра; 2 – кольцевые ребра; 3 – несущий настил; 4 – доски сдвиговой жесткости настила; 5 – черепной брусок; 6 – разреженный настил под кровлю; 7 – утеплитель; 8 – балочный карман; 9 – гвозди по расчету; 10 – полимерцементный раствор; 11 – вентиляционный продух; 12 – фонарное кольцо; 13 – опорный столик; 14 – вклеенный стержень; 15 – стальная полоса; 16 – опорное кольцо; 17 – колонна

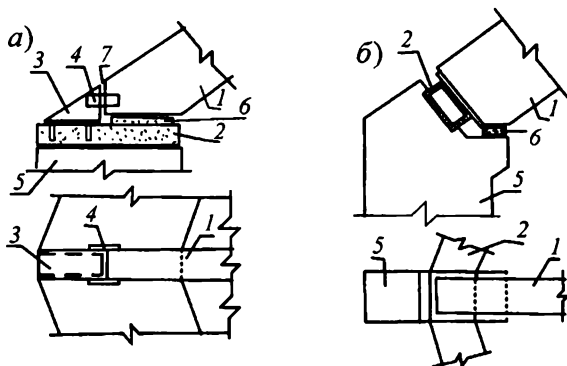


Рис. 6.7. Варианты опирания куполов:

а – на железобетонное опорное кольцо; *б* – на металлическое опорное кольцо коробчатого сечения; 1 – меридиональное ребро; 2 – опорное кольцо; 3 – анкерный упор железобетонного кольца; 4 – фиксирующие пластинки; 5 – колонна; 6 – антисептированная прокладка; 7 – полимерцементный раствор

Наиболее просто решается конструкция щитов при меридиональном расположении досок, когда большое количество щитов для всего купола может быть унифицировано. Щиты прибиваются гвоздями к меридиональным и к кольцевым ребрам. Работа щитов на сдвиг обеспечивается раскосами из досок, укладываемых под углом к доскам щита и прибиваемых двумя гвоздями к каждой из них.

6.3.2. Расчет куполов

Рассмотрим расчет ребристо-кольцевого купола диаметром 36,8 м, высотой 14,0 м (рис. 6.8) из древесины на осесимметричные нагрузки.

Статическому расчету предшествует геометрический расчет конструкций (рис. 6.9). Исходя из заданных диаметра и стрелы подъема купола, а также радиуса кривизны меридиональных ребер, согласованного с заводом-изготовителем, производится разбивка кривой на участки, соответствующие расстояниям между меридиональными ребрами, и определяются их длины на рис. 6.9 показаны вспомогательные величины – проекции участков разбиения на оси координат и др. Для определенности указанные величины привязаны к выполняемому ниже примеру расчета купола заданных на рис. 6.8 размеров.

Вычисления удобно выполнять в табличной форме.

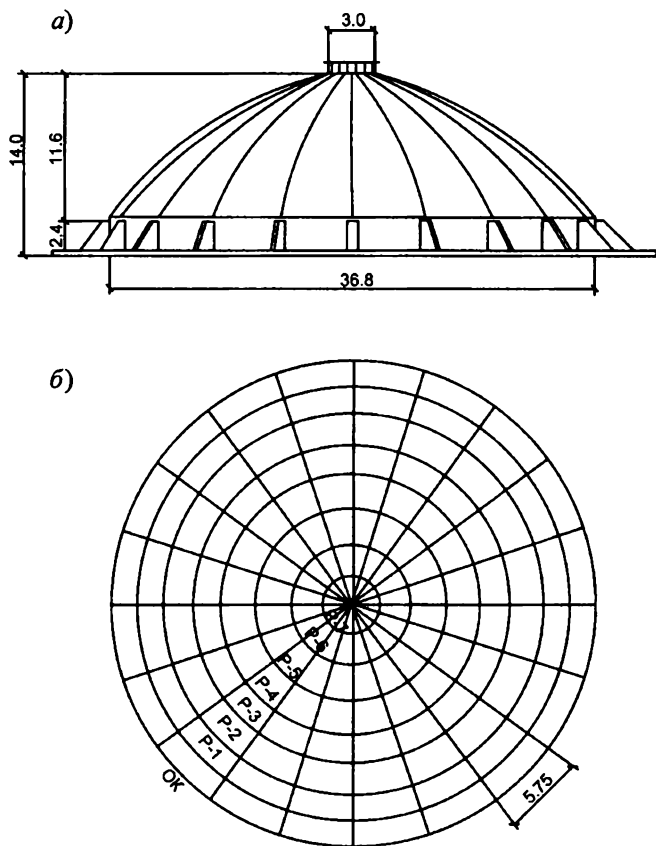


Рис. 6.8. Схема ребристо-кольцевого купола:
а – разрез; б – план

Уточнение сечений основных элементов покрытия производится исходя из монтажных нагрузок. Меридиональное ребро рассматривается как балка, свободно опертая одним концом на опорное, а другим – на фонарное кольцо. Если при этом получается высота сечения ребра больше $1/50$ диаметра купола (особенно при диаметре куполов более 40 м), то следует предусмотреть временные опоры или другие вспомогательные элементы, уменьшающие пролет.

Сечения кольцевых ребер назначаются конструктивно из условия, чтобы высота сечения наиболее длинного элемента не была меньше $1/20$ пролета (расстояния между меридиональными ребрами).

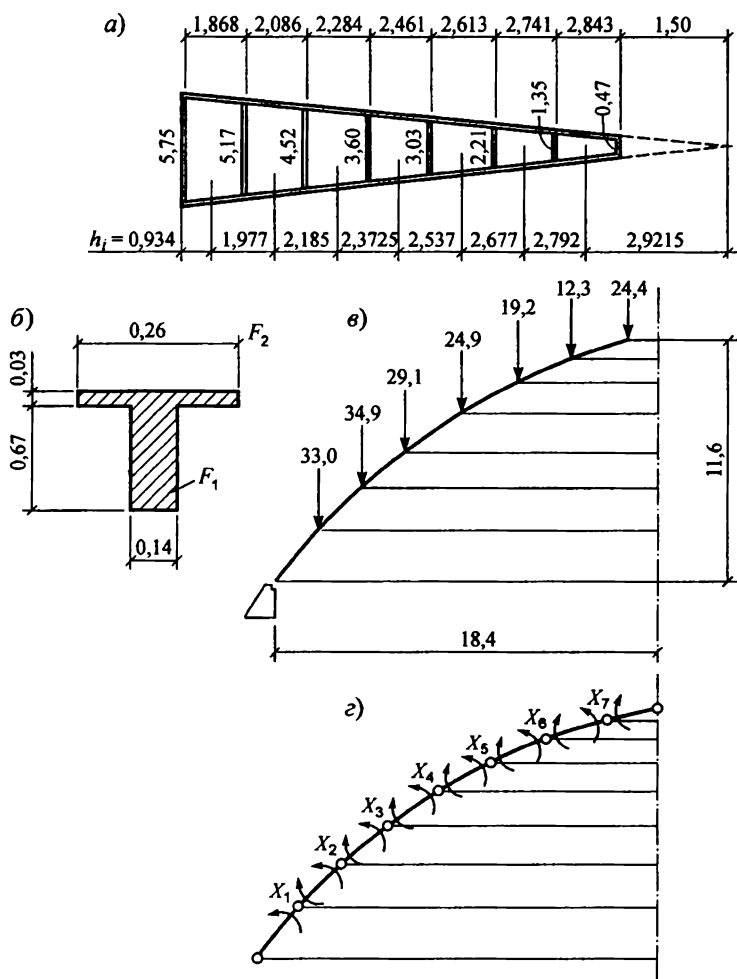


Рис. 6.10. К расчету ребристо-кольцевого купола:

а – схема панели между меридиональными ребрами для определения узловых нагрузок; б – приведенное сечение меридионального ребра; в – расчетная схема купола; г – основная система; $X_1 \dots X_7$ – лишние неизвестные

При расчете учитываем деформацию ребер от изгибающих моментов в меридиональных ребрах и от продольных сил в кольцах. Деформациями меридиональных ребер от действия продольных сил пренебрегаем. В качестве лишних неизвестных принимаем изгибающие моменты в меридиональных ребрах в узлах соединения их с затяжками. Основная система метода сил показана на рис. 6.10г.

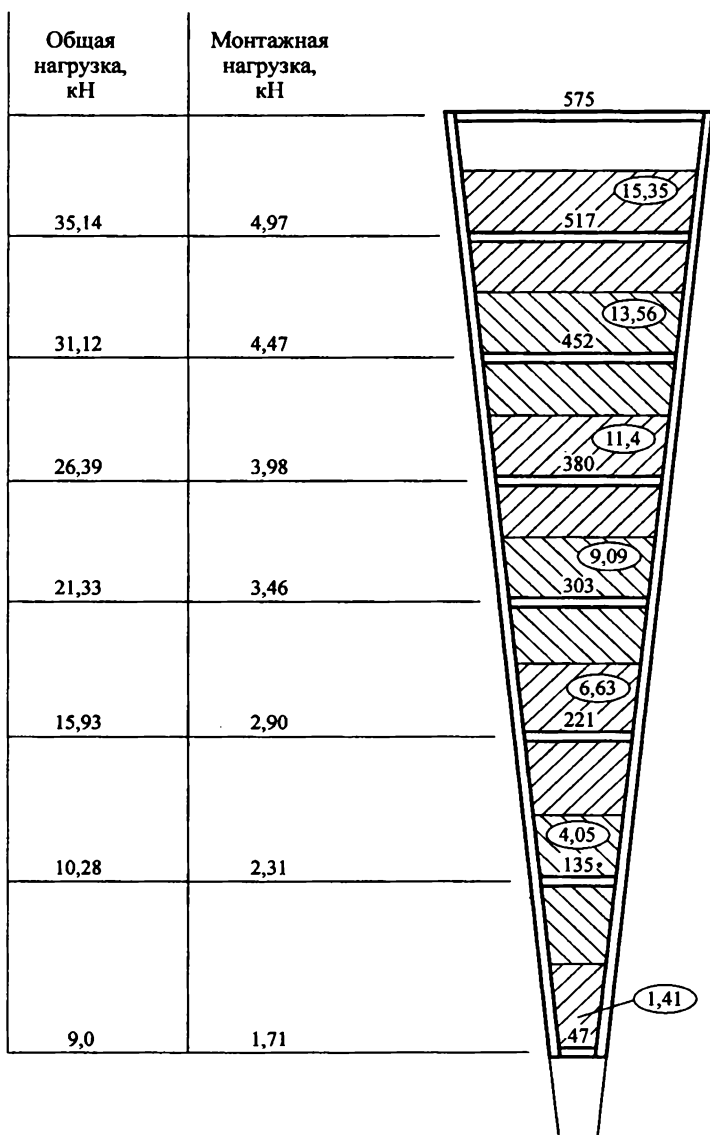


Рис. 6.11. К сбору нагрузок на меридиональные ребра

Система канонических уравнений имеет вид:

$$\sum \delta_{ij} X_i + \Delta_{ij} = 0; \quad i = 1 \dots n; \quad j = 1 \dots n, \quad (6.1)$$

где n – число лишних неизвестных.

$$\delta_{ii} = \int_0^l \frac{M_i^2 ds}{EI} + \int_0^l \frac{N_i^2 ds}{EA}, \quad (6.2)$$

$$\Delta_{ip} = \int_0^l \frac{N_p N_i}{EA} dx. \quad (6.3)$$

Продольные усилия от внешней нагрузки в основной системе удобно определять графически при помощи диаграммы Крмоны (рис. 6.13).

Коэффициенты канонических уравнений определяются по методу Верещагина:

$$EI\delta_{ii} = L_i \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3} \cdot 4 \cdot 1 + N_{i,i-1}^2 l_{i-1} \frac{I}{A_{экв}} + N_{ii}^2 l_i \frac{I}{A_{экв}} + N_{i,i+1}^2 l_{i+1} \frac{I}{A_{экв}}; \quad (6.4)$$

$$EI\delta_{ij} = L_i \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3} \cdot 2 \cdot 1 + N_{ii} N_{ij} l_i \frac{I}{A_{экв}} + N_{ij} N_{jj} l_j \frac{I}{F_{экв}}; \quad (6.5)$$

$$EI\Delta_{ip} = N_{i-1}^{0,C} N_{i,i-1} l_{i-1} \frac{I}{A_{экв}} + N_i^{0,C} N_{ii} l_i \frac{I}{A_{экв}} + N_{i+1}^{0,C} N_{i,i+1} l_{i+1} \frac{I}{A_{экв}}; \quad (6.6)$$

Продольные усилия N_{ij} в затяжках и S_{ij} в стержнях между узлами от единичных воздействий $X_1 \dots X$ определяется следующим образом:

$$\text{при } X_i = 1, \quad R \frac{1}{L_i}, \quad N_{i,i-1} = \frac{R}{\sin \alpha_{i-1}}; \quad (6.7)$$

$$N_i = \frac{R}{\sin \alpha_i}; \quad N_{ii} = -(N_{i,i-1} + N_{i,i+1}); \quad (6.8)$$

$$S_{ii} = \frac{R}{tg \alpha_0} \quad S_{i,i+1} = \frac{R}{tg \alpha_1}. \quad (6.9)$$

Эквивалентное сечение затяжек $F_{экв}$ определяется по формуле:

$$A_{экв} = 2A \sin \frac{\varphi}{2}, \quad (6.10)$$

где A – площадь сечения кольцевого ребра; φ – центральный угол, соответствующий одному элементу кольцевого ребра.

В формулах (6.4)–(6.6) $1/A_{экв}$ – соотношение между моментом инерции меридионального ребра и площадью сечения затяжки.

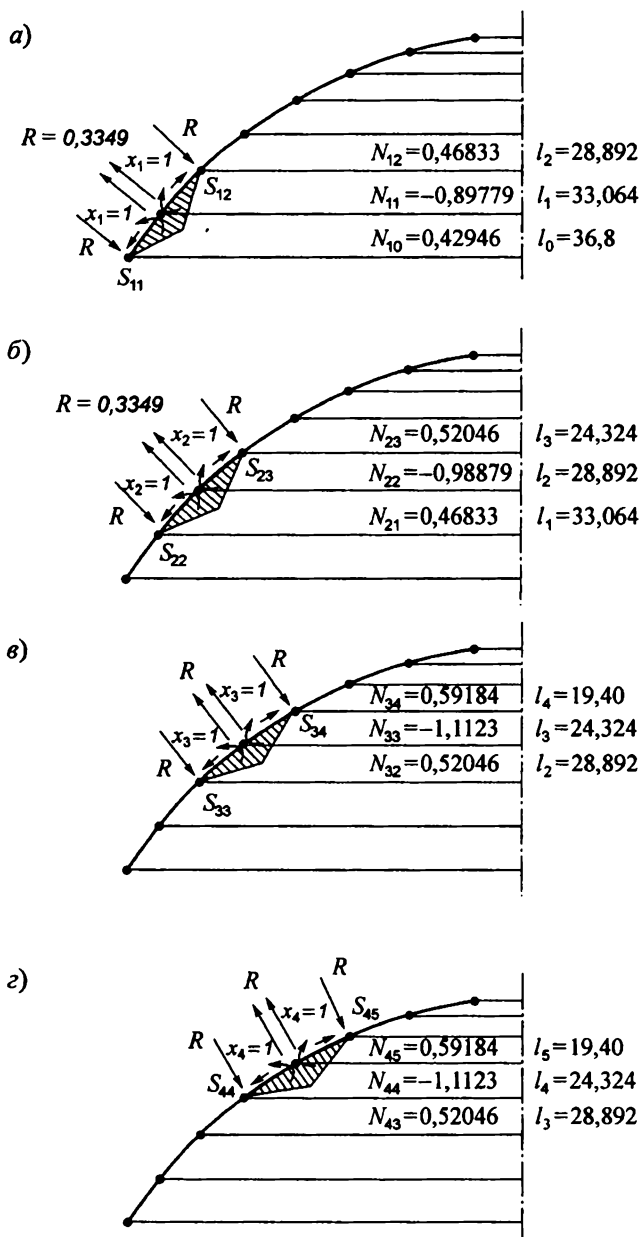
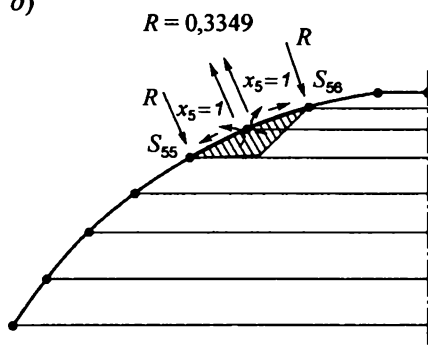


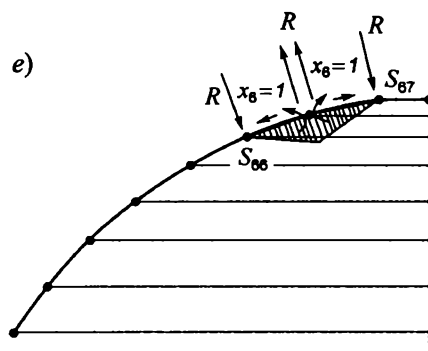
Рис. 6.12. Усилия в элементах купола (основной системы) от единичных лишних неизвестных $X_1 = 1, \dots, X_7 = 1$

д)



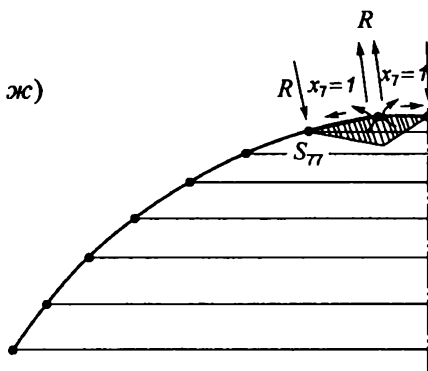
$$\begin{aligned} N_{56} &= 0,84757 & l_6 &= 8,697 \\ N_{55} &= -1,5407 & l_5 &= 14,176 \\ N_{54} &= 0,69315 & l_4 &= 19,402 \end{aligned}$$

е)



$$\begin{aligned} N_{67} &= -1,1008 & l_7 &= 3,0 \\ N_{66} &= -1,94835 & l_6 &= 8,697 \\ N_{65} &= 0,84757 & l_5 &= 14,176 \end{aligned}$$

ж)



$$\begin{aligned} N_{77} &= -1,1008 & l_7 &= 3,0 \\ N_{76} &= 1,1008 & l_6 &= 8,697 \end{aligned}$$

После решения системы канонических уравнений и определения значений лишних неизвестных усилия в затяжках определяются по формуле:

$$N_{i-1}^3 = N_{i-1}^{O.C} + \sum N_{i-1,i} X_i; \quad i = 1 \dots n, \quad (6.11)$$

а усилия в кольцевых ребрах – по формуле:

$$N_i^K = \frac{N_i^3}{2 \sin \frac{\varphi}{2}}; \quad (6.12)$$

Проверка прочности кольцевых ребер производится по формуле:

$$\sigma = \frac{N_i^K}{\varphi A} \leq R_c, \quad (6.13)$$

а меридиональных ребер – по формуле:

$$\sigma = \frac{N}{A} + \frac{M}{\xi W} \leq R_c, \quad (6.14)$$

где коэффициент $\xi = 1$, т.к. ребра опираются по всей длине на упругое основание в виде настила оболочки.

6.3.3. Пример расчета и конструирования

Схема конструкции показана на рис. 6.8. Диаметр купола 36,8 м, высота 14,0 м. Меридиональные ребра криволинейные. Радиус кривизны 30,6 м, количество ребер – 20. Кольцевые ребра – из прямых брусьев, шаг ребер по дуге 3,0 м.

Назначаем предварительно размеры сечений элементов купола согласно рекомендациям п. 6.3.1. *Меридиональные ребра.* Ширина сечения 140 мм. Высота сечения $D/60 = 3840/60 = 640$ мм.

Кольцевые ребра. Ширина сечения 140 мм. Высота сечения: $l_{max}/20 = 4830/20 = 242$ мм. Конструируем ребра, состоящими из 8 досок толщиной 32 мм, получаем $h = 32 \cdot 8 = 256$ мм.

Опорное кольцо железобетонное сечением $b \times h = 150 \cdot 1000$ мм. Фонарное кольцо для определения нагрузок и учета жесткости при расчете примем деревянным, сечением $140 \cdot 1000$ мм.

Основной несущий настил из досок толщиной 32 мм.

Верхний разреженный настил под кровлю – толщиной 25 мм.

Утеплитель – минеральная вата толщиной 120 мм.

Кровля рулонная, трехслойная.

Сбор нагрузок на купол. Снеговая нагрузка принята равномерно распределенной по всему пролету интенсивностью 1,4 кН/м. Для расчета в дипломном или курсовом проектах следует уточнить величину и характер распределения нагрузки.

Для расчета соберем нагрузки в узлы меридиональных и кольцевых ребер покрытия (рис. 6.10, 6.11).

Результаты определения геометрических величин покрытия показаны на рис. 6.9 и в табл. 6.1. Геометрические расчеты купола выполняются в следующей последовательности:

- назначаем диаметр купола по опорному кольцу, высоту подъема купола и диаметр фонарного кольца из технологических и архитектурных соображений. Радиус кривизны меридиональных ребер согласовывается с заводом-изготовителем с учетом имеющегося оборудования, здесь принят $R = 30,6$ м.
- определяем вспомогательные величины: углы, длины дуг и размеры между узловыми точками покрытия в проекциях на горизонтальную и вертикальную плоскости;
- определяем длины кольцевых ребер купола.

Согласно изложенному назначаем следующие размеры купола (из методических соображений принимаем размеры не округленными во избежание путаницы в расчетах): диаметр по опорному кольцу 36,8 м. диаметр фонарного кольца 1,1 м; высота подъема купола 11,6 м.

Вычисление вспомогательных величин и длины кольцевых ребер сведено в табл. 6.1. Кольцевые ребра размещаются на равных расстояниях друг от друга вдоль меридиональных ребер (по дуге).

Длина i -го ребра вычисляется по формуле:

$$l_{ki} = 2R_{ki} \sin \frac{\alpha_r}{2} - \frac{b}{\cos \frac{\alpha_r}{2}}, \quad (6.15)$$

где

$$\frac{\alpha_r}{2} = \frac{\pi}{n} = \frac{3,1415}{20} = 0,15708; \quad \sin \frac{\alpha_r}{2} = 0,15643; \quad \cos \frac{\alpha_r}{2} = 0,98769;$$

$$\frac{b}{\cos \frac{\alpha_r}{2}} = \frac{14}{0,98769} = 14,2 \text{ см};$$

b – ширина сечения меридионального ребра;

n – количество меридиональных ребер.

$$R_{ki} = R_a \cos \gamma_i - a; \quad \gamma_i = \frac{\cup \gamma_i}{R_a}; \quad (6.16)$$

см. также обозначения на рис. 6.9.

$$\cup \gamma_i = \cup \gamma_0 + \cup \gamma_1 n_i; \quad \gamma_0 = \alpha_0 - \xi; \quad \cup \gamma_0 = \gamma_0 R_a; \quad \alpha_0 = \frac{\pi}{2} - \beta;$$

$$\operatorname{tg} \beta = \frac{2H}{D}; \quad \operatorname{tg} \xi = \frac{L_x}{2(R_a - f)}; \quad f = R_a - \sqrt{R_a^2 - \frac{L_x^2}{4}};$$

n_i — число участков между кольцевыми ребрами от опорного кольца до i -го ребра; $\cup \gamma_i$ — дуга, соответствующая центральному углу γ_i .

Абсциссы и ординаты узловых точек (рис. 6.9) вычислены по формулам:

$$x_0 = R_a(1 - \cos \alpha) = 30,6(1 - 0,80939) = 5,8336 \text{ м}; \quad (6.17)$$

$$a = R_a \cos \alpha - R_{ok} = 30,6 \cdot 0,80939 - 18,4 = 6,3673 \text{ м}; \quad (6.18)$$

$$y_0 = R_a \sin \gamma_0 = 30,6 \cdot 0,58727 - 18,4 = 17,97 \text{ м}; \quad (6.19)$$

$$x_i = R_a(1 - \cos \gamma_i) - x_0; \quad (6.20)$$

$$y_i = R_a \sin \gamma_i. \quad (6.21)$$

Таблица 6.1

Вычисление длин кольцевых ребер

№ ребер	Дуга $\cup \gamma$, см	Угол $\gamma_i = \frac{\cup \gamma_i}{R_a}$	$\cos \gamma_i$	$R_{ki} =$ $= R_a \cos \gamma_i - a$, см	Длина ребра по хорде l_k , см	Длина* ребра для завода $l_k - 3$, см
P-1	2219,3	0,72526	0,74833	1653,2	503	500
P-2	2517,9	0,82284	0,68014	1444,5	437,7	435
P-3	2816,5	0,92042	0,60548	1216,1	366,3	363
P-4	3115,1	1,01801	0,52506	970,0	289,3	276
P-5	3413,7	1,11559	0,43965	708,6	207,5	204
P-6	3712,3	1,2132	0,35005	434,5	121,7	119
P-7	4010,9	1,31075	0,25713	150,1	32,8	30
Фонарное кольцо				55,0	3,0	—

* В последней графе даны значения длин для завода (с учетом зазора для последующего замоноличивания, чтобы исключить податливость соединений)

6.3.3.1. Расчет на осесимметричную нагрузку

Расчетная схема и основная система показаны на рис. 6.10.

Определение нормальных сил от расчетных нагрузок в основной системе произведено графически, путем построения диаграммы Кремоны (рис. 6.13). Здесь величины узловых нагрузок отличаются от величин, указанных на рис. 6.11, за счет уточнения при реальном проектировании.

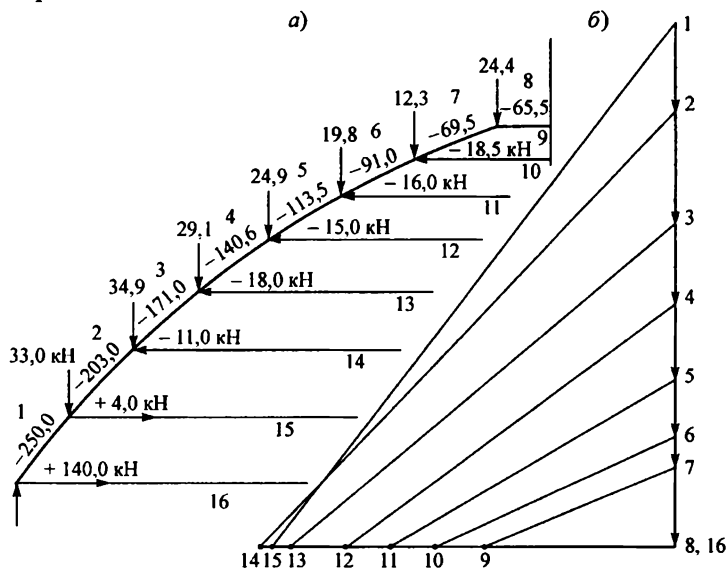


Рис. 6.13. К определению нормальных усилий в основной системе:

а – расчетная схема; б – диаграмма Кремоны

При расчете большепролетных куполов для упрощения вычислений можно уменьшить количество затяжек в расчетной схеме, размещая их, например, через одно кольцевое ребро.

Определение усилий от единичных лишних неизвестных в основной системе проводим по формулам (6.7)–(6.9).

$$x_1 = 1; R = \frac{1}{2,986} = 0,3349; N_{10} = \frac{R}{\sin \alpha_0} = \frac{0,3349}{0,77982} = 0,42946;$$

$$N_{12} = \frac{R}{\sin \alpha_1} = \frac{0,3349}{0,7151} = 0,46833; N_{11} = -(N_{10} + N_{12}) = -0,89799;$$

$$S_{11} = \frac{R}{\operatorname{tg} \alpha_0} = -\frac{0,3349}{1,24572} = -0,26884; S_{12} = \frac{R}{\operatorname{tg} \alpha_1} = -\frac{0,3349}{1,023} = 0,32737;$$

$$x_2 = 1; N_{21} = \frac{R}{\sin \alpha_1} = 0,446833; N_{23} = \frac{R}{\sin \alpha_2} = \frac{0,3349}{0,64347} = 0,52046;$$

$$N_{22} = -(N_{21} + N_{23}) = -0,98879; S_{22} = \frac{R}{tg \alpha_1} = -\frac{0,3349}{1,023} = -0,32737;$$

$$S_{33} = \frac{R}{tg \alpha_2} = -\frac{0,3349}{1,84063} = 0,39839;$$

$$x_3 = 1; N_{32} = 0,52046; N_{34} = \frac{R}{\sin \alpha_3} = \frac{0,3349}{0,56586} = 0,59184;$$

$$N_{33} = -(N_{32} + N_{34}) = -1,1123; S_{33} = \frac{R}{tg \alpha_2} = -\frac{0,3349}{0,84063} = -0,39839;$$

$$S_{34} = \frac{R}{tg \alpha_3} = -\frac{0,3349}{0,68631} = 0,48797;$$

$$x_4 = 1; N_{43} = 0,59184; N_{45} = \frac{R}{\sin \alpha_4} = 0,69315;$$

$$N_{44} = -(N_{43} + N_{45}) = -1,28499; S_{44} = \frac{R}{tg \alpha_3} = -\frac{0,3349}{0,68631} = -0,48797;$$

$$S_{45} = \frac{R}{tg \alpha_4} = -\frac{0,3349}{0,55186} = 0,60686;$$

$$x_5 = 1; N_{54} = 0,69315; N_{56} = \frac{R}{\sin \alpha_5} = 0,84757;$$

$$N_{55} = -(N_{54} + N_{56}) = -1,54072; S_{55} = \frac{R}{tg \alpha_4} = -\frac{0,3349}{0,55186} = -0,60686;$$

$$S_{56} = \frac{R}{tg \alpha_5} = -\frac{0,3349}{0,43013} = 0,7786;$$

$$x_6 = 1; N_{65} = 0,84757; N_{67} = \frac{R}{\sin \alpha_6} = 1,10078;$$

$$N_{66} = -(N_{65} + N_{67}) = -1,94835; S_{66} = \frac{R}{tg \alpha_5} = -\frac{0,3349}{0,43013} = -0,7786;$$

$$S_{67} = \frac{R}{tg \alpha_6} = -\frac{0,3349}{0,31938} = 1,04859;$$

$$x_7 = 1; N_{76} = 1,10078; N_{77} = -(N_{76} + N_{78}) = -1,10078;$$

$$S_{77} = \frac{R}{tg \alpha_6} = -\frac{0,3349}{0,31938} = -1,04859; S_{78} = \frac{R}{tg \alpha_7} = -\frac{0,3349}{0,24} = 1,3954.$$

6.3.3.2. Определение коэффициентов уравнений

Сечение меридиональных ребер, принятое в расчете, показано на рис. 6.10б.

Момент инерции меридиональных ребер.

Определение положения центра тяжести сечения:

$$S_0 = A_1 z_1 + A_2 z_2 = 14 \cdot 70 \cdot 35 + 3 \cdot 26 \cdot 68,5 = 39643 \text{ см}^3.$$

$$z_0 = \frac{S_0}{A} = \frac{39643}{14 \cdot 70 + 3 \cdot 26} = 37,47 \text{ см};$$

$$I_0 = I_{x1} + A_1 z_{01}^2 + I_{x2} + A_2 z_{02}^2 = \frac{14 \cdot 70^3}{12} + 980 \cdot 2,47^2 + \frac{26 \cdot 3^3}{12} + 3 \cdot 26 \cdot 31,03^2 = 481310 \text{ см}^4 = 0,0048131 \text{ м}^4.$$

Площадь сечения A опорного кольца размерами 15×100 см; $A = 0,15 \text{ м}^2$.

Фонарное кольцо. Площадь сечения $b \times h = 2 \times 80$ см; $A = 0,016 \text{ м}^2$.

Эквивалентное сечение затяжек, соответствующих кольцевым ребрам, $A_{к.р.экв}$ сечения опорного $A_{о.к.экв}$ и фонарного $A_{ф.к.экв}$ колец приводим по прочности к деревянному.

$$A_{экв} = 2A \sin\left(\frac{\varphi}{2}\right), \quad (6.22)$$

где φ – угол между меридиональными ребрами, $\varphi = 18^\circ$;

$$A_{к.р.экв} = 2 \cdot 25,6 \cdot 14 \cdot 0,15643 = 112,13 \text{ см}^2 = 0,011213 \text{ м}^2;$$

$$A_{о.р.экв} = 2 \cdot 1 \cdot 0,15 \cdot 0,15643 \cdot \frac{400}{100} = 0,18772 \text{ м}^2;$$

$$A_{ф.к.экв} = 2 \cdot 0,017 \cdot 0,15643 \cdot \frac{2100}{100} = 0,05256 \text{ м}^2.$$

Соотношения $\frac{I_{м.р.}}{A_{к.р.экв}}$ равны:

$$\frac{I_{м.р.}}{A_{к.р.экв}} = 0,42924; \quad \frac{I_{м.р.}}{A_{о.к.экв}} = 0,02535; \quad \frac{I_{м.р.}}{A_{ф.к.экв}} = 0,0916.$$

Коэффициенты канонических уравнений определяем по методу Верещагина (формулы (6.4), (6.5), (6.6), рис. 6.9).

Вычисляем диагональные члены матрицы коэффициентов канонических уравнений по формуле (6.4):

$$EI\delta_{11} = \frac{(1 \cdot 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4)}{2 \cdot 3} + 0,42946^2 \cdot 36,8 \cdot 0,02565 + 0,89779^2 \times$$

$$\times 33,064 \cdot 0,42924 + 0,46833^2 \cdot 28,892 \cdot 0,42924 = 18,334,$$

$$EI\delta_{22} = 4 + 0,46833^2 \cdot 33,064 \cdot 0,42924 + 0,98879^2 \times$$

$$\times 28,892 \cdot 0,42924 + 0,39839^2 \cdot 24,324 \cdot 0,42924 = 20,895.$$

Произведя аналогичные вычисления, получим значения остальных диагональных членов:

$$EI\delta_{33} = 21,803; \quad EI\delta_{44} = 24,333; \quad EI\delta_{55} = 25,129;$$

$$EI\delta_{66} = 24,098; \quad EI\delta_{77} = 8,885.$$

Вычисляем побочные члены матрицы коэффициентов по формуле (6.5):

$$EI\delta_{12} = \frac{(3 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 2)}{2 \cdot 3} - 0,89779 \cdot 0,46833 \cdot 33,064 \cdot 0,42924 -$$

$$- 0,46833 \cdot 0,98879 \cdot 28,892 \cdot 0,42924 = -10,71;$$

$$EI\delta_{13} = 0,52046 \cdot 0,46833 \cdot 28,892 \cdot 0,42924 = 3,0229.$$

Аналогично вычислим остальные побочные члены:

$$EI\delta_{23} = -11,426; \quad EI\delta_{24} = 3,2161; \quad EI\delta_{34} = -12,2068;$$

$$EI\delta_{35} = 3,4165; \quad EI\delta_{45} = -12,9162; \quad EI\delta_{46} = 3,5748;$$

$$EI\delta_{56} = -13,1087; \quad EI\delta_{57} = 3,4817; \quad EI\delta_{67} = -7,3366.$$

Свободные члены уравнений определяем по формуле (6.6):

$$EI\delta_{1p} = -140 + 0,42946 \cdot 36,8 \cdot 0,02565 + 4,0 \cdot 0,89779 \times$$

$$\times 33,064 \cdot 0,42924 + 11,0 \cdot 0,46833 \cdot 28,892 \cdot 0,42924 = 58,102;$$

$$EI\delta_{2p} = -4,0 \cdot 0,46833 \cdot 33,064 \cdot 0,42924 - 11,0 \cdot 0,98879 \times$$

$$\times 28,892 \cdot 0,42924 + 18,0 \cdot 0,52046 \cdot 24,324 \cdot 0,42924 = -63,662.$$

Аналогично:

$$EI\delta_{3p} = -64,106; \quad EI\delta_{4p} = 18,188; \quad EI\delta_{5p} = -4,898;$$

$$EI\delta_{6p} = 32,18; \quad EI\delta_{7p} = 56,1083.$$

Система канонических уравнений:

$$\begin{aligned} 18,334 \cdot X_1 - 10,71 \cdot X_2 + 3,0229 \cdot X_3 + 0 \cdot X_4 + 0 \cdot X_5 + 0 \cdot X_6 + 0 \cdot X_7 + 58,102 &= 0; \\ -10,71 \cdot X_1 + 20,895 \cdot X_2 - 11,426 \cdot X_3 + 3,216 \cdot X_4 + 0 \cdot X_5 + \\ + 0 \cdot X_6 + 0 \cdot X_7 - 63,662 &= 0; \\ 3,0029 \cdot X_1 - 11,426 \cdot X_2 + 21,803 \cdot X_3 - 12,2068 \cdot X_4 + \\ + 3,4165 \cdot X_5 + 0 \cdot X_6 + 0 \cdot X_7 + 64,106 &= 0; \\ 0 \cdot X_1 + 3,2161 \cdot X_2 - 12,2068 \cdot X_3 + 24,333 \cdot X_4 - 12,9162 \cdot X_5 + \\ + 3,5748 \cdot X_6 + 0 \cdot X_7 + 18,188 &= 0; \\ 0 \cdot X_1 + 0 \cdot X_2 + 3,4165 \cdot X_3 - 12,9162 \cdot X_4 + 25,129 \cdot X_5 - \\ - 13,1087 \cdot X_6 + 3,4817 \cdot X_7 - 4,898 &= 0; \\ 0 \cdot X_1 + 0 \cdot X_2 + 0 \cdot X_3 + 3,5748 \cdot X_4 + 13,1087 \cdot X_5 + \\ + 24,098 \cdot X_6 - 7,3366 \cdot X_7 - 32,18 &= 0; \\ 0 \cdot X_1 + 0 \cdot X_2 + 0 \cdot X_3 + 0 \cdot X_4 + 3,4817 \cdot X_5 - 7,3366 \cdot X_6 + 8,885 \cdot X_7 + 56,183 &= 0. \end{aligned}$$

После решения системы уравнений методом Гаусса или на ЭВМ получаем следующие значения корней:

$$\begin{aligned} X_1 &= -0,6527; \quad X_2 = 6,245; \quad X_3 = 6,8638; \quad X_4 = 1,4326; \quad X_5 = 1,5425; \\ X_6 &= -0,5823; \quad X_7 = -7,4086. \end{aligned}$$

Вычисление усилий в затяжках:

$$N_i^3 = N_i^{o.c} + N_i X_{i+1}. \quad (6.23)$$

$$N_1^3 = -4,0 + 0,89779 \cdot 0,6527 + 0,46833 \cdot 6,245 = -0,49 \text{ кН (растяжение).}$$

$$\begin{aligned} N_2^3 &= 11,0 - 0,46833 \cdot 0,6527 - 0,98879 \cdot 6,245 + 0,52046 \cdot 6,8638 = \\ &= 8,09 \text{ кН (сжатие).} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} N_3^3 &= 18,0 + 0,52046 \cdot 6,245 - 1,1123 \cdot 6,8638 + 0,59184 \cdot 1,4326 = \\ &= 14,46 \text{ кН (сжатие).} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} N_4^3 &= 15,0 + 0,49184 \cdot 6,8638 - 1,28499 \cdot 1,4326 + 0,69315 \cdot 1,5425 = \\ &= 18,29 \text{ кН (сжатие).} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} N_5^3 &= 16,0 + 0,69315 \cdot 1,4326 - 1,54072 \cdot 1,5425 - 0,84757 \cdot 0,5825 = \\ &= 14,12 \text{ кН (сжатие).} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} N_6^3 &= 18,5 + 0,84757 \cdot 1,5425 + 1,94835 \cdot 0,5823 - 1,10078 \cdot 7,486 = \\ &= 12,79 \text{ кН (сжатие).} \end{aligned}$$

$$N_7^3 = 65,5 - 1,10078 \cdot 0,5823 + 1,10078 \cdot 7,486 = 73,01 \text{ кН (сжатие).}$$

$$N_0^3 = -140,0 + 0,42946 \cdot (-0,6527) = -140,28 \text{ кН (растяжение).}$$

Вычисление усилий в кольцах по формуле (6.3.12):

$$N_0 = -\frac{140,28}{2 \cdot 0,15643} = -448,38 \text{ кН (растяжение)}.$$

$$N_1 = -\frac{-0,49}{0,31286} = -41,57 \text{ кН (растяжение)}.$$

$$N_2 = +\frac{8,09}{0,31286} = 25,86 \text{ кН (сжатие)}.$$

$$N_3 = \frac{14,46}{0,31286} = 46,22 \text{ кН (сжатие)}.$$

$$N_4 = -\frac{18,29}{0,31286} = 58,46 \text{ кН (сжатие)}.$$

$$N_5 = \frac{14,12}{0,31286} = 45,13 \text{ кН (сжатие)}.$$

$$N_6 = \frac{12,79}{0,31286} = 40,88 \text{ кН (сжатие)}.$$

$$N_7 = \frac{73,01}{0,31286} = 233,36 \text{ кН (сжатие)}.$$

Вычисление усилий в ребрах сведено в табл. 6.2. Суммарное усилие и изгибающие моменты показаны на рис. 6.14.

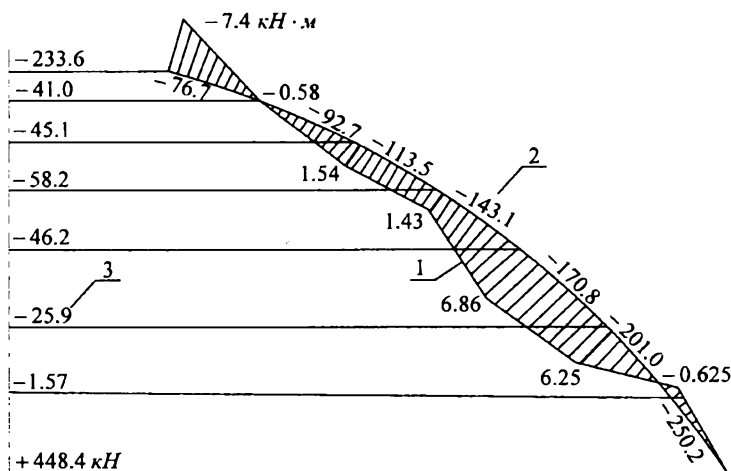


Рис. 6.14. Суммарные усилия в куполе при осесимметричной нагрузке:

1 – изгибающие моменты в меридиональных ребрах; 2 – нормальные усилия в меридиональных ребрах; 3 – нормальные усилия в кольцевых ребрах

Таблица 6.2

Вычисление усилий в меридиональных ребрах

Наименование усилий	Усилия, кН	Усилия, кН														Суммарное усилие, кН
		$M_1 = 1$	$M_2 = 1$	$M_3 = 1$	$M_4 = 1$	$M_5 = 1$	$M_6 = 1$	$M_7 = 1$	$M_1 = -0,0652$	$M_2 = 0,6245$	$M_3 = 0,68638$	$M_4 = 0,14326$	$M_5 = 0,15425$	$M_6 = 0,05823$	$M_7 = 0,74086$	
S_1	250,0	-2,6884							0,175							250,2
S_2	203,0	3,2737	-3,2737						-0,214	-2,044						200,75
S_3	17,10		3,9839	-3,9839						2,488	-2,734					170,8
S_4	140,4			4,8797	-4,8797						3,349	-0,699				143,1
S_5	113,55				6,0686	-6,0686						0,869	-0,936			113,5
S_6	91,0					7,786	-7,786						1,201	0,453		92,7
S_7	69,5						10,4859	-10,4859						-0,611	7,769	76,7

Проверка сечения меридионального ребра на симметричную нагрузку согласно [9, 22] для внецентренно сжатых элементов

Характеристики сечения:

$$b \times h = 14 \times 64 \text{ см}; A = 896 \text{ см}^2,$$

$$W = \frac{bh^2}{6} = \frac{14 \cdot 62^2}{6} = 9557 \text{ см}^3,$$

$$r = 0,29, h = 0,29 \cdot 64 = 18,56 \text{ см},$$

$$\lambda = \frac{l_0}{r} = \frac{1463}{18,56} = 78,825.$$

Здесь l_0 для двухшарнирных арок и сводов [19, 22]:

$$l_0 = 0,35S; S = 2,2\alpha_r. R = 4 \times 0,34153 \times 30,6 = 41,8 \text{ м}, \text{ при } \lambda = 78,8 > 70,$$

$$\xi = 1 - \frac{\lambda^2 N}{3000 \cdot R_c \cdot F} = 1 - \frac{78,825^2 \cdot 27,6}{3000 \cdot 1,3 \cdot 896} = 0,951.$$

Расчетное сочетание усилий от эксплуатационных нагрузок $M = 6,86 \text{ кНм}$, $N = 170,8$, $S_1 = 250 \text{ кН}$, $M_1 = 0,6 \text{ кН}$.

$$\sigma = \frac{N}{A} + \frac{M}{\xi W} = \frac{27,5}{896} + \frac{10020}{0,951 \cdot 9557} = 0,03 + 1,1 = 1,13 \frac{\text{кН}}{\text{см}^2} < 1,3,$$

т.е. прочность предварительно принятого сечения обеспечена с запасом 15 % $\left(\frac{1,3}{1,13} \cdot 100 = 115 \% \right)$.

Расчетное сочетание усилий от эксплуатационных нагрузок:

$$S_1 = 250 \text{ кН}; \quad M_1 = 0,652 \text{ кНм};$$

$$\sigma = \frac{250}{896} + \frac{65,2}{0,951 \cdot 9557} = 0,279 + 0,007 = 0,286 \text{ кН/см}^2 < 1,3 \text{ кН/см}^2.$$

Проверка прочности полуарки меридионального ребра на монтажные нагрузки

Монтажная нагрузка складывается из веса меридиональных ребер, кольцевых ребер и нижнего настила, укладываемого на черепные бруски.

Распределенные нагрузки сводятся к сосредоточенным, приложенным в узлах соединения арок с затяжками (кольцевыми ребрами).

Для наглядности основные особенности сбора нагрузок показаны на рис. 6.11.

Выделяем из купола сектор, ограниченный соседними меридиональными ребрами. Разбиваем сектор на трапециевидальные участки. Основания трапеций делят расстояния между кольцевыми ребрами пополам. Длины кольцевых ребер в см, вычисленные путем деления периметра кольца, указаны вдоль кольцевых ребер. Размеры грузовых площадей в м² указаны в кружочках. Слева в столбце указаны величины монтажных нагрузок, приведенные к сосредоточенным в узлах расчетной схемы.

Пример определения узловой нагрузки

Вес участка кольцевого ребра сечением $b \times h = 14 \times 25,6$ см, длиной 517 см

$$P_{к.р.} = b \cdot h \cdot l \cdot \gamma \cdot \gamma_f = 0,14 \cdot 0,256 \cdot 5,17 \cdot 5,0 \cdot 1,1 = 1,02 \text{ кН};$$

вес участка меридионального ребра

$$P_{м.р.} = b \cdot h \cdot l \cdot \gamma \cdot \gamma_f = 0,14 \cdot 0,6 \cdot \frac{1,868 + 2,086}{2} \cdot 5,0 \cdot 1,1 = 0,913 \text{ кН};$$

вес дощатого настила $\sigma = 3,2$ см.

Грузовая площадь (трапеция)

$$R_1 = 5,17 \cdot 0,032 \cdot \frac{1,868 + 2,086}{2} \cdot 5,0 \cdot 1,1 = 1,962 \text{ кН}.$$

Итого расчетная нагрузка

$$P_{к.р.} + P_{м.р.} + P_n = 1,02 + 0,913 + 1,799 = 3,732 \text{ кН}.$$

Вес рабочего с инструментом $P_p = 1,2$ кН.

Всего нагрузка $P = 3,895 + 1,2 = 4,93$ кН.

Аналогично определены все остальные нагрузки, показанные на рис. 6.11. Рассматриваем полуарку как балку на двух опорах. Нагрузки раскладываем на продольную и поперечную составляющие путем умножения соответственно на $\sin x$ и $\cos x$ (для упрощения расчета можно принять средние значения $\sin x = 0,6$ и $\cos x = 0,8$).

$$\operatorname{tg} \gamma_0 = \frac{Y_0}{x_g + a} = \frac{17,97}{18,4 + 6,37} = 0,7255;$$

$$\operatorname{arccctg} 0,7255 = 0,6203 \text{ рад};$$

$$\alpha_r = 2 \frac{\alpha_r}{2} = 2 \cdot 0,15708 = 0,31416;$$

$$\alpha^0 = 0,31416 \cdot 57,3 = 18,00^\circ;$$

$$\chi = \gamma_0 + \alpha = 0,6203 + 0,31416 = 0,93446 = 53,545^\circ;$$

проверка $\gamma_7 + 7,27 = 16,896 + 7,87 = 24,77$,

правильно.

$$\cos 36,455 = 0,80428;$$

$$\sin 36,455 = 0,5942.$$

если уменьшить все нагрузки с. 5, рис. 6.11 путем умножения на $\cos 36,45^\circ \cong 0,8$, то получим новые значения см. рис. 6.15.

$$\sum M_A = 0;$$

$$4 \cdot 1,868 + 3,6 \cdot 3,954 + 3,2 \cdot 6,238 + 2,8 \cdot 8,699 + 2,4 \cdot 11,312 + \\ + 2 \cdot 14,053 - R_b \cdot 16,896 = 0;$$

$$R_b = \frac{\sum P_i l_i}{16,896} = \frac{121,28}{16,896} = 7,18 \text{ кН}.$$

$$\sum M_B = 0;$$

$$2 \cdot 2,846 + 2,4 \cdot 5,584 + 2,8 \cdot 8,197 + 3,2 \cdot 10,658 + 3,6 \cdot 12,942 + \\ + 4 \cdot 15,028 - R_a \cdot 16,896 = 0;$$

$$R_a = \frac{\sum P_i l_i}{16,896} = \frac{182,85}{16,896} = 10,82 \text{ кН}.$$

Проверка:

$$\sum Y = 0: 7,18 - 10,82 - 4 - 3,6 - 3,2 - 2,8 - 2,4 - 2 = 0.$$

Реакции определены правильно.

Эпюра M

$$M_{\max} = 10,82 \cdot 8,699 - 4 \cdot 6,831 - 3,6 \cdot 4,745 - 3,2 \cdot 2,461 = -41,842 \text{ кНм};$$

проверка:

$$M_{\max} = -7,18 \cdot 8,197 + 2 \cdot 5,584 + 2,4 \cdot 2,613 = -41,41 \text{ кНм};$$

$$h_{mp} = \sqrt{\frac{6M_{\max}}{R \cdot b}} = \sqrt{\frac{6 \cdot 4184}{1,3 \cdot 14}} = 37,14 \text{ см}.$$

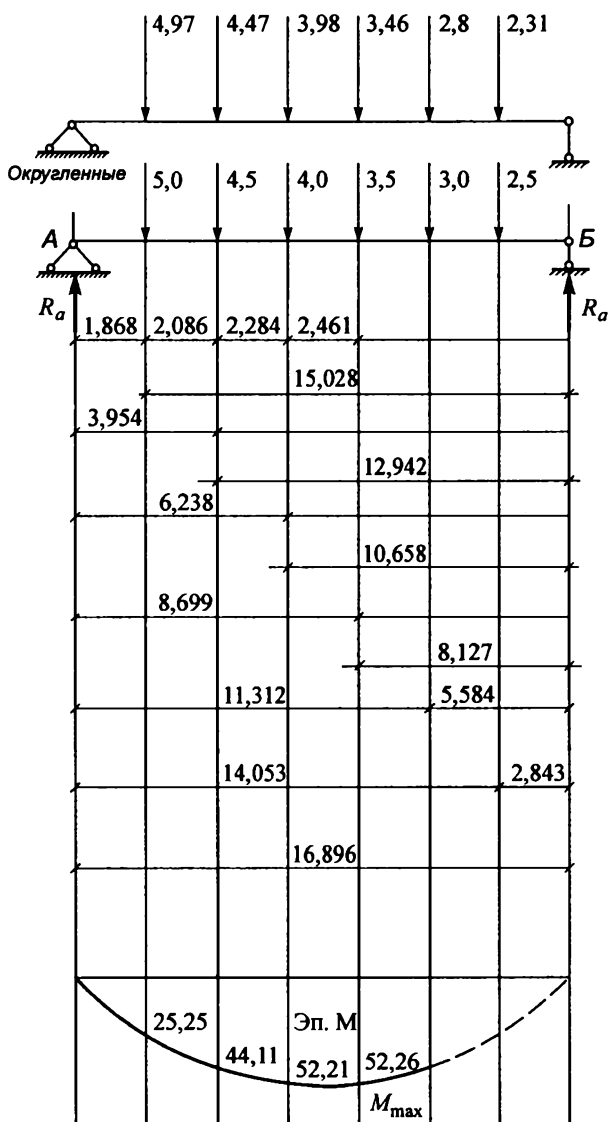


Рис. 6.15. К расчету меридиональных ребер на монтажные нагрузки

Проверка максимума под силой 3,2 кН:

$$M_{\max 2} = -10,82 \cdot 6,238 + 4 \cdot 4,37 + 3,6 \cdot 2,284 = -41,79 \text{ кНм.}$$

Эпюра $N \sin \chi = 0,5942$.

Сумма усилий от нагрузки

$$N = (4 + 3,6 + 3,2 + 2,8 + 2,4 + 2) \cdot 0,5942 = 10,69 \text{ кН}.$$

В точке максимума

$$N = (3,2 + 2,8 + 2,4 + 2) \cdot 0,5942 = 6,18 \text{ кН}.$$

Расчетное сочетание усилий

$$N = 6,18 \text{ кН}; \quad M = 41,8 \text{ кНм};$$

$$\sigma = \frac{N}{A} + \frac{M}{\xi W} = \frac{6,18}{896} + \frac{4180}{0,951 \cdot 9557} = 0,01 + 0,46 = 0,47 < 1,3 \text{ кН/см}^2;$$

$$W_{64} = \frac{bh^2}{6} = \frac{14 \cdot 64^2}{6} = 9557 \text{ см}^3; \quad F = 14 \cdot 64 = 896 \text{ см}^2;$$

$$\xi = 0,951.$$

Видим, что напряжения в меридиональных ребрах от монтажной нагрузки превосходят напряжения от эксплуатационных нагрузок, но и в том и в другом случаях они значительно меньше расчетных напряжений согласно СНиП.

Полезно обратить внимание на качественное развитие напряженно-деформированного состояния меридиональных ребер при монтажном и эксплуатационном режимах работы. Если в режиме монтажа преобладают напряжения от изгиба (M), то в эксплуатационном режиме при осесимметричной нагрузке ребра почти центрально сжаты (N).

Выполненные расчеты позволяют сделать вывод о несомненной выгоде обеспечения и учета пространственной работы конструкции. Большие запасы несущей способности при расходе материалов, меньшем, чем на плоскостную конструкцию (см. п. 6.5) обеспечивают живучесть покрытия при возможных запроектных воздействиях и гарантируют его конструктивную безопасность.

Имеем почти тройной запас прочности ребер на монтажные нагрузки.

Фактически продольная сила не оказывает влияния на НДС арки, поэтому определим необходимые размеры сечения из равенства

$$\sigma = \frac{M}{\xi W} = \frac{6M}{\xi bh^2},$$

откуда:

$$\sigma \xi b h^2 = 6M ;$$

$$h = \sqrt{\frac{6M}{\sigma \xi b}} = \sqrt{\frac{6 \cdot 4180}{1,3 \cdot 0,951 \cdot 14}} = 38 \text{ см} .$$

За вычетом толщины ограждающей части покрытия ~ 20 см видимая высота сечения ребер останется 18 см. Из эстетических соображений оставляем размеры сечения ребер $b \times h = 14 \times 64$ см (можно также принять $b \times h = 13 \times 64$).

При монтаже купола следует обеспечить опирание полуарок на фонарное кольцо таким образом, чтобы исключить возникновение распора в полуарках до превращения всего покрытия в пространственную систему. Опирание верхнего конца полуарки должно выполняться на горизонтальную площадку фонарного кольца (рис. 6.6) заделку стыков полимерным раствором следует осуществлять после монтажа всех полуарок.

6.3.3.3. Подбор сечения опорного кольца

Железобетонное сечение. Как правило, сечение арматуры приходится подбирать исходя из ограничения перемещений конструкции. Ограничим удлинение диаметра купола Δl величиной 2 см. При этом требуемая площадь сечения арматуры

$$F_a^{mp} = \frac{N_0 l}{E n \Delta l} = \frac{448,38 \cdot 575,20}{21 \cdot 10^3 \cdot 314,20} = 39,11 \text{ см}^2 .$$

Здесь l – периметр кольца (рис. 6.4).

Принимаем арматуру из 8Ø25 А-II, $F_a = 39,27 \text{ см}^2$. При подборе арматуры по прочности:

$$A_a^{mp} = \frac{N_0}{R_a} = \frac{448,38}{27,0} = 16,6 \text{ см}^2 < 39,3 \text{ см}^2 .$$

В случае металлического кольца из стали марки С235 исходя из тех же соображений ограничения деформаций. Требуемую площадь сечения кольца можно образовать из полосы сечением 2×20 см или в виде коробчатого сечения из двух швеллеров №18, $A = 2 \times 20,7 = 41,4 \text{ см}^2$.

Кроме того можно устроить опоры купола в виде контрфорсов под каждой аркой. В этом случае требуется расчет фундамента на сдвиг.

Проверка сечения кольцевых ребер

Максимальное усилие сжатия в кольцевом ребре № 4 $N_4 = 58,46$ кН. Это усилие суммируется с усилиями от изгиба, возникающими в ребре при монтаже оболочки. Постоянная нагрузка (полная) $24,9 - 10,73 = 14,17$ кН.

$$\text{Грузовая площадь } \frac{3,42 + 2,62}{2} \cdot 2,537 = 7,66 \text{ м}^2.$$

$$\text{Погонная нагрузка } q = \frac{N}{l} = \frac{14,17}{2,537} = 5,585 \text{ кН/м.}$$

$$M = \frac{ql^2}{8} = \frac{5,585 \cdot 2,537^2}{8} = 4,49 \text{ кНм.}$$

Проверяем напряжения в кольце сечение $b \times h = 14 \times 20$ см, $F = 280 \text{ см}^2$.

$$W = 933,3 \text{ см}^3; r = 0,29; h = 5,8 \text{ см}; \lambda = \frac{253,7}{5,8} = 43,74 < 70;$$

$$\varphi = 1 - a \left(\frac{\lambda}{100} \right)^2 = 1 - 0,8 \cdot 0,4374^2 = 0,8469;$$

$$x = 1 - \frac{N}{jR_c A_{\varphi}} = 1 - \frac{58,46}{0,8469 \times 1,3 \times 280} = 0,81;$$

$$\sigma = \frac{58,46}{280} + \frac{449}{0,81 \cdot 933,3} = 0,2 + 0,594 = 0,794 < 1,3 \frac{\text{кН}}{\text{см}^2}.$$

Прочность сечения обеспечена. Можно немного уменьшить первоначально принятые сечения и принять $b \times h = 14 \times 20$ см по конструктивным и эстетическим соображениям.

Фонарное кольцо принимаем в виде металлической трубы толщиной 10 мм. Для обеспечения устойчивости кольца внутри его предусматриваем распорки из уголков. Расчет этих металлических конструкций не приводим.

6.4. Ребристые купола

6.4.1. Конструктивные решения

Ребристые купола состоят из плоских прямолинейных или криволинейных ребер, устанавливаемых в радиальном направлении. Концы ребер жестко или шарнирно прикрепляются к опорно-

му и фонарному кольцам. Для обеспечения жесткости и устойчивости ребристого купола устраивают по крайней мере две связевые панели, к которым кольцевыми распорками прикрепляются остальные ребра. Простейшие схемы ребристых куполов могут быть получены из схем, представленных на рис. 6.2 путем исключения кольцевых ребер (4).

Ограждающая часть покрытия может устраиваться из различных материалов в т.ч. тентовых (мягких). Поэтому собственно оболочка в расчет купола не включается. В ЦНИИЭП им. Б.С. Мезенцева выполнена обстоятельная работа [16] с подробным рассмотрением различных конфигураций ребристых куполов, примерами расчета и конструирования узлов. Ребра купола в этой работе рассматриваются как трехшарнирные арки, работающие независимо друг от друга.

Представляет интерес расчет ребристого купола как статически неопределимой системы арок, соединенных в ключе [6].

6.4.2. Расчет ребристых куполов

Каждая арка воспринимает только нагрузки, приложенные в ее плоскости и в ключевом сечении может получить реактивные усилия от примыкающих арок только вертикальные и горизонтальные, приложенные также в ее плоскости. Боковые силы воспринимаются конструкцией кровли и связевыми дисками.

Определение усилий может быть произведено из условия совместности деформаций всех арок в ключевом сечении.

Сила X_1 вызывает симметричное загрузку, а сила X_2 – кососимметричное загрузку каждой арки. Расчет на симметричное загрузку сводится к расчету обычной трехшарнирной арки.

Рассмотрим принципы определения значения X_2 . При загрузке только одной арки (рис. 6.16) между загруженной и незагруженными арками возникает неизвестная пока сила X_2 .

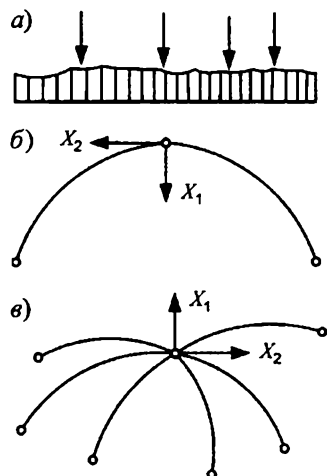


Рис. 6.16. Расчетная схема ребристого купола:
 а – нагрузка на арку купола;
 б – загруженная арка; в – незагруженная арка

Уравнение для определения этой силы имеет вид:

$$a_{22}X_2 + a_{2p} = 0 \quad \text{и} \quad X_2 = -a_{2p}/a_{22}. \quad (6.24)$$

Из рассмотрения суммы проекций всех горизонтальных сил в незагруженных арках на линию загруженной арки и определения реактивной силы в ключевом сечении загруженной арки получается значение силы X_2 при загрузении одной арки

$$X_{20} = -\frac{a_{2p}}{a_{22}} \cdot \frac{n-2}{n}. \quad (6.25)$$

Сила, приходящаяся на среднюю арку при одностороннем загрузении всех арок купола, кроме средней

$$X_{20}^i = -\sum \frac{a_{2p}}{a_{22}} \cdot \frac{2\cos\alpha_i}{n}, \quad (6.26)$$

где $\sum$ распространяется на все загруженные арки, кроме средней.

Суммарная реактивная сила, действующая на среднюю загруженную арку:

$$X_{20} = X_{20}^i + X_{20}^0 = -\frac{a_{2p}}{a_{22} \cdot n} [2\sum \cos\alpha_i - (n-2)] = -\left[2\operatorname{ctg}\frac{\pi}{2n} - n\right] \frac{a_{2p}}{a_{22}n}. \quad (6.27)$$

Коэффициенты a_{22} и a_{2p} определяются путем перемножения эпюр моментов от единичной силы $X_2 = 1$ и от кососимметричной части нагрузки. Построив суммарную эпюру M от силы X_{20} и кососимметричной части нагрузки, необходимо сложить ее с эпюрой M от симметричной части нагрузки и по полученным усилиям произвести подбор сечения арки.

6.4.3. Пример расчета и конструирования ребристого купола

Примем основные геометрические размеры: диаметр, высоту и радиус кривизны арок такими же, как для ребристо-кольцевого купола (пример 6.3.3).

Расчет на одностороннюю нагрузку.

Односторонней нагрузкой является снеговая (или ветровая) нагрузка. Исходя из условной величины снеговой нагрузки $1,4 \text{ кН/м}^2$, определим симметричную и кососимметричную ее части (рис. 6.17). Видим, что односторонняя нагрузка (рис. 6.17а) получается путем суммирования симметричной (б) и кососимметричной частей нагрузки. Следовательно, расчет на одностороннюю нагрузку включает 2 расчета – на симметричную и кососимметричную нагрузки, результа-

ты которых для определения окончательных усилий складываются.

Величины нагрузок, определенные аналогично примеру 6.3.3, показаны на рис. 6.15.

Строим эпюры M в трехшарнирной арке (основной системе метода сил) от $X_2 = 1$ (рис. 6.18а) и от нагрузки (рис. 6.18б).

Определяем коэффициенты a_{22} и a_{2p} перемножением эпюр по методу Верещагина:

$$EJa_{22} = \frac{2}{3} [1,504 \cdot 0,4777^2 + 2,98(0,4777^2 + 0,9188^2 + 0,4777 \cdot 0,9188) + 2,98(0,9188^2 + 1,1927^2 + 0,9188 \cdot 1,1927) + 2,98(1,1927^2 + 1,2948^2 + 1,1927 \cdot 1,2948) + 2,98(1,2948^2 + 1,2255^2 + 1,2948 \cdot 1,2255) + 2,98 \times (1,2255^2 + 0,985^2 + 1,2255 \cdot 0,985) + 2,98(0,985^2 + 0,5751^2 + 0,985 \cdot 0,5751) + 2,98 \cdot 0,5751^2] = 40,28;$$

$$EJa_{2p} = \frac{1}{3} [2 \cdot 2,98 \cdot 0,4777 \cdot 1,57 - 2,98(2 \cdot 0,4777 \cdot 1,57 + 2 \cdot 0,9188 \cdot 36,69 + 0,4777 \cdot 36,69 + 0,9188 \cdot 1,57) - 2,98(2 \cdot 0,9188 \cdot 36,69 + 2 \cdot 1,1927 \cdot 63,34 + 0,9188 \cdot 63,34 + 1,1927 \cdot 26,69) - 2,98(2 \cdot 1,1927 \cdot 63,34 + 2 \cdot 1,2948 \cdot 77,94 + 1,1927 \cdot 77,94 + 1,2948 \cdot 63,34) - 2,98(2 \cdot 1,2948 \cdot 77,94 + 2 \cdot 1,2255 \cdot 91,61 + 1,2948 \cdot 91,61 + 1,2255 \cdot 77,94) - 2,98(2 \cdot 1,2255 \cdot 91,61 + 2 \cdot 0,985 \cdot 64,61 + 1,2255 \cdot 64,61 + 0,985 \cdot 91,61) + 2,98(2 \cdot 0,985 \cdot 64,61 + 2 \cdot 0,5751 \cdot 37,56 + 0,985 \cdot 37,56 + 0,5751 \cdot 64,61) - 2 \cdot 2,98 \cdot 0,5751 \cdot 37,56] = -\frac{1}{3} 6983,8 = -2327,95.$$

Значение реактивной силы в арке 0 от загрузки всех арок кососимметричной частью снеговой нагрузки по формуле (6.27)

$$X_{20} = -(2 \cdot 6,314 - 10) \cdot \frac{-2327,95}{40,28 \cdot 10} = 15,19 \text{ кН}.$$

Умножаем значения эпюры M от $X_2 = 1$ на $X_2 = 15,19$ и полученную эпюру (рис. 6.15б) складываем с грузовой эпюрой от кососимметричной части снеговой нагрузки. Получаем суммарную эпюру M (рис. 6.18з).

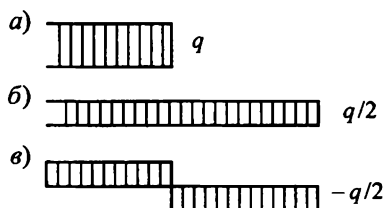


Рис. 6.17. Разложение односторонней нагрузки:

a – на симметричную, b – и кососимметричную, v – составляющие

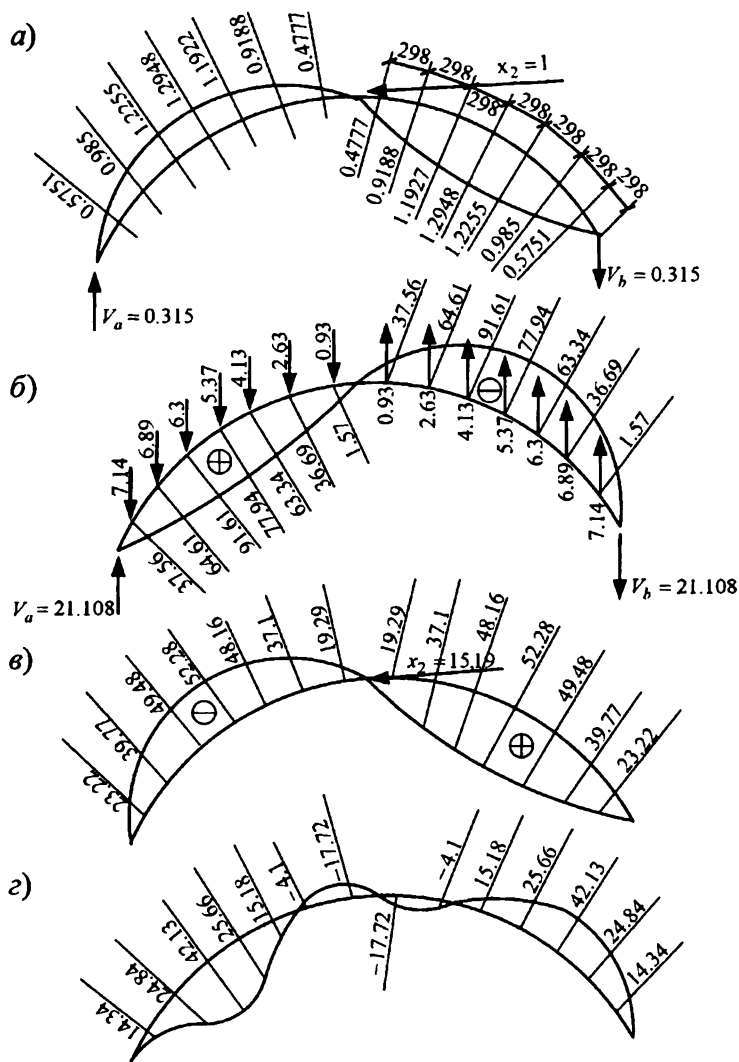


Рис. 6.18. Эпюры изгибающих моментов в арке купола:

а – от силы $X_2 = 1$; б – от внешней кососимметричной нагрузки; в – эпюра изгибающих моментов в центральной загруженной арке от силы $X_2 = 15,19$ кН; г – эпюра изгибающих моментов от кососимметричной части снеговой нагрузки на одной стороне купола

Расчет на осесимметричную часть снеговой нагрузки объединим с расчетом на осесимметричную постоянную нагрузку. Поэтому величину нагрузок получим, вычитая из суммарной величины каждой нагрузки (рис. 6.12) ее кососимметричную часть (рис. 6.18б). На эти нагрузки каждая арка купола работает независимо от других и рассчитывается как обычная трехшарнирная арка. Результаты расчета показаны на рис. 6.19.

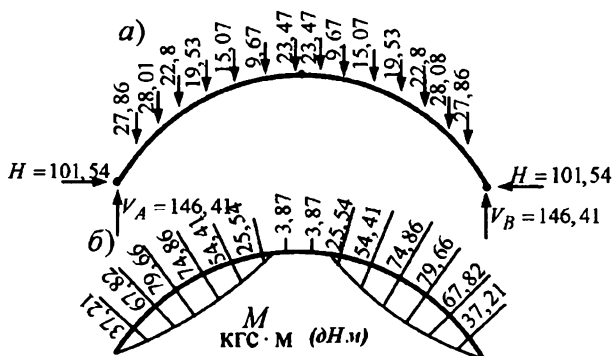


Рис. 6.19. Результаты расчета ребристого купола на осесимметричные нагрузки:

а – схема нагрузок; *б* – эпюра изгибающих моментов

Максимальный момент от симметричных нагрузок $M_3 = 79,66$ кНм, соответствующее значение:

$$N = -(Q_{\sin \varphi}^0 + H \cos \varphi) = -(90,54 \cdot 0,56586 + 101,54 \cdot 0,8245) = -134,95 \text{ кН.}$$

Здесь $Q^0 = 146,41 - 27,86 - 28,01 = 90,54$ кН.

Видим, что для данной конструкции осесимметричная нагрузка является определяющей.

Проверяем, проходит ли для ребристого купола сечение, принятое для ребристо-кольцевого купола ($b \times h = 14 \times 64$ см).

Расчетное сочетание внутренних усилий от симметричной и кососимметричной нагрузок:

$$M_{\max} = 42,13 + 79,66 = 121,79 \text{ кН} \cdot \text{м};$$

$$N_{\text{соемс}} = -134,95 \text{ кН.}$$

Проверяем условие прочности (6.14) согласно [19, 22].

$$\sigma = \frac{N}{A} + \frac{M}{\xi W} = \frac{134,95}{896} + \frac{12179}{0,951 \cdot 9557} = 0,15 + 1,34 = 1,49 > 1,3 \text{ кН/см}^2,$$

сечение не проходит.

Увеличиваем сечение $b \times h = 14 \times 75$ см.

$$A = 14 \times 75 = 1050 \text{ см}^2, \quad W = 14,75^2 / 6 = 13125 \text{ см}^3, \quad r = 0,29,$$

$$h = 0,29 \cdot 75 = 21,75 \text{ см},$$

$$\lambda = \frac{l_0}{r} = \frac{0,35 \cdot 4180}{21,75} = 67,26,$$

$$\sigma = \frac{134,95}{1050} + \frac{12179}{0,851 \cdot 13125} = 0,13 + 1,1 = 1,23 < 1,3 \text{ кН/см}^2.$$

Прочность сечения обеспечена. Здесь запас прочности меньше, чем для ребристо-кольцевого купола.

6.4.4. Расчет опорного кольца

Опорное кольцо испытывает растягивающие усилия от распоров арок при действии осесимметричных нагрузок.

Усилие в элементах кольца при загрузении всех арок купола равно [6]:

$$N_k = \frac{nH}{2 \sin \frac{\pi}{2n}} = \frac{10 \cdot 101,54}{2 \cdot 0,15643} = 3245,4 \text{ кН},$$

где $n = 10$ – число арок.

Определяем требуемую площадь сечения арматуры кольца по прочности:

$$A_a = \frac{N_k}{R} = \frac{3245,4}{31,5} = 103,0 \text{ см}^2.$$

Принимаем армирование кольца стержнями $\varnothing 32$ А-III; $F_{cm} = 8,043 \text{ см}^2$.

Необходимое количество стержней:

$$n = \frac{A_a}{A_{cm}} = \frac{103}{8,043} = 12,8 \approx 13 \text{ стержней}.$$

Для равномерной расстановки стержней принимаем четное количество 14 стержней.

$$A_a = 112,6 \text{ см}^2.$$

Определяем упругое удлинение кольца (работу бетона на растяжение не учитываем):

$$\Delta S = \frac{nHa}{2EF \sin \frac{\pi}{2n}} = \frac{a}{EF} N_k = \frac{575 \cdot 3245,4}{21,0 \cdot 10^3 \cdot 112,6} = 0,789 \text{ см}.$$

При этом увеличение диаметра составит:

$$\Delta l = \frac{2\Delta S}{2n \sin \frac{\pi}{2n}} = \frac{0,789}{10 \cdot 0,15643} = 0,504 \text{ см},$$

т.е. перемещение опор арки в каждую сторону составит 2,5 мм. Считаем это удлинение приемлемым.

В случае устройства кольца из полосовой стали $R = 21,0 \text{ кН/см}^2$. Требуемая площадь сечения полосы:

$$A = \frac{N_k}{R} = \frac{3245 \cdot 4}{21} = 154,5 \text{ см}^2.$$

Принимаем толщину полосы $t = 40 \text{ мм}$.

При этом высота сечения кольца:

$$h = \frac{A}{t} = \frac{154,4}{4} = 38,6 \text{ см}.$$

6.5. Техничко-экономический анализ куполов

Определяем расход материалов на кольцевой и ребристо-кольцевой купола (на ребра каркаса):

Ребристый купол:

$$V = b \times h \times l \times n = 0,14 \times 0,75 \times 41,8 \times 10 = 43,89 \text{ м}^3.$$

Ребристо-кольцевой купол:

$$V = 0,14 \times 0,64 \times 41,8 \cdot 10 = 37,45 \text{ м}^3.$$

Расход на кольцевые ребра в обоих куполах считаем одинаковым, так как в случае ребристого купола требуются прогоны для укладки досок или щитов, а продольные усилия в кольцевых ребрах ребристо-кольцевого купола достаточно малы, чтобы не увеличивать сечение по сравнению с прогонами.

Таким образом, экономия клееной древесины составляет:

$$43,89 - 37,45 = 6,44 \text{ м}^3,$$

или в процентах от расхода на ребристо-кольцевой купол:

$$\frac{6,44}{37,45} \cdot 100 = 17,2\%.$$

При этом усилия от односторонней нагрузки в ребристом куполе подсчитывались с учетом взаимодействия всех арок, а не по плоскостной схеме. Кроме того, в ребристом куполе требуется устройство связей в двух панелях. Проверим, какое сечение арки потребовалось бы при расчете без учета совместного действия всех арок.

Максимальный момент от кососимметричной части нагрузки:

$$M_3 = 77,94 \text{ кНм}.$$

То же от симметричных нагрузок:

$$M_3 = 79,66 \text{ кНм};$$

$$N_{\text{соем}} = -134,95 \text{ кН};$$

$$M_{\text{max}} = 77,94 + 79,66 = 157,60 \text{ кНм}.$$

Проверим сечение $b \times h = 14 \times 83,2 \text{ см}$, $A = 1165 \text{ см}^2$, $W = 16152 \text{ см}^3$,

$$r = 0,29 \cdot 83,2 = 24,1 \text{ см}, \quad \lambda = 1463 / 241 = 60,63,$$

$$\xi = 1 - \frac{60,63^2 \cdot 134,95}{3000 \cdot 1,3 \cdot 1165} = 0,891,$$

$$\sigma = \frac{13495}{1165} + \frac{15760}{0,891 \cdot 16152} = 0,116 + 1,095 = 1,211 < 1,3 \text{ кН/см}^2.$$

Сечение проходит.

Приходится увеличить сечение по сравнению с сечением ребристого купола, рассчитанного с учетом взаимодействия арок:

$$\frac{83,2 \times 100}{64} = 130,$$

т.е. на 11 % и на $83,2/64 = 1,3$ или 30 % по сравнению с сечением ребристо-кольцевого купола.

Таким образом, использование пространственного характера работы конструкций позволяет получить значительный экономический эффект.

7. ЦИЛИНДРИЧЕСКИЕ ОБОЛОЧКИ, ИХ КОНСТРУКЦИЯ И РАСЧЕТ

7.1. Конструктивные решения цилиндрических оболочек

Срединная поверхность цилиндрических оболочек образована параллельным скольжением прямой по произвольной криволинейной направляющей.

Расстояние L_1 между опорами оболочки вдоль образующей называется пролетом, а расстояние между продольными краями L_2 – длиной волны (рис. 7.1).

Цилиндрические оболочки опираются на несущие колонны через торцевые диафрагмы, жесткие в своей плоскости. Они, как правило, имеют по краям бортовые элементы, снижающие деформативность наружных краев собственно оболочки.

Оболочки могут быть однопролетными и многопролетными (неразрезными). Различают оболочки одно- и многоволновые, связанные между собой общими бортовыми элементами (рис. 7.2).

В зависимости от отношения пролета оболочки к длине ее волны цилиндрические оболочки подразделяют на длинные при $L_1/L_2 \geq 1$ и короткие при $L_1/L_2 < 1$. В деревянных конструкциях целесообразно применение так называемых очень коротких оболочек, когда $L_1/L_2 < 0,5$. Стрела подъема коротких оболочек назначается не меньшей $1/8 L_2$. При этом высота бортовых элементов принимается не менее $1/15 L_1$, а ширина – $1/10 \dots 1/3$ высоты.

Высоту длинных оболочек, включая сечение бортовой балки, рекомендуется назначать равной $(1/10 \dots 1/15) L_1$, а стрелу подъема – не меньшей $1/8 L_2$.

Упрощенно картина распределения внутренних усилий в цилиндрических оболочках характеризуется преимущественным сжатием в направлении кривизны поверхности и изгибом в направлении прямолинейных образующих. В угловых зонах оболочек возникают главные (максимальные) растягивающие усилия, а вдоль контура оболочек – наибольшие сдвигающие усилия, величина которых уменьшается до нуля у осей симметрии. Сдвигающие усилия концентрируются также вдоль ребер оболочки, при больших пролетах. Это требует специального учета.

Рассмотрим вариант конструирования цилиндрических оболочек, отвечающий требованиям выполнения монтажа без применения поддерживающих подмостей и максимального использования при конст-

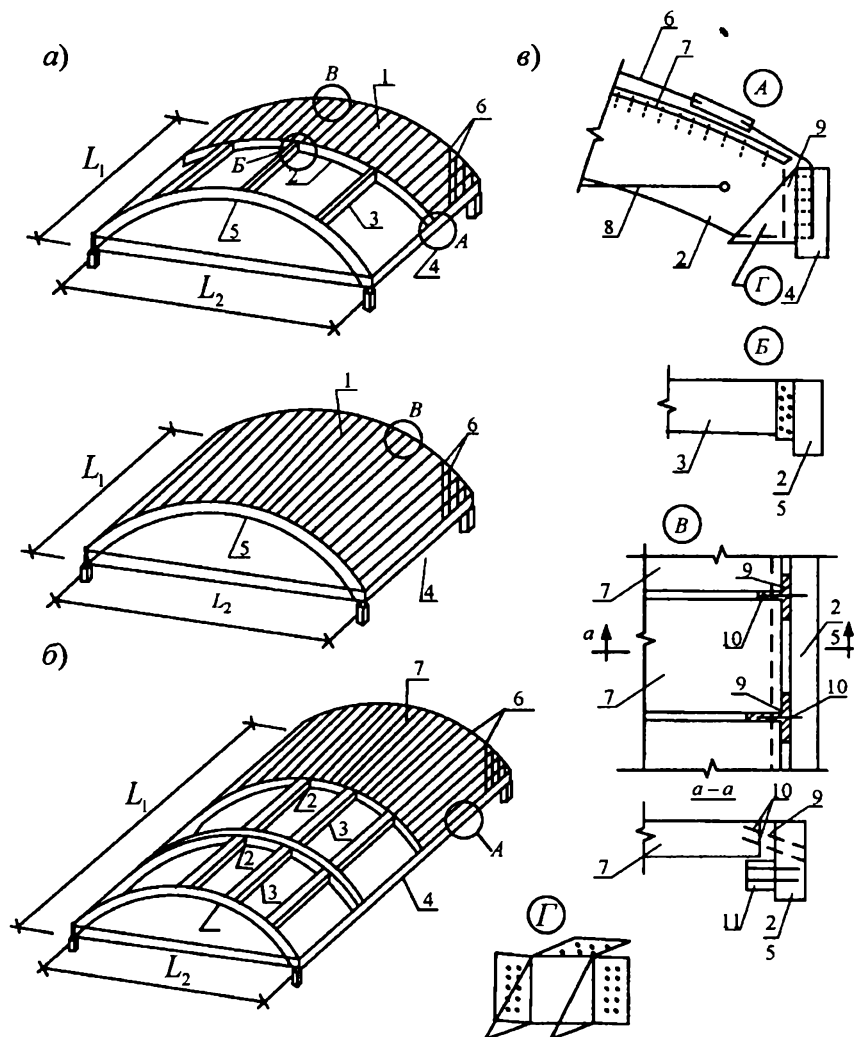


Рис. 7.1. Конструкции цилиндрических оболочек:

а – коротких; *б* – длинных; *в* – узловые соединения; 1 – панели; 2 – поперечные ребра; 3 – продольные ребра; 4 – бортовые элементы; 5 – диафрагмы; 6 – металлические элементы в угловых зонах; 7 – дощатый настил; 8 – затяжки на период монтажа; 9 – полимерцементный раствор; 10 – металлические стержни в швах между панелями; 11 – черепной брусок; *А* – опирание арки на бортовой элемент, *Б* – опирание распорки на арку, *Г* – балочный карман

руировании стандартных элементов индустриального изготовления. Согласно этому варианту оболочка состоит из системы клееных или цельных деревянных ребер, образующих каркас, и панелей или настилов, образующих собственно оболочку. Ребра одного направления имеют криволинейное очертание, ребра другого направления — прямолинейные (рис. 7.3).

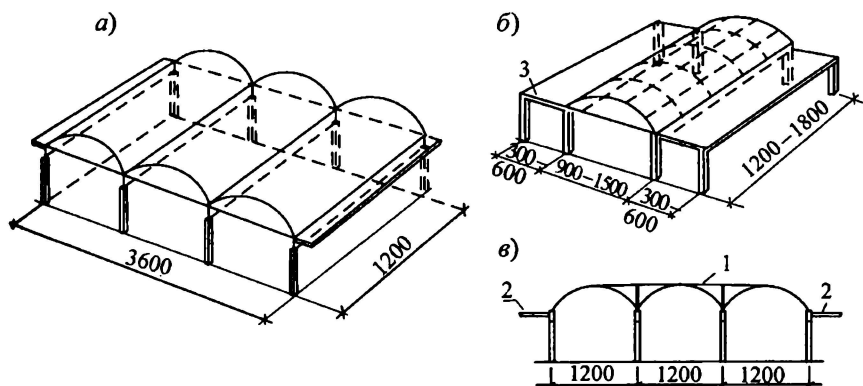


Рис. 7.2. Цилиндрические оболочки в многоволновых (а, в) и одноволновых (б) покрытиях:

1 — схема устройства кровельных конструкций; 2 — козырьки для восприятия горизонтальных усилий; 3 — покрытие пристройки, используемое для восприятия горизонтальных усилий

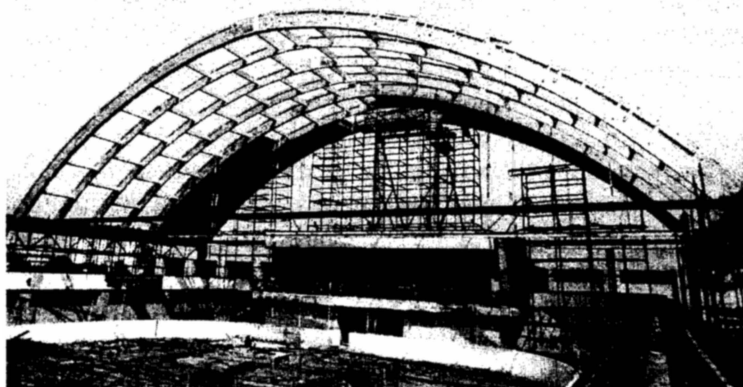


Рис. 7.3. Покрытие тренировочного катка на стадионе Локомотив

Растягивающие усилия в бортовых элементах складываются с усилиями от изгиба в них при действии веса сборных конструкций оболочки в монтажном состоянии (снеговая нагрузка при этом не учитывается). Затем по суммарным усилиям производят подбор сечения бортовых элементов.

Статически неопределимые арочные диафрагмы рассчитываются методом сил. Диафрагма превращается в статически определимую путем разрезания затяжки. Сечение деревянного верхнего пояса диафрагмы принимается тавровым. Для средних диафрагм в неразрезных оболочках в расчет вводится плита оболочки шириной, равной шагу диафрагм L_1 , а для крайних – плита шириной $L_1/2$ с учетом редуцированного коэффициента $K_{ред} = 0,6$ на податливость деревянных конструкций.

Предварительное определение сечения затяжки диафрагмы можно производить на воздействие распора трехшарнирной арки:

$$H = \frac{qL_2L_1^2}{8f}. \quad (7.2)$$

Следует проверять величину упругого удлинения затяжки, которую необходимо ограничивать в пределах 2–2,5 см.

Панели предварительно конструируются по расчету на монтажные нагрузки.

После определения сечений основных элементов производят расчет соединений между элементами оболочки. Особенного внимания требуют швы примыкания оболочки к диафрагмам. В этих местах концентрируются сдвигающие усилия, уравнивающие всю внешнюю нагрузку на оболочку. Швы соединения оболочки с диафрагмами представляют собой возможные зоны текучести в предельном состоянии оболочки. При этом экспериментально выявлена сдвиговая форма разрушения оболочки [15], рис. 7.4.

Такая картина разрушения соответствует разработанной А.Р. Ржаницыным приближенной модели расчета пластин и оболочек по предельному равновесию [17]. Согласно этой теории сосредоточенным сдвигом Γ называется смещение одной части тела относительно другой в плоскости разделяющего слоя, имеющего бесконечно малую толщину δ (рис. 7.4).

В предельном состоянии работа внутренних сил T должна быть равна работе внешних сил V на перемещениях оболочки, вызванных сдвигом.

Работа внутренних сил выразится формулой:

$$T = \sigma_T \int_{\omega} E_i d\omega, \quad (7.3)$$

где интегрирование производится по площади ω слоя, по которому происходит сдвиг. В случае дискретных связей типа гвоздей интегрирование заменяется суммированием по числу связей, а напряжение текучести при сдвиге σ_T заменяется минимальной несущей способностью гвоздя при изгибе или смятии древесины.

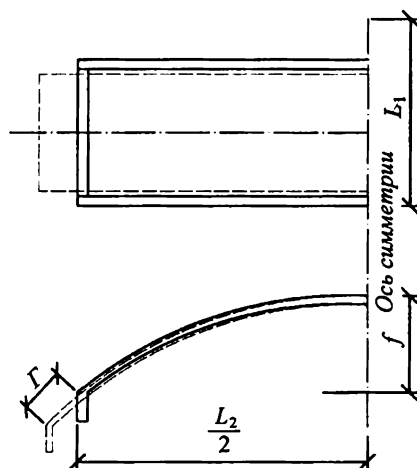


Рис. 7.4. К расчету короткой цилиндрической оболочки:
а – сдвиговая форма разрушения; б – схема перемещений

E_i – интенсивность деформации, которая согласно теории пластичности в общем случае определяется следующим выражением:

$$E_i = \frac{\sqrt{2}}{3} \sqrt{(\varepsilon_x - \varepsilon_y)^2 + (\varepsilon_y - \varepsilon_x)^2 + (\varepsilon_x - \varepsilon_x)^2 + \frac{3}{2}(\gamma_{xy}^2 + \gamma_{yx}^2 + \gamma_{zx}^2)}. \quad (7.4)$$

Для сосредоточенного сдвига Γ интенсивность деформации будет также сосредоточенная и ее определяют по формуле:

$$E_i = \frac{\sqrt{2}}{3} \sqrt{\frac{3}{2} \Gamma^2} = \frac{1}{\sqrt{3}} |\Gamma|. \quad (7.5)$$

Причем всегда следует брать абсолютное значение Γ , не обращая внимания на знак.

Площадь сечения эпюры перемещений определяется, например, следующим выражением:

$$\frac{1}{2}s = \int_{f-1}^f dy \int_0^{\sqrt{c_1-b_1y_1-y_1^2}} dx + \int_{y_k}^f dy \int_{y_k}^{\sqrt{c_1-b_1y_1-y_1^2}} dx + \int_0^{y_k} dy \int_0^{ky_2} dx + \int_0^{y_k} dy \int_{\sqrt{c_2-b_2y_2-y_2^2}}^{ky_2} dx. \quad (7.9)$$

Выражения под радикалами – уравнения верхней (y_1) и нижней (y_2) окружностей.

Предельная нагрузка q_{np} определяется из выражения:

$$q_{np} = \frac{T}{sL_1}, \quad (7.10)$$

в которое нужно подставить определенные выше величины.

Полученную нагрузку необходимо сопоставить с расчетной нагрузкой (определенной путем сбора нагрузок) и, в случае необходимости, уточнить количество и размеры соединительных элементов.

7.3. Пример расчета и конструирования короткой цилиндрической оболочки

Требуется рассчитать короткую цилиндрическую оболочку покрытия Дворца Спорта [18]. Район строительства – Московская область. Размеры здания в плане 42×72 м. Стрела подъема 10,5 м. Основные элементы конструкции оболочки и их размеры показаны на рис. 7.6. Для расчета принимаем рядовую оболочку в составе неразрезного покрытия.

7.3.1. Определение геометрических размеров покрытия

Рассчитываемая стрельчатая оболочка близка по очертанию к круговой. Для упрощения расчета примем круговую оболочку с образующей, проходящей через 3 заданных точки – опоры и вершину диафрагмы.

Радиус кривизны оболочки по низу плит:

$$r = \frac{f^2 + a^2}{2f} = \frac{10,5^2 + 21,0^2}{2 \cdot 10,5} = 26,25 \text{ м}; \quad \sin \alpha = \frac{a}{r} = \frac{21}{26,25} = 0,8;$$

$$\alpha = 0,9273 \text{ рад.}$$

$$\text{Длина дуги арок по низу плит } l_0 = r \cdot 2\alpha = 26,25 \cdot 2 \cdot 0,9273 = 48,68 \text{ м.}$$

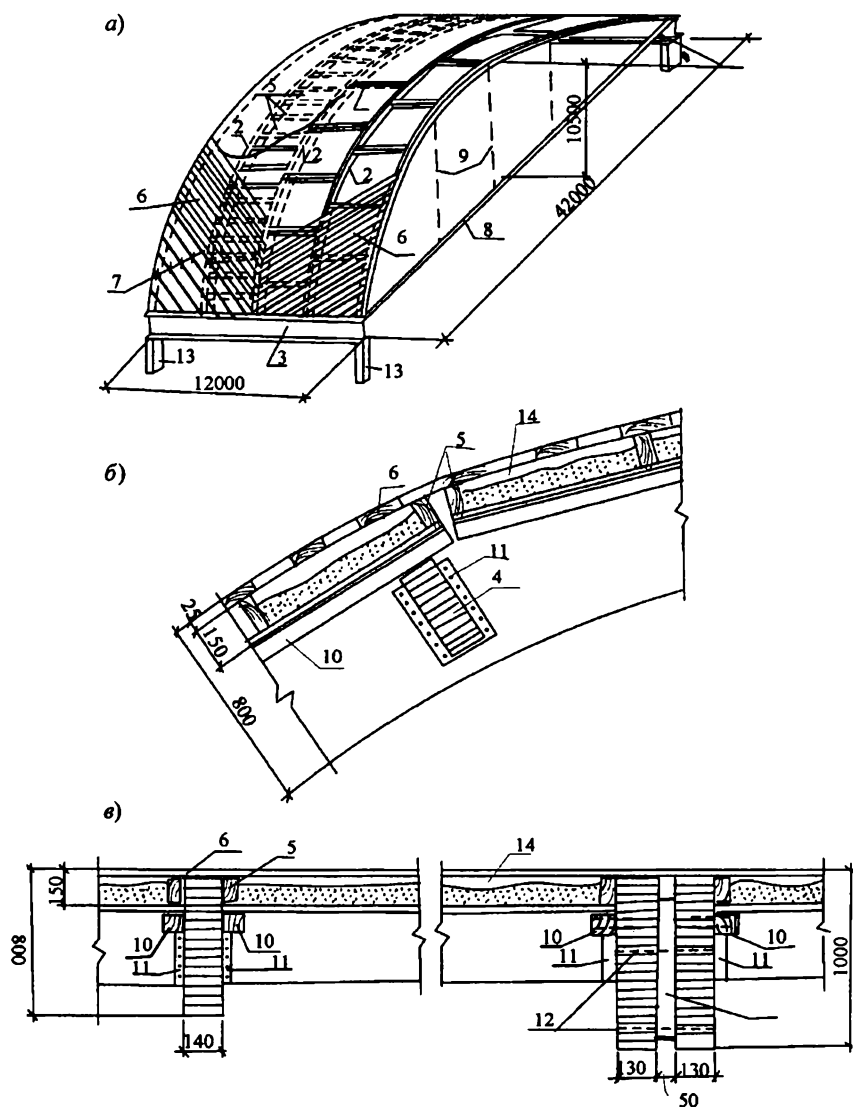


Рис. 7.6. Конструкция короткой цилиндрической оболочки размерами 42×12 м:

1 – диафрагмы; 2 – арки-ребра; 3 – бортовые элементы; 4 – распорки; 5 – панели; 6 – дощатый настил; 7 – арматура угловых зон; 8 – затяжки диафрагм; 9 – подвески; 10 – черепные бруски; 11 – балочный карман; 12 – стяжные болты; 13 – колонны; 14 – продухи; 15 – прокладки

7.3.2. Определение нагрузок на оболочку

Согласно СНиП 2.01.07-85* [20] снег удерживается на покрытии до угла наклона 50° ($\alpha_{рад} = 0,8726$); $a_1 = \sin \alpha_1 \cdot r = 20,11 \text{ м} < a = 21,0 \text{ м}$, т.е. эпюра снеговой нагрузки обрывается немного не доходя до края покрытия рис. 7.7. Из-за малой разницы будем принимать в расчете нагрузку от снега по всему пролету.

Сбор нагрузок на оболочку сведем в таблицу 7.1.

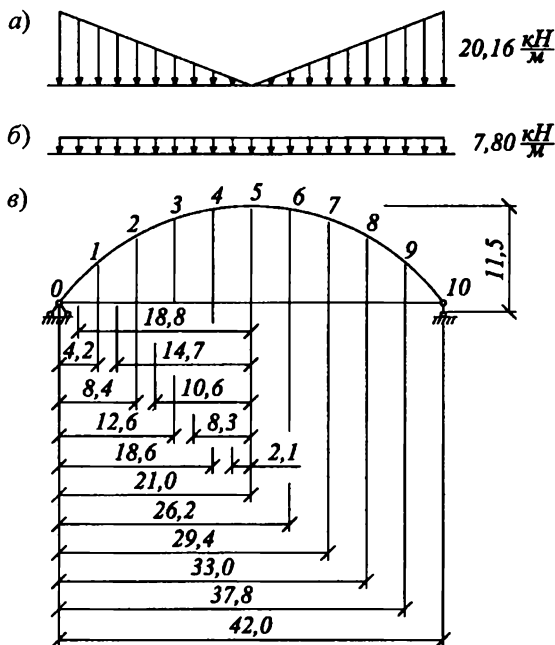


Рис. 7.7. К расчету короткой цилиндрической оболочки

Таблица 7.1

Нагрузка на оболочку

Элементы покрытия и подсчет нагрузок	Нормативная нагрузка, кН/м ²	Коэффициент надежности по нагрузке	Расчетная нагрузка, кН/м ²
1	2	3	4
1. Оцинкованная кровельная сталь $\gamma \cdot S \cdot A = 78,0 \cdot 0,0006 \cdot 1 = 0,0468 \text{ кН/м}^2$	0,047	1,05	0,05

1	2	3	4
2. Косой несущий настил из досок $\gamma \cdot \delta \cdot A = 5,0 \cdot 0,025 \cdot 0,5 = 0,0625 \text{ кН/м}^2$	0,0625	1,1	0,0688
3. Ребра панелей $\gamma \cdot h \cdot b \cdot l \cdot n \cdot \frac{1}{A} =$ $5,0 \cdot 0,14 \cdot 2,5 \cdot 4 \cdot \frac{1}{4,5} = 0,062 \text{ кН/м}^2$	0,062	1,1	0,0680
4. Нижняя обшивка панелей $5,0 \cdot 0,019 \cdot 1 = 0,095 \text{ кН/м}^2$	0,095	1,1	0,105
5. Утеплитель плиты ФРП $\gamma \cdot \delta \cdot A = 0,6 \cdot 0,08 \cdot 1 = 0,048 \text{ кН/м}^2$	0,048	1,2	0,0576
6. Пароизоляция	0,01	1,2	0,012
7. Арки-ребра $\gamma \cdot h \cdot b \cdot l \cdot \frac{1}{L_1 L_2} \cdot n =$ $= 5,0 \cdot 0,13 \cdot 0,6 \cdot 48,68 \cdot \frac{1}{42 \cdot 12} \cdot 3 =$ $= 0,113 \text{ кН/м}^2$	0,113	1,1	0,124
8. Распорки $\gamma \cdot h \cdot b \cdot l \cdot \frac{1}{A} =$ $= 5,0 \cdot 0,13 \cdot 0,45 \cdot 3 \cdot \frac{1}{4,5 \cdot 3} = 0,065 \text{ кН/м}^2$	0,065	1,1	0,0715
9. Диафрагмы $5 \cdot 0,13 \cdot 1,0 \cdot 48,68 \cdot \frac{1}{42 \cdot 12} \cdot 2 =$ $= 0,126 \text{ кН/м}^2$	0,126	1,1	0,138
10. Затяжки и подвески $(\gamma_1 \cdot l \cdot n + \gamma_2 \cdot l \cdot n) \cdot \frac{1}{L_1 L_2} =$ $(0,24 \cdot 42 \cdot 2 + 0,03 \cdot 7 \cdot 5) \cdot \frac{1}{42 \cdot 12} = 0,04$	0,04	1,1	0,044
11. Метизы и гвозди	0,025	1,1	0,027
Всего собственная масса:	0,695		0,766

Обозначения: δ – толщина, b и h – ширина и высота, l – длина, n – количество элементов, γ – объемная масса, γ_l – погонная масса, A – площадь

Определяем нагрузки на диафрагму.

Схему снеговой нагрузки принимаем по рис. 2 прил. 3 СНиП 2.01.07-85* $\mu_2 = 2,2$, так как $f/l = 1/4 > 1/5$.

Наибольшая расчетная снеговая нагрузка принята равной $3,08 \text{ кН/м}^2$.

Расчетная нагрузка на 1 п.м. арки-диафрагмы:

- постоянная $0,766 \times 12 = 9,19 \text{ кН/п.м.}$
- временная (снеговая) $3,08 \times 12 = 36,96 \text{ кН/п.м.}$ – наибольшая ордината эпюры нагрузки.

7.3.3. Расчет диафрагмы. Подбор сечения затяжки. Геометрические характеристики

Определяем предварительное сечение затяжки. Приведем нагрузку к равномерно распределенной. Среднее значение снеговой нагрузки примем равным половине наибольшей ординаты $q_{сн} = 3,08/2 = 1,54 \text{ кН/м}^2$, тогда расчетная нагрузка на оболочку:

$$q = q_{с.с.} + q_{сн} = 0,766 + 1,54 = 2,306 \text{ кН/м}^2.$$

Усилие в затяжке (распор):

$$H = \frac{qL_1L_2}{8f} = \frac{2,306 \cdot 12 \cdot 42^2}{8 \cdot 10,5} = 58,11 \text{ кН.}$$

Здесь $qL_1 = 2,306 \cdot 12 = 27,672 \text{ кН/п.м.}$ – погонная равномерно распределенная нагрузка на диафрагму (понадобится нам в дальнейшем). Требуемая площадь сечения затяжки:

$$A_{mp} = \frac{H}{R} = \frac{581,1}{21} = 27,7 \text{ см}^2.$$

Проверим 1 [24] с $F = 30,6 \text{ см}^2$,

$$\sigma = \frac{H}{A} = \frac{581,1}{30,6} = 18,99 \text{ кН/см}^2.$$

Определяем упругое удлинение затяжки:

$$\Delta = \frac{\sigma l}{E} = \frac{18,99 \cdot 4200}{21000} = 3,798 \text{ см.}$$

Удлинение слишком велико.

Увеличиваем площадь сечения затяжки до:

$$2 [24] A = 61,2 \text{ см}^2, \quad \Delta = \frac{3,798}{2} = 1,9 \text{ см.}$$

Считаем такое удлинение при расчетной нагрузке допустимым.

Определяем геометрические характеристики сечения диафрагмы (рис. 7.8).

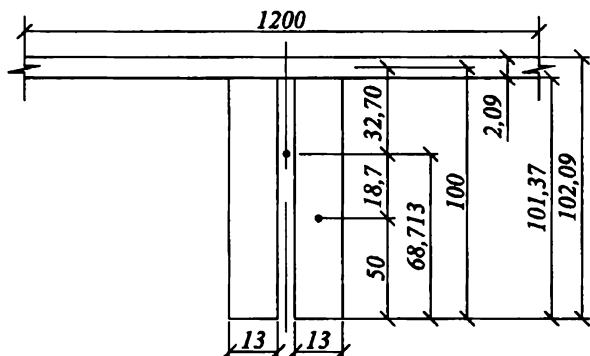


Рис. 7.8. Геометрические характеристики сечения

Приведенная площадь сечения оболочек:

$$\sum A = b_p h_p + b_p h_p k_{ред} = 2 \cdot 13 \cdot 100 + 1200 \cdot 2,09 \cdot 0,6 = 4104,8 \text{ см}, \quad (7.12)$$

где h_p – приведенная высота сечения полки по прочности на растяжение-сжатие.

$$h_p = \frac{\sum A_p}{b_n} = \frac{\sum A_{реб.плит}}{b_{плиты}} + \frac{\sum A_{ребер-арок}}{b_{полки}} = \frac{3 \cdot 14}{300} + \frac{3 \cdot 60 \cdot 13}{1200} = 2,09 \text{ см}. \quad (7.13)$$

Здесь настил не учтен, так как он работает только на сдвиг.

Приведенная площадь сечения полки:

$$A_{пл} = h_{пл} b_{пл} k_{ред} = 2,09 \cdot 1200 \cdot 0,6 = 1504,8 \text{ см}^2. \quad (7.14)$$

Статический момент:

$$\begin{aligned} \sum S &= A_{пл} y_{пл} + A_p y_p = \\ &= 1504,8 \cdot (100 + 2,09 / 2) + \frac{2 \cdot 13 \cdot 100}{2} \cdot 100 = 282052,5 \text{ см}^3 \end{aligned} \quad (7.15)$$

Ордината центра тяжести сечения:

$$y_0 = \frac{\sum S}{\sum F} = \frac{282052,5}{4104,8} = 68,713 \text{ см}. \quad (7.16)$$

Момент инерции сечения:

$$\begin{aligned}\Sigma J &= J_{\Pi} + J_a = \frac{b_{\Pi} h_{\Pi}^3}{12} + (h_{p+\Pi} - y_0)^2 \cdot A_{\Pi} + \frac{b_p h_p^3}{12} + A_p \left(y_0 - \frac{h_p}{2} \right)^2 = \\ &= \frac{1200 \cdot 0,6 \cdot 2,09^3}{12} + (101,37 - 68,713)^2 \cdot 15048 + \frac{2 \cdot 13 \cdot 100^3}{12} + \\ &+ 2 \cdot 13 \cdot 100 \cdot (68,713 - 50)^2 = 46825117 \text{ см}^4.\end{aligned}\quad (7.17)$$

Приведенная высота сечения:

$$h_{np} = \sqrt[3]{\frac{12 \Sigma J}{b}} = \sqrt[3]{\frac{12 \cdot 4682511,7}{26}} = 129,3 \text{ см.} \quad (7.18)$$

7.3.4. Расчет диафрагмы

Диафрагма один раз статически неопределима.

Основная система получается путем разрезания затяжки и приложения в месте разреза неизвестного усилия, представляющего собой распор [3]. Определяем его из канонического уравнения метода сил:

$$X_1 = H = -\Delta_{1p} / \delta_{11}. \quad (7.19)$$

При вычислении перемещений Δ_{1p} и δ_{11} используем метод Мора. Поперечные усилия не учитываем.

$$\delta_{11} = \frac{1}{EI} \int \bar{M}_1^2 ds + \frac{1}{EF} \int \bar{N}_1^2 ds + \frac{1 \cdot l}{E_3 F_3}; \quad (7.20)$$

$$\Delta_{1p} = \frac{1}{EI} \int M_p \bar{M}_1 ds + \frac{1}{EA} \int N_p \bar{N}_1 ds. \quad (7.21)$$

Третье слагаемое в формуле (7.20) учитывает удлинение затяжки.

Внутренние усилия $\bar{M}_1$ и $\bar{N}_1$ от единичной силы $X_1 = 1$ в основной системе с учетом принятого правила знаков:

$$\bar{M}_1 = -l \cdot y; \quad \bar{N}_1 = -\cos \varphi. \quad (7.22)$$

Внутренние усилия M_p и N_p в основной системе от заданной нагрузки выражаем через балочные изгибающие моменты M_0 и поперечные силы Q_0 , а также через разгружающий момент от внецентренного присоединения плит оболочки к диафрагмам ($N \cdot e$):

$$M_p = M^0 - Ne, \quad N_p = -Q^0 \cdot \sin \varphi, \quad (7.23)$$

N – нормальное усилие в сечении 5 диафрагмы:

$$N = \frac{4qr l_1}{l_1^2} \cdot \frac{l_2}{2} \left(l_2 - \frac{l_2}{2} \right) = qr L_1. \quad (7.24)$$

Подставим эти зависимости выражения для перемещений:

$$\delta_{11} = \frac{1}{EI} \int_0^l \frac{y^2 dx}{\cos \varphi} + \frac{1}{EF} \int_0^l \cos \varphi dx + \frac{1 \cdot l}{E_3 F_3}; \quad (7.25)$$

$$\Delta_{1p} = \frac{1}{EI} \int_0^l \frac{(M^0 - Ne)(-y)}{\cos \varphi} dx + \frac{1}{EF} \int_0^l Q^0 \sin \varphi dx. \quad (7.26)$$

Произведем замену [3]:

$$Z_x = \frac{y^2}{\cos \varphi}; \quad \psi_x = \cos \varphi; \quad Z_p = \frac{M^0 y}{\cos \varphi}; \quad \psi_p = Q^0 \sin \varphi. \quad (7.27)$$

Выражения для Δ_{1p} и δ_{11} нужно привести к общему знаменателю. Примем $EI = bh^3/12$; $EA = bh$, тогда $Eah^2/12 = EI$ или $EA = 12EI/h^2$.

Для вычисления грузовых членов Δ_{1p} принимаем сечение диафрагмы, работающей совместно с плитой оболочки шириной L_1 , тогда усилия и деформации δ_{11} от лишней неизвестной определяются для сечения диафрагмы высотой h без учета плиты. Это объясняется тем, что плита оболочки почти не участвует в работе при деформации диафрагмы от действия местных сосредоточенных сил — таких, как усилия в затяжке или опорный момент неразрезной диафрагмы [6].

$$\delta_{11} = \frac{1}{EI} \int_0^l \frac{y^2 dx}{\cos \varphi} + \frac{h^2}{12EI} \int_0^l \cos \varphi dx + \frac{1 \cdot l}{E_3 F_3}; \quad (7.28)$$

$$\Delta_{1p} = \frac{1}{EI} \int_0^l \frac{(M^0 - Ne) \cdot (-y)}{\cos \varphi} dx + \frac{h^2}{12EI} \int_0^l Q^0 \sin \varphi dx. \quad (7.29)$$

Поскольку для δ_{11} учитывается сечение только ребра, то после подстановки h будет:

$$\delta_{11} = \frac{1}{EI} \int_0^l \frac{y^2 dx}{\cos \varphi} + \frac{1}{12EI} \int_0^l \cos \varphi dx + \frac{1 \cdot l}{E_3 A_3}. \quad (7.30)$$

Для Δ_{1p} учитываем сечение ребра с полкой, поэтому нужно использовать приведенную высоту сечения $h_{np} = 1,29$ м, тогда

$$\frac{h_{np}^2}{12EI} = \frac{1}{6,82EI}.$$

Теперь можно записать выражение для Δ_{1p} :

$$\Delta_{1p} = \frac{1}{EI} \int_0^l \frac{(M^0 - Ne) \cdot (-y)}{\cos \varphi} dx + \frac{1}{6,82EI} \int_0^l Q^0 \sin \varphi dx. \quad (7.31)$$

Подставляем принятые подстановки (7.27) в полученные выражения для перемещений Δ_{1p} и δ_{11} :

$$\delta_{11} = \frac{1}{EI} \int_0^l Z_x dx + \frac{1}{12EI} \int_0^l \psi_x dx + \frac{1 \cdot l}{E_3 A_3}; \quad (7.32)$$

$$\Delta_{1p} = \frac{1}{EI} \int_0^l Z_p dx + \frac{1}{6,82EI} \int_0^l \psi_p dx. \quad (7.33)$$

Эти интегралы можно вычислить только приближенными методами. Используем для вычислений правило Симпсона. Разделим пролет на четное число равных участков так, чтобы сосредоточенные силы совмещались с точками деления, а распределенная нагрузка находилась в пределах участков. Примем $n = 10$, $\Delta x = 4,2$ м. Получим следующие выражения для Δ_{1p} и δ_{11} :

$$\begin{aligned} \delta_{11} = & \frac{\Delta x}{3EI} (Z_{xA} + 4Z_{x1} + 2Z_{x2} + 4Z_{x3} + 2Z_{x4} + 4Z_{x5} + 2Z_{x6} + \\ & + 4Z_{x7} + 2Z_{x8} + 4Z_{x9} + Z_{xB}) + \frac{\Delta x}{36EI} (\psi_{xA} + 4\psi_{x1} + 2\psi_{x2} + 4\psi_{x3} + \\ & + 2\psi_{x4} + 4\psi_{x5} + 2\psi_{x6} + 4\psi_{x7} + 2\psi_{x8} + 4\psi_{x9} + \psi_{xB}) + \frac{1 \cdot l}{E_3 F_3}; \end{aligned} \quad (7.34)$$

$$\begin{aligned} \Delta_{1p} = & \frac{\Delta x}{3EI} (Z_{pA} + 4Z_{p1} + 2Z_{p2} + 4Z_{p3} + 2Z_{p4} + 4Z_{p5} + 2Z_{p6} + \\ & + 4Z_{p7} + 2Z_{p8} + 4Z_{p9} + Z_{pB}) + \frac{\Delta x}{20,46EI} (\psi_{pA} + 4\psi_{p1} + 2\psi_{p2} + \\ & + 4\psi_{p3} + 2\psi_{p4} + 4\psi_{p5} + 2\psi_{p6} + 4\psi_{p7} + 2\psi_{p8} + 4\psi_{p9} + \psi_{pB}). \end{aligned} \quad (7.35)$$

Балочные изгибающие моменты и поперечные силы вычисляем по формулам:

$$M_i = V_A x - p_i (x - x_i), \quad (7.36)$$

$$Q_i^0 = V_A - p_1; \quad Q_i^0 = Q_{i-1}^0 - p_i. \quad (7.37)$$

Результаты вычислений сведены в табл. 7.2. Полученные эпюры показаны на рис. 7.9.

Вычисление внутренних усилий в диафрагме короткой цилиндрической оболочки

№ сечения	x, м	y, м	$\sin \varphi$	$\cos \varphi$ (ψ_x)	$M_p = M^0 - Ne$, кН·м	Q^0 , кН	$z_x = \frac{y^2}{\cos \varphi}$, м ²	$z_p = \frac{-M_p y}{\cos \varphi}$, кН·м ²	$N_p = \psi_p = Q^0 \sin \varphi$, кН	H·y, кН·м	Hsin φ, кН	Hcos φ, кН	M, кН·м	Q, кН	N, кН
A	0	0	0,8	0,6	0	487,42	0	0	389,9	0	333,6	250,2	0	-41,15	-640,14
1	4,2	4,42	0,64	0,76837	1911,24	<u>487,42</u> 310,82	25,426	-10994,3	<u>311,95</u> 198,9	1843,1	266,9	320,4	68,14	<u>107,62</u> -28,08	<u>-632,35</u> -519,32
2	8,4	7,28	0,48	0,87727	3216,69	<u>310,82</u> 168,72	60,413	-26693,6	<u>149,19</u> 80,98	3035,8	200,2	365,8	180,89	<u>72,47</u> -52,19	<u>-514,99</u> 446,78
3	12,6	9,12	0,32	0,94742	3925,1	<u>168,72</u> 61,12	87,79	-37785,6	<u>53,99</u> 19,56	3803,0	133,4	395,1	122,31	<u>26,45</u> -75,49	<u>-449,09</u> -414,66
4	16,8	10,16	0,16	0,98712	4182,02	<u>61,12</u> -11,98	104,57	-43043,7	<u>9,78</u> -1,92	4236,7	66,7	411,6	-54,68	<u>-6,34</u> -78,53	<u>-421,38</u> -409,68
5	21,0	10,5	0	1,0	4131,7	<u>-11,98</u> -57,08	110,25	-43382,8	<u>0</u> 0	4378,5	0	417,0	-246,8	<u>-11,98</u> -57,08	<u>-417,0</u> -417,0
6	25,2	10,16	-0,16	0,98712	3892,0	<u>-57,08</u> -112,88	104,57	-40058,7	<u>9,13</u> 18,06	4236,7	-66,7	411,6	-344,7	<u>10,33</u> -44,73	<u>-420,73</u> -429,66
7	29,4	9,12	-0,32	0,94742	3417,9	<u>-112,88</u> -185,98	87,79	-32901,2	<u>36,12</u> 59,51	3803,0	-133,4	395,1	-385,1	<u>26,46</u> -42,8	<u>-431,22</u> 454,61
8	33,6	7,28	-0,48	0,87727	2636,8	<u>-185,98</u> -276,28	60,413	-21881,4	<u>89,27</u> 132,6	3035,8	-200,2	375,8	-399,0	<u>37,05</u> -42,17	<u>-455,1</u> -498,4
9	37,8	4,42	-0,64	0,76837	1476,4	<u>-276,28</u> -383,88	25,426	-8492,9	<u>176,82</u> 245,68	1843,1	-266,9	320,4	-366,7	<u>54,61</u> -28,06	<u>-497,22</u> -566,08
B	42,0	0	-0,8	0,6	0	<u>-383,88</u> 0	0	0	307,1	0	-333,6	250,2	0	103,27	-557,3

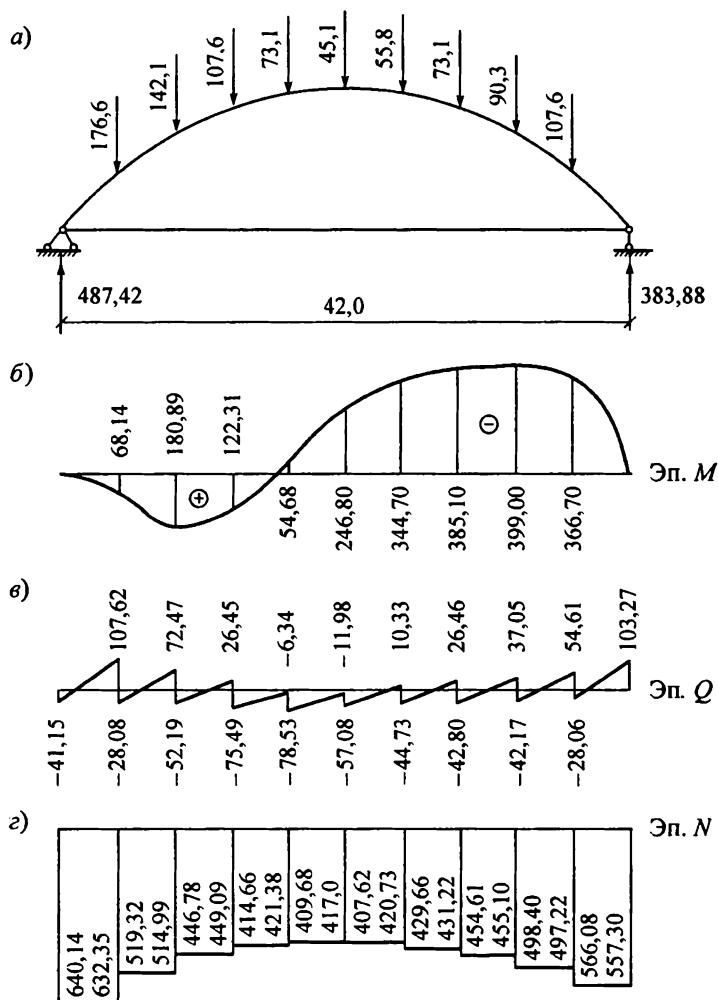


Рис. 7.9. Эпюры внутренних усилий в диафрагме

Строим эпюру $M_p = M^0 - Ne$.

Определяем опорные реакции:

$$\sum M_A = 0: B \cdot 42 - 107,6 \cdot 37,8 - 90,3 \cdot 33,6 - 73,1 \cdot 29,4 - 55,8 \cdot 25,2 - 45,1 \cdot 21,0 - 73,1 \cdot 16,8 - 107,6 \cdot 12,6 - 142,1 \cdot 8 \cdot 4 - 176,6 \cdot 4 \cdot 2 = 0.$$

$$B = 16122,96/42 = 383,88 \text{ кН}.$$

$$\sum M_B = 0: A \cdot 42 - 176,6 \cdot 37,8 - 142,1 \cdot 33,6 - 107,6 \cdot 29,4 - 73,1 \cdot 25,2 - 45,1 \cdot 21,0 - 55,8 \cdot 16,8 - 73,1 \cdot 12,6 - 90,3 \cdot 8 \cdot 4 - 107,6 \cdot 4 \cdot 2 = 0;$$

$$A = 20471,64/42 = 487,42 \text{ кН.}$$

$$\text{Проверка: } \sum Y = 0; \quad \sum P = 871,3 \text{ кН};$$

$$A + B = 871,3 \text{ кН.}$$

Реакции определены правильно.

$$M_{xp} = V_A X_i - \sum P_i X_i - Ne; \quad (7.39)$$

$$e = y_0 - \frac{h_0}{2} = 68,713 - 18,713 \text{ см.}$$

Здесь h_0 — высота сечения диафрагмы.

$$N = qrL_1 = rL_1(q_{сн.ср} + q_{посм}) = 26,25 \left(\frac{36,96}{2} + 9,19 \right) = 726,34 \text{ кН.}$$

$$Ne = 726,34 \cdot 0,18713 = 135,92 \text{ кН} \cdot \text{м.}$$

Подставляем числовые значения величин Z_x , ψ_x , Z_p , ψ_p в выражения для перемещений Δ_{1p} и δ_{11} , и получим их значения:

$$\begin{aligned} \delta_{11} = & \frac{1}{EI} \cdot \frac{4,2}{3} (4 \cdot 25,426 + 2 \cdot 60,413 + 4 \cdot 87,79 + 2 \cdot 104,57 + 4 \cdot 110,25 + \\ & + 2 \cdot 104,57 + 4 \cdot 87,89 + 2 \cdot 60,413 + 4 \cdot 25,426) + \frac{1}{EI} \cdot \frac{4,2}{36} (0,6 + 4 \cdot 0,76837 + \\ & + 2 \cdot 0,87727 + 4 \cdot 0,94742 + 2 \cdot 0,98712 + 4 \cdot 1 + 2 \cdot 0,98712 + 4 \cdot 0,94742 \\ & + 2 \cdot 0,87727 + 4 \cdot 0,76837 + 0,6) + \frac{1 \cdot 42}{E_3 A_3} = \frac{1}{EI} 2670,03 + \frac{42}{E_3 A_3}; \end{aligned}$$

Находим соотношение между $E_3 F_3$ и EI для δ_{11} . Здесь I определяется только по сечению ребра (без учета полки):

$$EI = E \frac{bh^3}{12} = 10^7 \cdot \frac{0,26}{12} = 21,67 \cdot 10^3 \text{ кгс/м}^2 = 216,7 \text{ кН/м}^2.$$

$$E_3 A_3 = 2,1 \cdot 10^6 \cdot 61,2 = 128,52 \cdot 10^6 \text{ кгс} = 128,52 \cdot 10^4 \text{ кН.}$$

$$\delta_{11} = \frac{1}{EI} \left(\frac{2670,03}{21,67 \cdot 10^3} + \frac{42}{128,52 \cdot 10^4} \right) \cdot 21,67 \cdot 10^3 = 3669,744 \frac{1}{EI}.$$

$$\Delta_{1p} = -\frac{1}{EI} \cdot \frac{4,2}{3} (4 \cdot 10994,3 + 2 \cdot 26693,6 + 4 \cdot 37785,6 + 2 \cdot 43043,7 + \\ + 4 \cdot 43382,8 + 2 \cdot 40058,7 + 4 \cdot 32901,2 + 2 \cdot 21881,4 + 4 \cdot 8492,9) + \frac{1}{EI} \cdot \frac{4,2}{20,46} \times \\ \times (389,9 + 4 \cdot 255,425 + 2 \cdot 115,09 + 4 \cdot 36,775 + 2 \cdot 3,93 + 2 \cdot 13,64 \cdot 47,82 + \\ + 2 \cdot 110,9 + 4 \cdot 211,25 + 307,1) = -\frac{1}{EI} 1116614,8;$$

$$X = H = -\frac{\Delta_{1p}}{\delta_{11}} = \frac{1113225,7}{2669,7} = 416,985 \text{ кН} = 417,0 \text{ кН}.$$

Изгибающие моменты находим по формуле:

$$M = M_p - Hy. \quad (7.40)$$

Поперечные и продольные силы – по формулам:

$$Q = Q^0 \cos \varphi - H \sin \varphi, \quad (7.41)$$

$$N = -(Q^0 \sin \varphi - H \cos \varphi). \quad (7.42)$$

Проверка принятых сечений (в сечении 9):

$$\sigma = \frac{N}{A} + \frac{M}{W} = \frac{498400}{2600} + \frac{39900000}{43333} = 192 + 920 = 1112 \text{ Н/см}^2 = \\ = 11,13 \text{ МПа} < R_a m_\delta = 11,9 \text{ МПа},$$

т.е. принятое сечение диафрагм удовлетворяет требованиям прочности на сжатие с изгибом по СНиП II-25-80*.

7.3.5. Расчет бортового элемента и подбор сечения стержней в угловых зонах оболочки

Определяем растягивающие усилия в бортовом элементе:

$$N_6 = \frac{qL_2L_1^2}{16f} = \frac{2,306 \cdot 42 \cdot 12^3}{16 \cdot 10,5} = 83,016 \text{ кН},$$

где q – приведенная равномерно распределенная нагрузка, определяемая как сумма нагрузки от собственного веса и среднего значения снеговой нагрузки.

Требуемая площадь сечения арматуры в угловых зонах оболочки:

$$A_{ya} = \frac{N_6}{\cos 45^\circ \cdot R_a} = \frac{83,016}{0,7071 \cdot 27,0} = 4,35 \text{ см}^2.$$

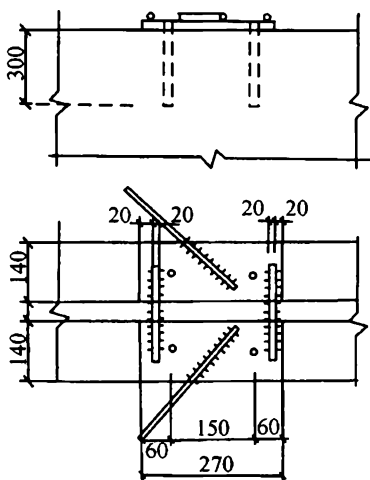


Рис. 7.10. Крепление стержней угловых зон к диафрагме

С учетом ограничения горизонтальных перемещений от упругого удлинения стержней увеличиваем требуемую площадь сечения арматуры в 2 раза $A_{ya} = 2 \cdot 4,35 = 8,7 \text{ см}^2$. Принимаем количество стержней исходя из площади сечения стержня нетто. С учетом резьбы для натяжения стержней при стержнях $\varnothing 20$ диаметр нетто равен 16 мм.

Достаточно $5\varnothing 20 \text{ A-II } F_a = 10,05 \text{ см}^2$. Необходимо проверить количество стержней с учетом их крепления к диафрагме согласно рис. 7.10.

Усилие в одном стержне:

$$N_{cl} = \frac{N_6}{\cos 45^\circ \cdot n_{cm}} = \frac{83,016}{0,7071 \cdot 5} = 23,48 \text{ кН.}$$

Это усилие должно быть воспринято двумя вклеенными стержнями $\varnothing 22 \text{ A-300}$.

Несущая способность одного стержня:

$$T_u = 2,5d^2 \sqrt{k_\alpha} = 2,5 \cdot 2,2^2 \cdot 0,66 = 7,86 \text{ кН,}$$

$$T_{cm} = 0,35cdk_\alpha = 0,35 \cdot 10 \cdot 2,2 \cdot 0,56 = 4,31 \text{ кН,}$$

$k_\alpha = 0,75$ (табл. 19 СНиП II-25-80*). Необходимо учесть дополнительный коэффициент 0,75, учитывающий соотношение толщин соединяемых элементов.

Наименьшая несущая способность одного соединения из двух стержней равна

$$2T_{cm} = 4,31 \cdot 2 = 8,62 \text{ кН} < 23,48 \text{ кН.}$$

Видим, что несущей способности соединения не хватает для восприятия действующего усилия. Примем следующие конструктивные меры. Соединим крепежные детали соседних диафрагм между собой при помощи сварки, тогда коэффициент k_α можно принять равным 1, т.к. усилия будут передаваться вдоль волокон древесины.

$$2T_{cm} = 2 \cdot 0,35cd = 7,7 \cdot 2 = 15,4 \text{ кН} < 23,48 \text{ кН.}$$

Поскольку принятое соединение опять неспособно воспринять действующие усилия, увеличиваем диаметр стержней до 25 мм.

$$2T_{cm} = 0,35 \cdot 10 \cdot 2,5 = 8,75 \text{ кН};$$

$$2T_{cm} = 17,5 \text{ кН} > 16,8 \text{ кН}.$$

Теперь несущая способность соединений обеспечена.

7.3.6. Расчет бортового элемента на монтажные нагрузки

Бортовой элемент рассчитывают на нагрузки от опирающихся на него арок-ребер в монтажном состоянии, т.е. только на собственный вес покрытия плюс растягивающее усилие от оболочки.

Расчетная схема показана на рис. 7.11а.

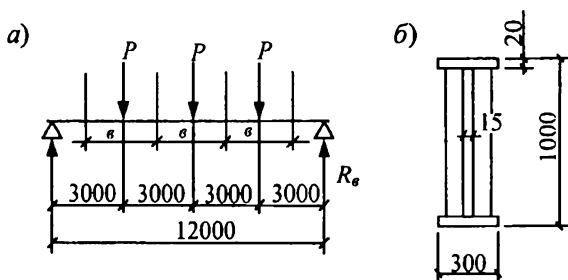


Рис. 7.11. К расчету бортовых элементов на монтажные нагрузки:

а – расчетная схема; б – поперечное сечение

Определяем нагрузки P .

Собственный вес покрытия без учета снега и кровли. Грузовая площадь на одну полуарку $b \cdot (L_2/2)$.

$$q_{с.г} = 0,766 \text{ кН/м}^2;$$

$$P = q_{с.г} \cdot b \cdot (L_2/2) = 0,766 \cdot 3 \cdot 21 = 48,26 \text{ кН};$$

$$R_a = R_b = 3P/2 = 3 \cdot 48,26/2 = 72,4 \text{ кН};$$

$$M_{\max} = R_a \cdot (l/2) - P \cdot (l/4) = 72,4 \cdot 6 - 48,26 \cdot 3 = 289,54 \text{ кНм}.$$

Принимаем бортовой элемент металлическим из стали С245:

$$R = 23,0 \text{ кН/см}^2 \text{ (230 МПа)};$$

$$W_{mp} = M/R = 28954/2,3 = 12590 \text{ см}^3;$$

$$W = J/y_0 = 2J/h.$$

$$\text{При } h = 1 \text{ м } J_{cm} = bh^3/12 = 1 \cdot 100^3/12 = 83000 \text{ см}^4.$$

Видим, что для восприятия заданных нагрузок достаточно одной стенки.

Принимаем сечение балки, показанное на рис. 7.11б конструктивно, из условия размещения опорных частей арок-ребер и стержней угловой арматуры.

Конструкция панели показана на рис. 7.12.

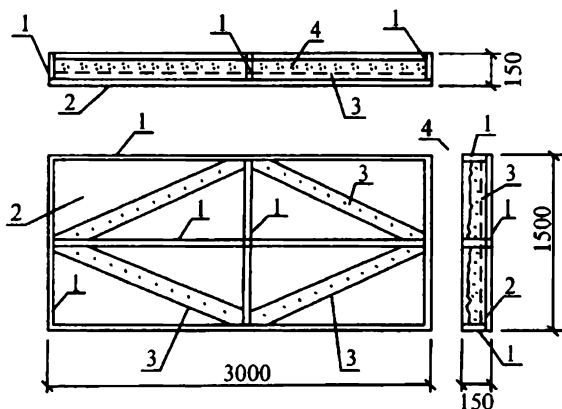


Рис. 7.12. Конструкция панели:

1 – ребра из досок $\delta = 40$ мм; 2 – обшивка из досок $\delta = 19$ мм;
3 – ребра сдвиговой жесткости из досок $\delta = 40$ мм; 4 – утеплитель

Конструирование узлов следует выполнять, отсчитывая радиус кривизны от центра до верхней грани арок, так чтобы кривизна оболочки была однородной.

7.3.7. Расчет несущей способности соединений в швах между оболочками и диафрагмами

В швах между панелями в арки забиты по 2 штыря диаметром 12 мм и эти участки замоноличены полимерцементным раствором. Торцевые ребра панелей прибиты к аркам тремя гвоздями K5×150. В угловых зонах оболочки расположены по 7 арматурных стержней, закрепленных к двум вклеенным стержням диаметром 25 мм каждый. Доски косого настила прибиты к аркам пятью гвоздями K4×120.

Для определения работы внутренних сил необходимо определить несущую способность всех соединений и величину сдвига от единичного вертикального перемещения в шельге.

Несущая способность штырей в швах между панелями. Общее количество штырей в приконтурном шве на четверти оболочки равно 31 (в силу симметрии конструкции и нагрузки расчет ведем для четверти оболочки).

$$T_{cm} = 0,35cd = 0,35 \cdot 10 \cdot 1,2 = 4,2 \text{ кН};$$

$$T_{uz2} = 1,8d^2 + 0,02d^2 = 1,8 \cdot 1,2^2 + 0,02 \cdot 6^2 = 2,71 \text{ кН}.$$

Для расчета принимаем меньшее из значений $T_{uz2} = 2,71 \text{ кН}$.

Считаем, что сдвигающие усилия воспринимаются штырями на длине $2/3 s$ от краев оболочки. При этом несущая способность всех штырей равна:

$$\sum T_{ш} = \frac{2}{3} n \cdot T_{uz2} = \frac{2}{3} \cdot 32 \cdot 2,71 = 57,86 \text{ кН}.$$

Несущая способность гвоздей крепления плит к аркам:

$$T_{cm} = \kappa_n ad = 0,65 \cdot 4 \cdot 0,5 = 1,3 \text{ кН};$$

$$T_{uz2} = 2,5d^2 + 0,01a^2 = 2,5 \cdot 0,5^2 + 0,01 \cdot 4^2 = 0,785 \text{ кН}.$$

Принимаем меньшее значение $T_{uz2} = 0,785 \text{ кН}$.

Суммарная несущая способность:

$$\sum T_{2d} = \frac{2}{3} n \cdot n_1 \cdot T_{uz2} = \frac{2}{3} \cdot 16 \cdot 3 \cdot 0,785 = 25,2 \text{ кН},$$

где n – количество элементов, n_1 – количество гвоздей в элементе.

Несущая способность стержней крестовой арматуры

$$2T_{cm} = 17,5 \text{ кН};$$

$$\sum T_a = 2T_{cm} \cdot 7 = 17,5 \cdot 7 = 122,5 \text{ кН}.$$

Несущая способность крестового настила:

$$T_{cm} = \kappa_n ad = 0,8 \cdot 2,5 \cdot 0,4 = 0,8 \text{ кН}.$$

$$T_{uz2} = 2,5 \cdot 0,4^2 + 0,01 \cdot 2,5^2 = 0,463 \text{ кН}.$$

$$\sum T_n = \frac{2}{3} n \cdot n_1 \cdot T_{uz2} = \frac{2}{3} \cdot 78 \cdot 5 \cdot 0,463 = 260,0 \text{ кН}.$$

Работа внутренних сил:

$$\begin{aligned} T &= (\sum T_{ш} + \sum T_{2d} + \sum T_a + \sum T_n) \cdot \Gamma = \\ &= (57,86 + 25,2 + 122,5 + 260,0) \cdot 0,3375 = 157 \text{ кНсм}. \end{aligned}$$

Величина перемещения Γ (сосредоточенный сдвиг) определена следующим образом.

Из рис. 7.5 по уравнению (4.6) находим:

$$(1050 - 1 + x)^2 + (2100 + x \cdot \operatorname{ctg} 0,9273) = 2347,87^2;$$

$$x = 0,27; \Gamma = x / \sin \alpha = 0,27 / 0,8 = 0,3375 \text{ см.}$$

Работа нагрузки. Объем эпюры перемещений определяем приближенно применяя коэффициент $K = 0,5$ к площади сечения эпюры, образуемой параллельным перемещением дуги оболочки вниз на единицу.

$$V = kA \cdot \frac{L_1}{2} = 0,5 \cdot \frac{4868}{2} \cdot \frac{1200}{2} = 730245 \text{ см}^3.$$

Теперь вычислим предельную нагрузку на 1 м^2 проекции оболочки:

$$q_{np} = \frac{T}{V} = \frac{157,12}{730245} = 0,000215 \frac{\text{кН}}{\text{см}^2} = 2,15 \frac{\text{кН}}{\text{м}^2} < 2,306 \frac{\text{кН}}{\text{м}^2}.$$

Необходимо увеличить несущую способность соединений. Видим, что наибольший эффект дают соединения досок косога настила с арками. Увеличим количество гвоздей, забиваемых в каждую доску, до 8, тогда:

$$\sum T_n = \frac{2}{3} \cdot 78 \cdot 8 \cdot 0,463 = 416,0 \text{ кНсм.}$$

$$T = 209,8 \text{ кНсм; } q_{np} = \frac{T}{V} = \frac{209,8}{730245} = 0,000287 \frac{\text{кН}}{\text{см}^2} = 2,87 \frac{\text{кН}}{\text{м}^2} > 2,306 \frac{\text{кН}}{\text{м}^2}.$$

Теперь несущая способность соединений достаточна и обеспечивает необходимую прочность всей конструкции.

Следует учитывать, что малое перемещение, задаваемое для вычисления работы нагрузки, отсчитывается от начала пластических деформаций, т.е. в момент, предшествующий превращению конструкций в кинематический механизм (разрушению).

7.4. Расчет длинных цилиндрических оболочек

Перед началом расчета необходимо назначить основные размеры оболочки, руководствуясь данными п. 7.1.

Расчет оболочки состоит из двух этапов: на первом этапе проверяется прочность нормальных сечений оболочки. В качестве расчетной схемы принимается балка, шарнирно опертая по концам.

Сечение балки фигурное, составное. Криволинейная часть сечения состоит из цельной древесины с креплением к ребрам гвоздями, а бортовые элементы – из клееной древесины. Для расчета все элементы сечения необходимо привести к одному материалу. Погонная нагрузка на расчетную схему собирается с полосы единичной ширины длиной, равной ширине оболочки [8, 18].

На втором этапе определяются сдвигающие усилия в местах присоединения оболочки к бортовым элементам и диафрагмам. В этих местах располагаются детали крепления настила и ребер оболочки к контурным элементам. Прочностью и податливостью соединений определяются прочность и деформативность всей конструкции.

Теоретические предпосылки расчета заключаются в следующем.

Суммарный момент сжимающих усилий в оболочке относительно центра окружности (рис. 7.13):

$$R_c \delta r^2 \int_0^{\theta_p} \cos \alpha \, d\alpha = R_c \delta r^2 \sin \theta_p. \quad (7.43)$$

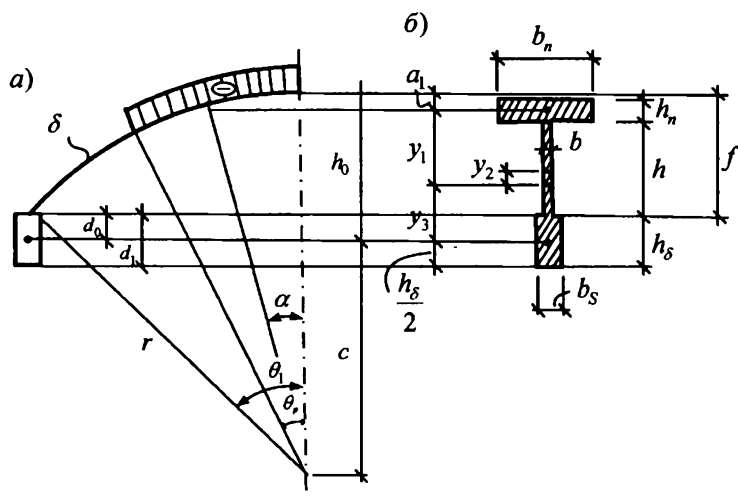


Рис. 7.13. К расчету длинной цилиндрической оболочки:

a – геометрическая схема; *б* – схема приведенного сечения

Величину θ_p , характеризующую размеры сжатой зоны, можно получить, решая совместно уравнение равновесия моментов внешних и внутренних сил относительно центра окружности и уравнение равновесия продольных сил.

$$M_p = 2(R_c \delta r^2 \sin \theta_p - c F \delta R_p); \quad (7.44)$$

$$R_c \delta r \theta_p = R_\delta F_\delta,$$

$$\text{здесь } M_p = q_n L_1^2 / 8, \quad (7.45)$$

где q_n – погонная нагрузка на расчетную схему оболочки в виде шарнирно опертой балки.

Решение системы (7.44) дает:

$$\sin \theta_p - n \theta_p - m = 0, \quad (7.46)$$

$$\text{где } m = \frac{M_p}{2 R_c \delta r^2} \quad \text{и} \quad n = \frac{c}{r}. \quad (7.47)$$

Если приближенно принять, что $\sin \theta_p = \theta_p$, это правомерно прежде всего для пологих оболочек, то:

$$\theta_p = \frac{M_p}{2 R_c \delta r (r - c)}. \quad (7.48)$$

Требуемая ширина сжатой зоны оболочки при условии, что нейтральная ось находится выше бортовых элементов определяется так:

$$y_1 = \Theta_p \cdot r \cdot 2. \quad (7.49)$$

Принимаем, что растягивающие усилия воспринимаются только бортовыми элементами, а по величине эти растягивающие усилия равны сжимающим:

$$N_\delta = y_1 \delta R_c. \quad (7.50)$$

Отсюда может быть предварительно определена требуемая площадь сечения бортового элемента:

$$A_\delta = N_\delta / R_p. \quad (7.51)$$

Расчет диафрагм и приконтурных зон оболочки на сдвигающие усилия производят по упругой стадии работы.

Сдвигающие усилия на криволинейном контуре круговых оболочек определяют по формуле, аналогичной известной формуле Журавского:

$$S = \frac{Q \cdot r^2 \cdot \delta}{I} (\sin \alpha - \eta \alpha), \quad (7.52)$$

где $\eta = (r - x)/r$; $r_2 \delta (\sin \alpha - \eta \alpha)$ – статический момент половины отсеченной части оболочки с центральным углом α , z – расстояние от

центра тяжести сечения оболочки до шельги.

$$x = z + z_1, \quad (7.53)$$

$$z = r \left(1 - \frac{\sin \theta_1}{\theta_1} \right). \quad (7.54)$$

$\delta = \delta_\delta + \delta_p$ – приведенная толщина оболочки;

$\delta_\delta = \frac{\sum T_u}{2R_c b_\delta}$ – приведенная по несущей способности гвоздей тол-

щина досок настила;

$\delta_p = \frac{\sum A_p}{2\theta_1 r}$ – приведенная («размазанная» по поверхности обо-

лочки толщина продольных ребер (распорок)). (7.55)

$\sum T_u$ – суммарная минимальная несущая способность гвоздей для крепления настила к каркасу оболочки;

R_c – расчетное сопротивление древесины досок сжатию;

b_δ – ширина доски;

$\sum A_p$ – суммарная площадь сечения продольных ребер (распорок) оболочки.

Остальные обозначения см. ниже.

Момент инерции I оболочки вычисляется по формуле:

$$I = I_0 + A_0 \cdot a_0^2 + I_\delta + A_\delta a_\delta^2, \quad (7.56)$$

где I_0 и I_δ – соответственно моменты инерции оболочки и бортового элемента относительно собственных осей,

F_0 и F_δ ; a_0 и a_b – площади поперечного сечения собственно оболочки и бортового элемента и расстояния между осями, проходящими через центр тяжести оболочки и бортового элемента и осями, проходящими через центр тяжести всей конструкции.

Приведем формулы для определения этих величин:

$$I_0 = r^3 \delta \left(\theta_1 + \sin \theta_1 \cos \theta_1 - 2 \frac{\sin^2 \theta_1}{\theta_1} \right); \quad (7.57)$$

$$a_0 = z_1 = \frac{A_\delta z_3}{\theta_1 r \delta + F_\delta}; \quad (7.58)$$

$$z_3 = f - z + \frac{d_1}{2}; \quad (7.59)$$

$$a_\delta = z_2 = z_3 - z_1; \quad (7.60)$$

$$f = r - \sqrt{r^2 - d^2}. \quad (7.61)$$

Обозначения показаны на рис. 7.14.

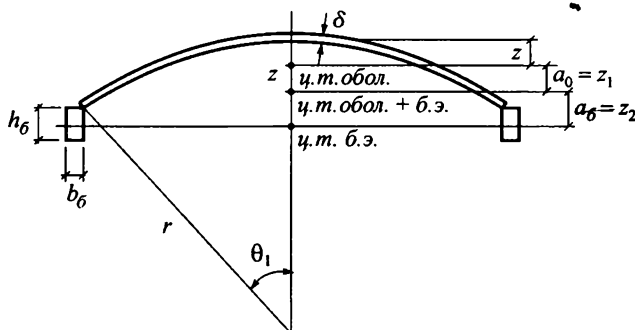


Рис. 7.14. К вычислению момента инерции оболочки

Сдвигающие усилия вдоль прямолинейного бортового элемента:

$$S = \frac{Qr^2\delta}{J}(\sin\theta_1 - \eta\theta_1). \quad (7.62)$$

Полученные сдвигающие усилия имеют размерность кН/п.м., поэтому для определения расчетных усилий и площади сечения металлических элементов для их восприятия необходимо вычислить площадь эпюры путем интегрирования или суммирования площадей по участкам эпюры. Требуемая площадь сечения F_a стержней и полос в угловых зонах оболочки определяется по формуле:

$$A_a = \sum S/R, \quad (7.63)$$

где $\sum S$ – расчетное сдвигающее усилие, R – расчетное сопротивление стали на растяжение.

Следует проверять упругое удлинение стержней под нагрузкой и, в случае необходимости, ограничивать деформации путем увеличения сечения полос.

7.5. Пример расчета и конструирования длинной цилиндрической оболочки

Требуется спроектировать длинную цилиндрическую оболочку размерами 12×18 м для отдельно стоящего здания спортзала. Район строительства Московская область.

7.5.1. Предварительное определение сечений оболочки

Стрела подъема оболочки $f = L_1/8 = 18/8 = 2,25$ м.

Высота сечения бортового элемента при двух монтажных стойках в пролете L_1 .

$$h_6 = l_1/8 = 6/8 = 0,75 \text{ м.}$$

Высота сечения арок-ребер $h_a = L_1/60 = 12/60 = 0,2$ м.

Стрела подъема арки $f_a = L_1/8 - h_6/2 = 2,25 - 0,32 = 1,93$ м.

Для расчета принимаем $f_a = 2,0$ м, тогда уточненная стрела подъема оболочки:

$$f_{об} = f_a + h_6/2 = 2,0 + 0,32 = 2,32 \text{ м.}$$

Высоту сечения диафрагм предварительно назначаем равной 50 см ($1/24 L_2$). Принимаем одинарный настил оболочки толщиной $\delta = 3,0$ см. Доски располагаются вдоль прямолинейных образующих. Шаг арок из условия обеспечения жесткости настила принимаем равным 1,5 м.

Принимаем 2 ряда распорок (продольных ребер) высотой сечения $h_p = 15$ см. Принимаем ширину сечения всех клееных элементов каркаса оболочки, равной 13 см.

Располагаем в каждом углу оболочки по 4 металлических полосы с шагом 1,5 м вдоль диафрагм и бортовых элементов.

7.5.2. Сбор нагрузок на оболочку

1. Снеговая нагрузка согласно СНиП 2.01.07-85 «Нагрузки и воздействия» получается несимметричной. В целях упрощения расчета примем нагрузку равномерно распределенной по проекции оболочки с коэффициентом $\mu_1 = 1$, т.е. $q = 1 \text{ кН/м}^2$.
2. Нагрузка от собственного веса конструкций, утеплителя и кровли по результатам подсчета, аналогичного п. 7.3, получилась равной $1,4 \text{ кН/м}^2$.

7.5.3. Определение геометрических характеристик оболочки

(Размеры принимаем в м).

Радиус кривизны оси арок:

$$r_a = \frac{f^2 + (L_2/2)^2}{2f} = \frac{2^2 + 6^2}{2 \cdot 2} = 10 \text{ м.}$$

Поскольку оси арок и диафрагм не совпадают, геометрические расчеты следует вести по верхней грани арок и диафрагм, на которые укладывается настил. Тогда $r = r_a + h_a/2 = 10,1$ м. Вычисляем момент инерции всей конструкции по формулам (7.57)...(7.61).

$$\sin \theta_1 = \frac{L_2/2}{r} = \frac{6}{10,1} = 0,594; \quad \theta_1 = 0,6361; \quad \cos \theta_1 = 0,80442;$$

$$z = 10,1 \left(1 - \frac{0,594}{0,6361} \right) = 0,6685 \text{ м}; \quad z_3 = 2 - 0,6685 + 0,375 = 1,7065.$$

Суммарная приведенная толщина оболочки для вычисления I и z_1 :

$$\delta = \delta_o + \delta_p = 0,19 + 0,455 = 0,645 \text{ см} = 0,00645 \text{ м};$$

$$\delta_p = F_p/B = 13 \cdot 15/429 = 0,455 \text{ см}.$$

B – шаг распорок по дуге.

$$a_o = z_1 = \frac{0,75 \cdot 0,13 \cdot 1,7065}{0,6361 \cdot 10,1 \cdot 0,00645 + 0,75 \cdot 0,13} = 1,1974 \text{ м};$$

$$a_6 = z_2 = 1,70 \cdot 65 - 1,19 \cdot 74 = 0,5091 \text{ м};$$

$$I = 10,1^3 \cdot 0,00645 \left(0,6361 + 0,594 \cdot 0,80442 - 2 \cdot \frac{0,594}{0,6361} \right) = 0,030255 \text{ м}^4;$$

$$A_o a_o^2 = \delta r \theta_1 z_1^2 = 0,00645 \cdot 10,1 \cdot 0,6361 \cdot 1,1974^2 = 0,059413 \text{ м}^4;$$

$$I_6 = \frac{bh^3}{12} = \frac{0,13 \cdot 0,75^3}{12} = 0,00457 \text{ м}^4;$$

$$A_6 a_6^2 = 0,13 \cdot 0,75 \cdot 0,5091^2 = 0,0252729 \text{ м}^4;$$

$$\sum I = 0,030255 + 0,059413 + 0,00457 + 0,0252729 = 0,119511 \text{ м}^4.$$

Расчет оболочки на прочность по нормальным усилиям:

$$M_p = \frac{ql^2}{8} = \frac{2,4 \cdot 12 \cdot 18^2}{8} = 1166,4 \text{ кНм};$$

$$\theta_p = \frac{M_p}{2R_c \delta r(r-c)} = \frac{1166,4}{2 \cdot 13000 \cdot 0,00645 \cdot 10,1 \cdot 2,375} = 0,2899;$$

$$c = r - \left(f - \frac{d_1}{2} \right) = 10,1 - \left(2 + \frac{0,75}{2} \right) = 7,725 \text{ м}; \quad (\text{см. рис. 7.11})$$

$$r - c = 10,1 - 7,725 = 2,375;$$

$$R_c = 13000 \text{ кН/м}^2.$$

$\theta_1 = 0,6361 > \theta_p = 0,2899$, т.е. сжатая зона находится в пределах оболочки.

Требуемая ширина сжатой зоны:

$$y_1 = \theta_p \cdot r \cdot 2 = 0,2899 \cdot 10,1 \cdot 2 = 5,856 \text{ м.}$$

Принимаем, что растягивающие усилия воспринимаются только бортовыми элементами, а по величине эти растягивающие усилия равны сжимающим. Тогда:

$$N_6 = y_1 \cdot \delta \cdot R_c = 756 \cdot 0,645 \cdot 1,30 = 633,54 \text{ кН.}$$

Требуемая площадь сечения бортового элемента:

$$A_6 = \frac{N_6}{R_p} = \frac{633,5}{1} = 633,5 \text{ см}^2, \quad (7.64)$$

т.е. площадь сечения бортового элемента достаточна.

Проверим конструкцию по прогибам. Для этого определим приведенное сечение оболочки в виде двутавровой балки (см. рис. 7.13б).

Геометрические характеристики приведенного сечения определяются следующим образом:

$$b_n = 2r\theta_p = 2 \cdot 10,1 \cdot 0,2899 = 5,856 \text{ м}, \quad (7.65)$$

$h_n = \delta$ – приведенной толщине оболочки.

$$b = \frac{2\delta}{\sin \frac{\theta_p + \theta_1}{2}} = \frac{2 \cdot 0,00645}{\sin \frac{0,2899 + 0,6361}{2}} = 0,02888 \text{ м}; \quad (7.66)$$

$$h = f - a_1 - \frac{\delta}{2} = 2,0 - 0,6685 - \frac{0,00645}{2} = 1,3283 \text{ м}. \quad (7.67)$$

Момент инерции приведенного сечения:

$$I_{np} = I_1 + I_2 + I_3 + A_1 y_1^2 + A_2 y_2^2 + A_3 y_3^2. \quad (7.68)$$

где y_1, y_2, y_3 – см. на рис. 7.13. Индексы 1, 2, 3 указывают на принадлежность характеристики соответственно к верхней полке, стенке и нижней полке приведенного сечения.

$$I_1 = \frac{b_n h_n^3}{12} = \frac{5,856 \cdot 0,00645^3}{12} = 1,3095 \cdot 10^{-7} \text{ м}^4; \quad (7.69)$$

$$I_2 = \frac{bh^3}{12} = \frac{0,02888 \cdot 1,3283^3}{12} = 5,6403 \cdot 10^{-3} \text{ м}^4; \quad (7.70)$$

$$I_3 = \frac{b_6 h_6^3}{12} = \frac{0,13 \cdot 0,75^3}{12} = 4,5703 \cdot 10^{-3} \text{ м}^4. \quad (7.71)$$

Определяем положение центра тяжести приведенного сечения:

$$y_0 = \frac{S}{\sum A_i};$$

$$S = \sum A_i a_i = 5,586 \cdot 0,00645 \cdot \left(0,75 + 1,3283 + \frac{0,00645}{2} \right) + 0,02888 \times$$

$$\times 1,3283 \cdot \left(\frac{1,3283}{2} + 0,75 \right) + 0,13 \cdot 0,75 \cdot \frac{0,75}{2} = 0,1694 \text{ м}^3;$$

$$\sum A_i = 5,856 \cdot 0,00645 + 0,02888 \cdot 1,3283 + 0,13 \cdot 0,75 = 0,1736 \text{ м}^2;$$

$$y_0 = \frac{0,1694}{0,1736} = 0,9756 \text{ м};$$

$$y_1 = f + h_6 - \frac{h_n}{2} - y_0 = 2,0 + 0,75 - \frac{0,00645}{2} - 0,9756 = 1,7712 \text{ м}; \quad (7.72)$$

$$y_2 = \frac{h}{2} + h_6 - y_0 = \frac{1,3283}{2} + 0,75 - 0,9756 = 0,4386 \text{ м}; \quad (7.73)$$

$$y_3 = y_0 - \frac{h_6}{2} = 0,9756 - \frac{0,75}{2} = 0,6006 \text{ м}; \quad (7.74)$$

$$I_{np} = 1,3095 \cdot 10^{-7} + 5,6403 \cdot 10^{-3} + 4,5703 \cdot 10^{-3} + 5,856 \cdot 0,00645 \cdot 1,7712^2 +$$

$$+ 0,0288 \cdot 1,3283 \cdot 0,4386^2 + 0,13 \cdot 0,75 \cdot 0,6006^2 = 0,17125 \text{ м}^4.$$

Определяем максимальный теоретический прогиб оболочки от нормативной нагрузки:

$$f_{\max} = \frac{5}{384} \cdot \frac{ql^4}{EI k_m} = \frac{5 \cdot 13,08 \cdot 18^4}{384 \cdot 10^7 \cdot 0,17125 \cdot 0,7} = 0,015 \text{ м} = 1,5 \text{ см} < 6,0 \text{ см} = \frac{L_2}{300}.$$

где k_m – редуccionный коэффициент жесткости составного сечения.

Принятое сечение оболочки удовлетворяет требованиям СНиП II-25-80 по жесткости на изгиб.

Здесь $q = (1,4/1,1 \cdot 1,00)6 = 13,08$ кН/м.п. – погонная нормативная нагрузка на половину оболочки. Необходимо проверить жесткость бортовых элементов в монтажном состоянии, когда конструкция еще не работает по пространственной схеме $q = 1,4/1,1 = 7,636$ кН/м.п.;

$$I_3 = \frac{b_6 h_6^3}{12} = 0,00457 \text{ м}^4. \quad f_{\max} = \frac{5 \cdot 7,636 \cdot 18^4}{384 \cdot 10^7 \cdot 0,00457} = 0,228 \text{ м} > 0,06 \text{ м}.$$

Это значит, что на период монтажа необходимо установить временные стойки под бортовые элементы. При одной стойке в середине пролета максимальный прогиб будет:

$$f_{\max} = \frac{5 \cdot 7,636 \cdot 9^4}{384 \cdot 10^7 \cdot 0,00457} = 0,014 \text{ м} > 0,06 \text{ м}.$$

Одной временной стойки под каждым бортовым элементом в середине пролета будет достаточно.

7.5.4. Расчет оболочки и соединений ее элементов на сдвигающие усилия

Вычисляем сдвигающие усилия вдоль прямолинейного контура:

$$S = Q \frac{r^2 \delta}{I} (\sin \theta_1 - \eta \theta_1). \quad (7.75)$$

В этой формуле переменной величиной является только Q .

Выражение $r^2 \delta (\sin \theta_1 - \eta \theta_1)$ – это статический момент отсеченной части оболочки с центральным углом θ_1 .

$$\Delta Q = (P_1 + qr\theta_1 + gr \sin \theta_1) \quad (7.76)$$

– общее выражение для нагрузки, приходящейся на половину сечения единичной полоски оболочки.

Вычислим постоянный множитель:

$$k = \frac{r^2 \delta}{I} (\sin \theta_1 - \eta \theta_1) = \frac{10,1^2 \cdot 0,00645}{0,119511} (0,594 - 0,81526 \cdot 0,6361) = 0,41519.$$

Вычисляем нагрузку на 1 п.м. бортового элемента:

$$q_n = qr\theta_1 + gr \sin \theta_1 = 140 \cdot 10,1 \cdot 0,6361 + 100 \cdot 10,1 \cdot 0,594 = 1499,4 \text{ кгс} = 15,0 \text{ кН/м},$$

где q – собственный вес 1 м^2 оболочки, g – снеговая нагрузка на 1 м^2 проекции оболочки.

На рис. 7.15 показаны нагрузки (а, б), эпюры поперечных сил (в) и сдвигающих усилий (г) вдоль бортового элемента.

Поскольку эпюра S линейна, суммарное сдвигающее усилие в каждой угловой зоне равно площади треугольника:

$$\sum S = \frac{1}{2} L_1 \frac{1}{2} S_{\max} = \frac{18 \cdot 56,05}{4} = 252,23 \text{ кН}.$$

Вычисляем S по криволинейному контуру. Разбиваем диафрагму на участки (рис. 7.13д).

Вычисление S для этих участков сведены в табл. 7.3 при постоянном множителе:

$$k = Qr^2 \delta / I = 135,0 \cdot 10,1^2 \cdot 0,00645 / 0,119511 = 743,24 \text{ кН/м}.$$

Таблица 7.3

Угол		η	Q	ΣI	S , кН/м.п.
π/n	рад				
$\pi/12$	0,261799	0,81526	135,0	0,119511	33,73
$\pi/10$	0,314159				39,31
$\pi/8$	0,392699				46,48
$\pi/6$	0,523599				54,35
θ_1	0,6361				5609

Суммирование эпюры S по криволинейному контуру выполнено приближенно путем замены криволинейных трапеций на участках эпюры прямолинейными:

$$S_1 = 1/2 \cdot 2,644 \cdot 33,73 = 44,59 \text{ кН};$$

$$S_2 = 1/2 \cdot 0,529(33,73 + 39,31) = 19,32 \text{ кН};$$

$$S_3 = 1/2 \cdot 0,793(39,31 + 46,48) = 34,02 \text{ кН};$$

$$S_4 = 1/2 \cdot 1,322 \cdot (46,48 + 54,35) = 66,65 \text{ кН};$$

$$S_5 = 1/2 \cdot 1,136 \cdot (54,35 + 56,08) = 62,74 \text{ кН};$$

$$\sum S_g = 227,32 \text{ кН}.$$

Это усилие получилось меньшим, чем вдоль бортового элемента. Подбор сечения металлических полос в угловых зонах будем производить по максимальному усилию:

$$\sum S_{6,3} = 252,23 \text{ кН}.$$

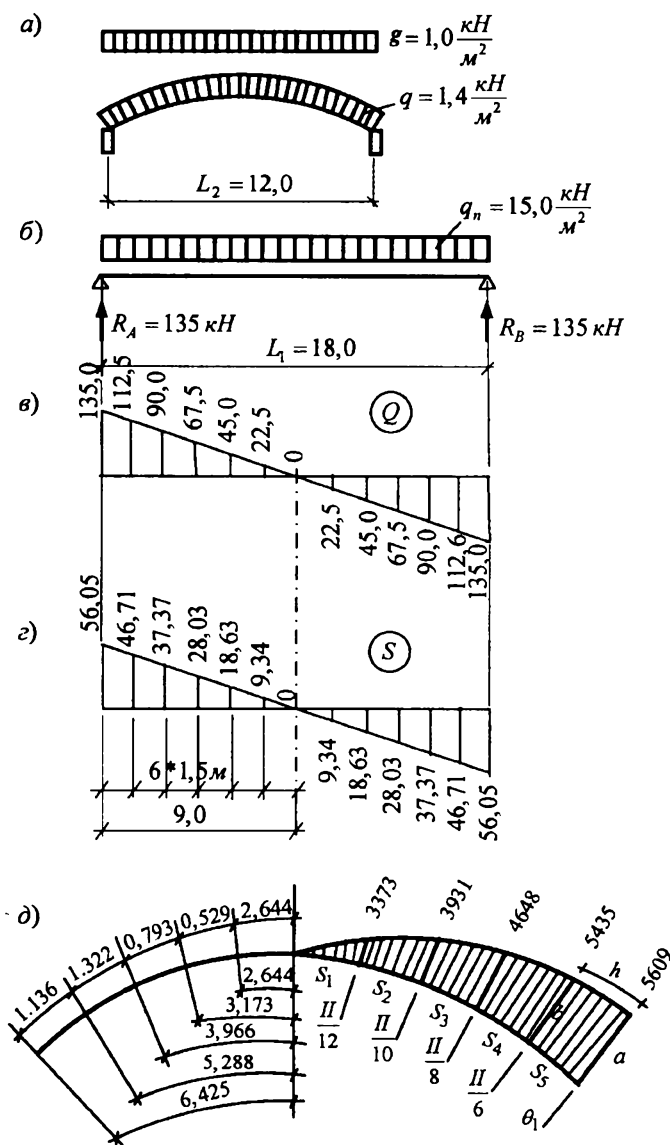


Рис. 7.15. Результаты расчета длинной цилиндрической оболочки:
 а – нагрузка на 1 м² проекции (g – снеговая) и поверхности (q – постоянная) оболочки, б – суммарная погонная нагрузка на балочную расчетную схему, в – эпюры поперечных сил (кН), г – эпюры сдвигающих сил вдоль прямолинейного контура (кН/м), д – эпюры сдвигающих сил вдоль криволинейного контура (кН/м)

Подбор сечения полос в угловых зонах оболочки.

Требуемое сечение металлических полос из стали с расчетным сопротивлением $R = 21,00 \text{ кН/см}^2$ (210,0 МПа):

$$A_{mp} = \frac{\sum S}{R} = \frac{252,3}{21,00} = 12,0 \text{ см}^2.$$

Принимаем 4 полосы сечением $5 \times 60 \text{ мм}$ $A_{пол} = 3 \text{ см}^2$. Суммарная площадь сечения $\sum A_{пол} = 12 \text{ см}^2$, по прочности достаточно. Проверим удлинение. Наибольшая длина полосы $l = 6 \cdot 1,2 / \cos 45^\circ = 6 \cdot 1,2 / 0,7071 = 10,18 \text{ м}$. 1,2 – коэффициент, учитывающий увеличение длины полосы из-за кривизны оболочки. Определяем удлинение полосы при заданной нагрузке:

$$\Delta = \frac{\sigma}{E} \cdot l = \frac{210,2}{2,1 \cdot 10^6} \cdot 1018 = 1,02 \text{ см};$$

$$\sigma = N/A = 252,13/12 = 21,02 \text{ кН/см}^2 \text{ (210,2 МПа)}.$$

Удлинение велико. Примем 5 полос того же сечения $\sum A_{пол} = 15 \text{ см}^2$. Теперь удлинение Δ самой длинной полосы при:

$$\sigma = 252,13/15 = 16,82 \text{ кН/см}^2 \text{ (168,2 МПа)}.$$

$$\Delta = \frac{16,82}{2,1 \cdot 10^6} \cdot 10,18 = 0,82 \text{ см}.$$

Такое перемещение можно допустить.

Проектируем анкерные детали для полос.

Усилие на 1 полосу:

$$N_{пол} = \frac{\sum S}{n_{пол}} = \frac{252,23}{5} = 50,45 \text{ кН}.$$

Усилие на анкерную деталь из плоскости бортового элемента:

$$N_{a.d} = N_{пол} \cdot \cos 45^\circ = 50,45 \cdot 0,7071 = 3,57 \text{ кН}.$$

Принимаем предварительно конструкцию анкерной детали, показанную на рис. 7.16.

Установка наклонно вклеенных стержней по концам анкерной детали позволяет уменьшить податливость соединения вдоль волокон.

Экспериментально в ЦНИИСК им. Кучеренко (С.Б. Турковский, Е.В. Лукьянов) показано, что при стержнях диаметром 20 А-300 и

нагрузке 135 кН перемещение вдоль волокон составило 0,6 мм. При нашей нагрузке 35,7 кН перемещение будет равно 0,16 мм.

Из плоскости бортового элемента несущая способность вклеенных стержней подсчитывается как для нагелей.

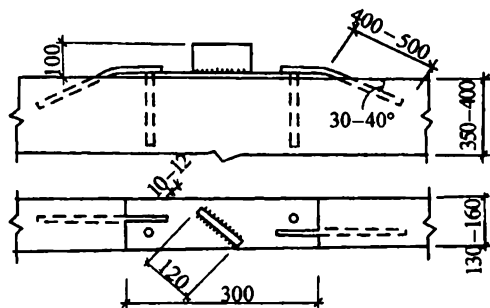


Рис. 7.16. Конструкция анкерной детали для крепления арматуры угловых зон

Определяем несущую способность анкерной детали из плоскости бортового элемента. Имеем для восприятия нагрузки 35,7 кН 4 стержня диаметром 20 мм из арматурной стали класса А-300.

Несущая способность стержня [19, 22]:

- на смятие древесины $T_{см} = 0,35cdk_{\alpha} = 0,35 \cdot 10 \cdot 2 \cdot 0,55 = 3,85$ кН, где $k_{\alpha} = 0,55$, $c = 10$ см, т.к. принято, что смятие древесины происходит на участке стержня глубиной 10 см;
- на изгиб стержня $T_u = 4d^2 = 4 \cdot 2^2 = 16,0$ кН.

Несущая способность соединения по смятию древесины поперек волокон:

$$4T_{см} = 3,85 \cdot 4 = 15,40 \text{ кН} < 35,67 \text{ кН}.$$

Видим, что такой анкеровки детали нехватает для восприятия действующего усилия, поэтому придется часть усилия передать на пластину по боковой грани бортового элемента.

На усилие

$$N = 35,67 - 15,40 = 20,27 \text{ кН},$$

при расчетном сопротивлении смятию древесины поперек волокон $R_{см} = 3,0$ МПа требуется площадь пластины:

$$A_{тр} = N/R_{см} = 20,27/0,30 = 67,6 \text{ см}^2.$$

Опускаем пластину вниз по боковой грани на 12 см и считаем, что давление от нее на древесину распределяется по эпюре в виде треугольника, тогда ее ширина будет:

$$b = 67,6 \cdot 2 / 12 = 11,26 \text{ см} \approx 12 \text{ см}.$$

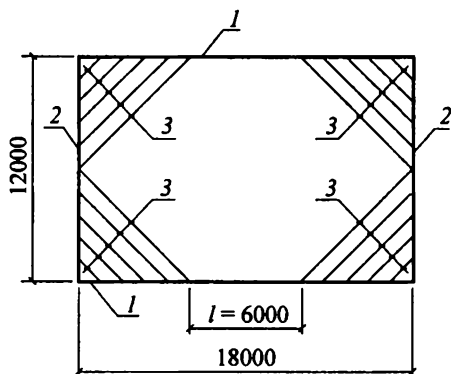


Рис. 7.17. К проверке горизонтальных перемещений бортового элемента из плоскости:

1 – бортовой элемент; 2 – диафрагма;
3 – металлические полосы

Нужно обеспечить плотное прилегание этой полосы к древесине. Поэтому в проекте должно быть указание о сварке металлической детали по шаблону. В нижней части пластины необходимо предусмотреть отверстия для крепления пластины к бортовому элементу гвоздями.

Проверка горизонтальных перемещений бортового элемента между закреплениями угловой арматурой из плоскости (рис. 7.17).

Расстояние между последними стержнями 6 м. На этот участок передаются распоры от 3 арок. Распор равен:

$$H = \frac{bql^2}{8f} = \frac{1,5 \cdot 2,4 \cdot 12^2}{8 \cdot 2} = 32,4 \text{ кН}, \quad b - \text{ шаг арок}.$$

$$\text{Опорные реакции } R_A = R_B = 3H/2 = 48,6 \text{ кН}.$$

$$M_{\max} = R_A \cdot 3 - H \cdot 1,5 = 48,6 \cdot 3 - 32,4 \cdot 1,5 = 97,2 \text{ кН}.$$

$$f = \frac{5}{385} \cdot \frac{ql^4}{EI} = \frac{5 \cdot 0,162 \cdot 600^4}{384 \cdot 10^3 \cdot 13731} = 19,9 \text{ см},$$

где

$$I = \frac{h_b b_b^3}{12} = \frac{0,73 \cdot 0,13^3}{12} = 0,00013731 \text{ м}^4 = 13731 \text{ см}^4;$$

$$E = 10000 \text{ МПа} = 10^3 \text{ кН/см}^2;$$

$$q = \frac{3H}{l} = 3 \cdot \frac{32,4}{6} = 16,2 \text{ кН/м} = 0,162 \text{ кН/см}.$$

Это значительно больше допускаемого $1/250$ пролета. Поэтому необходимо предусмотреть конструкции, обеспечивающие жесткость бортовых элементов из плоскости. Эти конструкции могут быть запроектированы в виде козырьков-карнизов или ферм, обращенных внутрь здания. Наиболее рационально решается передача распоров от бортовых элементов на диски покрытий пристроенных помещений, например, в спортивных зданиях. Подробные расчеты и конструирование их здесь не приводятся.

7.5.5. Расчет диафрагмы на сдвигающие усилия

Расчетная схема диафрагмы показана на рис. 7.18.

Сдвигающие усилия заменяем сосредоточенными силами, которые раскладываются на горизонтальную и вертикальную составляющие.

Расчет диафрагмы производится аналогично диафрагме короткой цилиндрической оболочки (см. п. 7.3), т.е. определяются балочные внутренние усилия M^0 , Q^0 , N^0 от полученных нагрузок, перемещения в основной

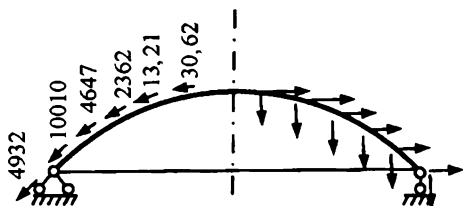


Рис. 7.18. Расчетная схема диафрагмы длинной цилиндрической оболочки

системе, определяются внутренние усилия M , Q , N в статически неопределимой арке и выполняется проверка принятых сечений согласно п.п. 7.3.4. – 7.3.5.

7.6. Техничко-экономический анализ запроектированной конструкции

Проведем сравнение по расходу материалов рассмотренной выше конструкции оболочки размерами в плане 12×18 м и плоскостной конструкции подобной геометрии.

Расход древесины. Бортовая (подстропильная) балка должна иметь высоту сечения $1/10 L_1 = 1,8$ м. В оболочке имеем высоту сечения бортового элемента $0,75$ м.

Экономия составляет $V_{б.э.} = L_1(h_{п.к.} - h_{об}) \cdot b = 18(1,8 - 0,75) \cdot 0,13 = 2,46 \text{ м}^3$ на один элемент. Индексы *п.к.* и *об.* означают плоскостная конструкция и оболочка.

Арки в плоскостной конструкции на пределе пологости должны иметь высоту сечения $1/40 L_2 = 1200/40 = 30$ см, в оболочке принято

20 см. Экономия по объему древесины на 1 арку $V_a = l_{\text{дуги}}(h_{\text{п.к.}} h_{\text{об}}) \cdot b = 0,1 \cdot 0,13 \cdot 12,87 = 0,167 \text{ м}^3$. Экономия древесины на оболочку:

$$V_{\text{б.э.}} n + V_a n = 2,46 \cdot 2 + 0,167 \cdot 11 = 6,76 \text{ м}^3.$$

Расход металла. При плоскостном решении каждая арка должна иметь затяжку для восприятия усилия 21,6 кН с двойным запасом прочности для ограничения деформаций от вытяжки затяжки.

Требуемая площадь сечения:

$$A_{\text{тп}} = \frac{2N}{R_{\text{см}}} = \frac{2 \cdot 21,6}{0,27} = 1,6 \text{ см}^2 \text{ (}\varnothing 16 \text{ А-300)}.$$

С учетом уменьшения сечения из-за резьбы для крепления затяжки, увеличиваем сечение стержня на 4 мм и принимаем 1Ø20 А-300, $F = 3,142 \text{ см}^2$.

Вес всех затяжек при весе 1 п.м. $P = 24,66 \text{ Н}$:

$$P_3 = p l_3 n = 24,66 \cdot 12,5 \cdot 13 = 4,0 \text{ кН}.$$

Расход металла на оболочку складывается из расхода металла на полосы в угловых зонах и расхода на затяжки диафрагм.

Средняя длина полос равна половине самой длинной $10,18/2 = 5,09 \text{ м}$.

Вес металла на полосы:

$$P_n = b h l n = 6,0 \cdot 0,5 \cdot 509 \cdot 7,8 \cdot 20 = 238212 = 2,38 \text{ кН}.$$

Вес металла на затяжки диафрагм 2Ø40, $l = 12,5 \text{ м}$.

$$P_\delta = \frac{\pi d^2}{4} l \cdot n \cdot \gamma = \frac{3,14 \cdot 4^2}{4} 1250 \cdot 2 \cdot 7,8 = 244920 \text{ г} = 2,45 \text{ кН}.$$

Всего металла на оболочку $P_n + P_\delta = 2,38 + 2,45 = 4,83 \text{ кН} > 4,0$, т.е. несколько превышает расход металла на плоскостную конструкцию.

Итак, по древесине имеем экономию $6,76 \text{ м}^3$, по металлу имеем перерасход $0,83 \text{ кН}$.

8. ПОЛОГИЕ ОБОЛОЧКИ ДВОЯКОЙ КРИВИЗНЫ ИЗ КЛЕЕНОЙ И ЦЕЛЬНОЙ ДРЕВЕСИНЫ

8.1. Конструктивные решения оболочек двоякой кривизны

Оболочки двоякой положительной кривизны удобно проектировать очерченными по поверхности переноса. При этом конструкция образуется системой ребер из клееной древесины и настилом или панелями, закрепляемыми к ребрам. Настилы могут устраиваться из досок, а панели – из фанеры, других плитных материалов или из плит на деревянном каркасе. Примером такой оболочки может служить конструкция покрытия цеха щитового паркета в г. Волоколамске (рис. 8.1) [11, 23].

Оболочка может быть квадратной или прямоугольной в плане. Клееные ребра располагаются вдоль линий, параллельных сторонам

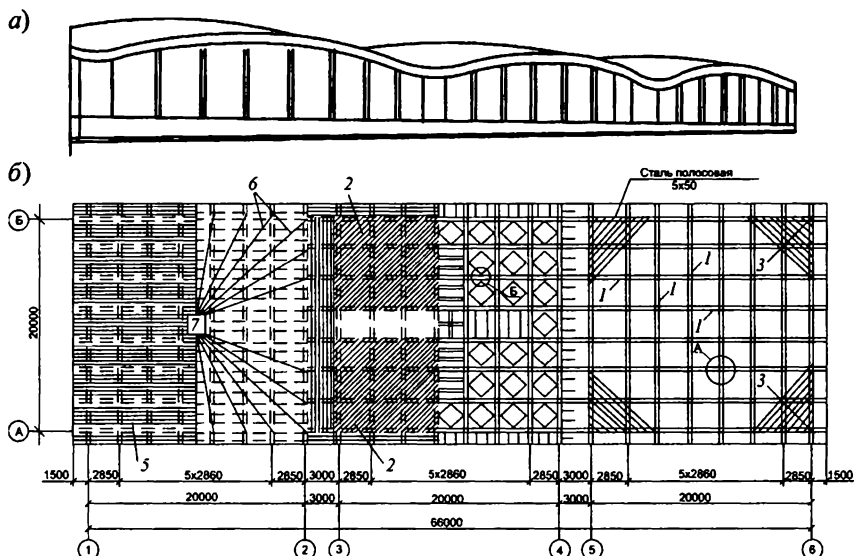


Рис. 8.1. Производственное здание с покрытием из трех оболочек двоякой кривизны размерами 20×20 м каждая (а); схема устройства покрытия (план) (б):

1 – ребра из клееной древесины; 2 – несущий настил оболочки $b = 30$ мм; 3 – металлические стержни; 4 – ребра из досок, образующие ячейки для утеплителя; 5 – настил под рулонную кровлю $b = 25$ мм; 6 – линии продухов для вентиляции утеплителя; 7 – дефлектор

плана. Ребра одного направления представляют собой клееные арки, снабженные затяжками на период монтажа. Ребра другого, ортогонального, направления образуются отрезками тех же арок, соединяемыми с арками, так чтобы их верхние поверхности в узлах совпадали. К системе ребер относятся также контурные элементы, которые могут быть устроены в виде криволинейных брусьев, уложенных на колонны, в виде арок с затяжками или в виде ферм. Узлы крепления ребер между собой или к контурным элементам показаны на рис. 8.2.

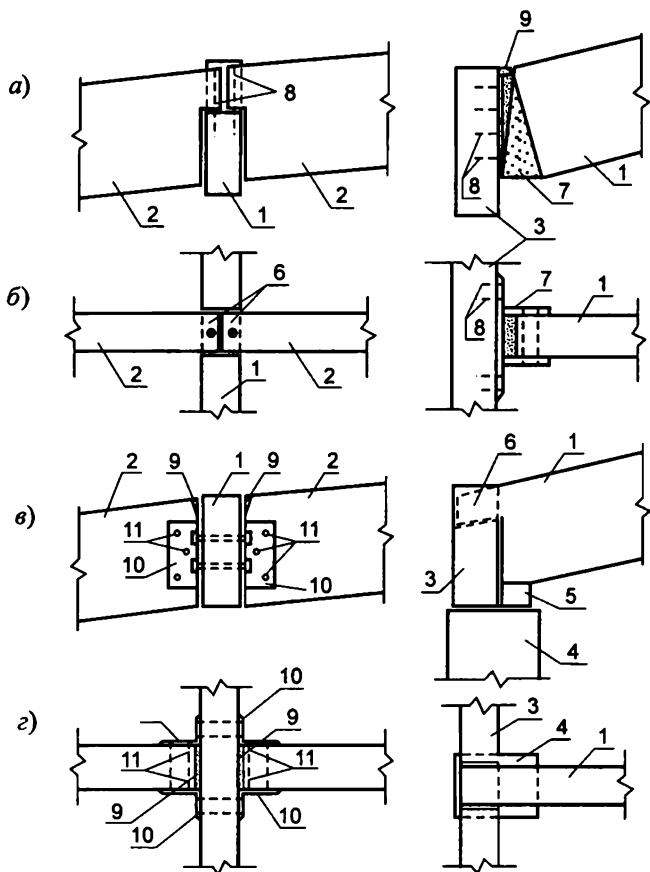


Рис. 8.2. Узлы крепления ребер оболочки между собой (а, б) и к контурным элементам (в, з):

1 – арка-ребро; 2 – ребро-вставка; 3 – контурный элемент; 4 – колонна; 5 – подкладка; 6 – шип ребра; 7 – балочный карман; 8 – гвозди; 9 – полимерцементный раствор; 10 – накладка; 11 – болты

Контурные элементы при размерах оболочки в плане до 40 м могут выполняться из клееной древесины, а при больших размерах — из металла или железобетона. В ряде случаев могут быть применены контурные элементы комплексного сечения.

Размеры высоты сечений ребер рекомендуется принимать равными $1/60 \dots 1/70$ их пролета. При этом высота сечения отрезков ребер, ортогональных цельным, при больших пролетах может быть принята еще меньшей (до $1/120$ пролета). Ширину сечения ребер следует принимать равной ширине наиболее распространенной доски, поступающей в производство, обычно в пределах 120–160 мм расчету на монтажные нагрузки может оказаться недостаточной, тогда можно проектировать ребра из спаренных арок.

Следует иметь в виду, что наибольшая длина криволинейных элементов, выпускаемых заводами, как правило, составляет 24 м. Поэтому при больших пролетах оболочки ребра должны быть надставлены на площадке для укрупнительной сборки. Вариант укрупнительного стыка показан на рис. 8.3.

Зазоры в стыках между клееными элементами должны быть замоноличены цементным раствором с добавлением 15% ПВА. Для удобства замоноличивания необходимо при проектировании предусматривать зазоры не менее 30 мм в верхней части соединения. Книзу зазор может уменьшаться до нуля.

Дощатый настил устраивается по верху ребер. В оболочках с клееными ребрами бывает достаточно однослойного настила толщиной 25–40 мм. Доски настила следует, по возможности, располагать по направлению растягивающих усилий в оболочке. При этом, если по расчету не указывается количество гвоздей, необходимо забивать не менее 2 гвоздей в каждом пересечении доски настила с элементами каркаса оболочки. Следует предусматривать опирание досок на каркас оболочки не реже, чем через 1,6 м. Для этого в оболочке устраиваются вспомогательные ребра, закрепляемые к основным.

В случае применения панелей для образования оболочки их следует располагать на черепных брусках, прибиваемых к боковым поверхностям ребер.

В угловых зонах панелей необходимо обеспечивать жесткое соединение плит и каркаса оболочки путем замоноличивания участков швов вблизи углов панели с применением, в случае необходимости, анкерных стержней диаметром 10–12 мм согласно рис. 8.3.

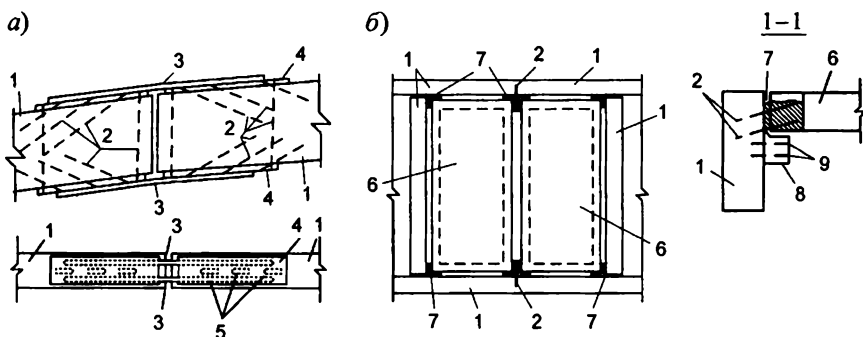


Рис. 8.3. Вариант укрупнительного соединения ребер оболочки при помощи вклеенных в древесину стержней (а) и соединение панелей с ребрами (б):

1 – ребра оболочки; 2 – стержни, вклеенные в древесину; 3 – соединительные стержни; 4 – стальные накладки; 5 – отверстия в накладках для приваривания стержней; 6 – панель; 7 – полимерцементный раствор; 8 – черепной брусок; 9 – гвозди

8.2. Расчет пологих оболочек двойкой положительной кривизны

Для предварительного расчета оказывается достаточным определить усилия в наиболее ответственных и напряженных элементах: диафрагмах и угловых зонах настила. При этом удобно воспользоваться простыми зависимостями, полученными на основе безмоментной теории [7].

Нормальные усилия определяются по формулам:

$$T_1 = 2(x^2 - a^2)[C_1 + C_2(6y^2 + x^2 - b^2)], \quad (8.1)$$

$$T_2 = 2(y^2 - b^2)[C_1 + C_2(6x^2 + y^2 - a^2)]. \quad (8.2)$$

Сдвигающие усилия:

$$S = -4xy[C_1 + C_2(2x^2 + 2y^2 - a^2 - b^2)], \quad (8.3)$$

где для квадратной в плане оболочки:

$$C_1 = 0,2922 \frac{q}{ka^2}; \quad C_2 = 0,0591 \frac{q}{ka^4}, \quad (8.4)$$

где q – нагрузка, равномерно распределенная по проекции оболочки; k – кривизна оболочки в направлении осей x и y ; $K = 1/R$; R – радиус кривизны оболочки в случае, когда кривизна оболочки в направлении осей x и y одинакова; a и b – размеры полусторон плана оболочки.

Главные усилия определяются по формуле сопротивления материалов:

$$T_{\text{сн}} = (T_1 + T_2)/2 \pm \sqrt{[(T_1 - T_2)/2]^2 + S^2}. \quad (8.5)$$

В случае оболочки на прямоугольном (квадратном) плане, коэффициенты C_1 и C_2 определяются по следующим формулам:

$$C_1 = \frac{5q}{8A} \left\{ 1 - \frac{B - A \left(\frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} \right)}{B - \frac{5AB}{7a^2b^2B}} \right\}; \quad (8.6)$$

$$C_2 = \frac{5q}{8} \frac{5 \left[1 - \frac{A}{B} \left(\frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} \right) \right]}{a^2b^2B - \frac{5AB}{7B}}; \quad (8.7)$$

$$\text{где } A = k_1a^2 + k_2b^2; \quad (8.8)$$

$$B = k_1 \left(1 + \frac{5a^2}{7b^2} \right) + k_2 \left(1 + \frac{5b^2}{7a^2} \right); \quad (8.9)$$

$$B = k_1 \left(2a^2 + 11b^2 + \frac{5a^4}{7b^2} \right) + k_2 \left(2b^2 + 11a^2 + \frac{5b^4}{7a^2} \right), \quad (8.10)$$

$k_1 = 1/R_1$ и $k_2 = 1/R_2$ – кривизны оболочки в направлении осей x и y .
 $K = 1/R$.

R – радиус кривизны оболочки в случае, когда кривизна оболочки в направлении осей x и y одинакова.

R_1 и R_2 – радиусы кривизны оболочки в направлениях осей x и y .

8.3. Пример конструирования и расчета пологой оболочки двоякой кривизны

Требуется рассчитать оболочку двоякой положительной кривизны размерами 20×20 м. Оболочка очерчена по поверхности переноса и состоит из системы криволинейных ребер и настила из досок, прибиваемых к ребрам гвоздями. Радиус кривизны нижней грани ребер 30,6 м. Стрела подъема арок равна 1,6 м, а оболочки в центре – 3,2 м. Нагрузка – равномерно распределенная расчетной интенсивностью $3,2 \text{ кН/м}^2$. Монтажная нагрузка для предварительного определения сечений ребер составляет $1,9 \text{ кН/м}^2$.

Предусматриваем расположение ребер оболочки из условия удобства укладки настила на расстояниях, не превышающих 3 м. При заданных размерах оболочки получаем 6 ребер в каждом направлении с шагом 286 см (рис. 8.1б).

Сечения арок-ребер подбираем исходя из монтажной нагрузки по расчету по схеме двухшарнирной арки с затяжкой. Получаем сечение арок $b \times h = 13 \times 50$ см. Инвентарные затяжки на период монтажа принимаем из стального каната диаметром 10 мм с хвостовиками из стали класса А240 для присоединения к арке и муфтой для натяжения. Сечения стержней диаметром 18 мм приняты с учетом ослабления их резьбой в местах примыкания к муфте.

Контур оболочки представляет собой кривой брус сечением $b \times h = 13 \times 50$ см, уложенный на деревянные колонны сечением 13×50 см, устанавливаемые в местах опирания ребер на контур.

Собственно оболочка выполняется в виде настила из досок толщиной 30 мм. Для исключения зыбкости настила ячейка между ребрами заполняется четырьмя досками сечением 4×15 см, устанавливаемыми на ребра параллельно диагоналям ячейки (рис. 8.1б). Верхние грани досок располагаются заподлицо с верхними гранями ребер. По концам доски прибиваются гвоздями к боковым поверхностям ребер.

Особенность приводимого здесь инженерного расчета состоит в том, что для проектирования оболочки достаточно лишь определения основных усилий: главных сжимающих и растягивающих усилий вдоль диагональных сечений и сдвигающих усилий вдоль контурных элементов. Подробное исследование распределения внутренних усилий в оболочке тоже возможно и его следует выполнять в случае уникальных (больших) размеров покрытия (рис. 8.5). При этом следует обратиться за подробным изложением методики расчета в работе [5].

Приведем пример вычисления внутренних усилий в оболочке, квадратной в плане, размерами $2a \times 2b = 20 \times 20$ м. Радиус кривизны ребер по верхней грани $R = 31,1$ м. Нагрузка $q = 3,2$ кН/м² равномерно распределенная по всей поверхности покрытия.

При симметричной нагрузке можно выполнить расчет для одной четверти покрытия размером в плане $a \times a$ ($a = b = 10$ м).

Делим стороны выбранного квадрата, например, на 10 частей (рис. 8.4). Координаты точек разбиения от начала 0,0 будут $0,1a$; $0,2a$; ...; a .

Наша задача вычислить усилия в самых напряженных сечениях покрытия и определить их размеры, а для остальных элементов можно будет принять сечения конструктивно. В рассматриваемой

оболочке наибольшие (главные сжимающие и главные растягивающие) усилия действуют в направлении диагоналей и перпендикулярно к ним, а также в местах примыкания оболочки к контурным элементам (наибольшие сдвигающие усилия). Рассмотрим диагональное сечение от шельги оболочки к ее углу.

Вычислим значения коэффициентов C_1 и C_2 по формулам (8.4)

$$C_1 = 0,2922 \cdot qR/a^2 = 0,2922 \cdot 3,2 \cdot 31,1/100 = 0,2907 \text{ кН/м};$$

$$C_2 = 0,0591 \cdot qR/a^4 = 0,0591 \cdot 3,2 \cdot 31,1/10^4 = 0,5882 \cdot 10^{-3} \text{ кН/м}^3;$$

В диагональном сечении в силу симметрии оболочки усилия $T_1 = T_2 = T$ и при $a = b = a = 10$ м формулы (8.1)–(8.3) и формула (8.5) примут еще более простой вид:

$$T = 2(x^2 - a^2)[c_1 + c_2(7x^2 - a^2)], \quad (8.11)$$

$$S = -4x^2[c_1 + c_2(4x^2 - 2a^2)], \quad (8.12)$$

$$T_{2\lambda} = T \pm S. \quad (8.13)$$

Эпюры усилий, построенные путем вычисления по этим формулам представлены на рис. 8.4. Приведем примеры вычислений в некоторых точках. Для точки с координатами (0,0) – в шельге оболочки по формуле (8.11) при $x = 0$ получим:

$$\begin{aligned} T &= -2a^2C_1 + 2a^4C_2 = -2 \cdot 10^2 \cdot 0,2907 + 2 \cdot 10^4 \cdot 0,5882 \cdot 10^{-3} = \\ &= -58,14 + 11,764 = -46,376 \text{ кН/м}. \end{aligned}$$

Оболочка в шельге сжата во всех направлениях. Сжатию соответствует знак минус, а размерность усилия кН/м указывает, что это – так называемые погонные усилия – на 1 п.м. длины сечения.

Сдвигающие усилия в шельге равны нулю, так как множитель $4x^2$ перед квадратной скобкой в формуле (8.12) равен нулю $S = 0$.

Следовательно, главные сжимающие усилия:

$$T_{2\lambda} = T = -46,376 \text{ кН/м}.$$

Для точки с координатами (0,1a; 0,1a) получим по формуле (8.11)

$$\begin{aligned} T &= 2[(0,1a)^2 - a^2] \cdot [C_1 + C_2(7 \cdot 0,1^2 a^2 - a^2)] = \\ &= 2(0,1 \cdot 10^2 - 10^2)[0,2907 + 0,5882 \cdot 10^{-3}(0,07 \cdot 10^2)] = -46,7275, \end{aligned}$$

по формуле (8.3)

$$S = -4(0,1a)^2[C_1 + C_2(4 \cdot 0,01a^2 - 2a^2)] = -0,7016$$

по формуле (8.5)

$$T_{2л} = T \pm S = -46,7275 \pm 0,7016;$$

$$T_{2л}^{сж} = -47,43;$$

$$T_{2л}^{раст} = -46,03.$$

Здесь по направлению, перпендикулярному диагонали, главные нормальные усилия сжимающие, как и главные усилия вдоль диагонали. Далее, примерно после точки с координатами $(0,6a; 0,6a)$ первые из этих усилий становятся растягивающими вплоть до угла оболочки. Для их восприятия необходимо предусмотреть специальные элементы, например, металлические полосы, закрепленные к диафрагмам.

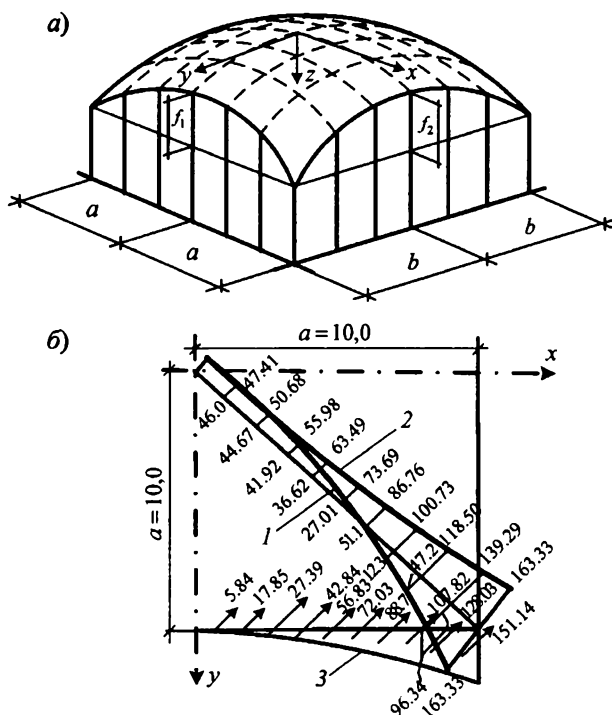


Рис. 8.4. К расчету оболочки:

a – схема покрытия; b – эпюры усилий в оболочке (кН/м):
определенные по размеру оболочки размером 20×20 м в
плане; 1 – главных растягивающих; 2 – главных сжимаю-
щих; 3 – приконтурных сдвигающих

Расчет, аналогичный предыдущему, дает значения главных усилий, например, в точке с координатами $(0,8a; 0,8a)$ следующие значения:

$$T = 2 \left[(0,8a)^2 - a^2 \right] \cdot [C_1 + C_2(7 \cdot 0,8^2 a^2 - a^2)] = -35,6683 \text{ кН/м};$$

$$S = -4 \cdot 0,64 \cdot 100 \left[0,2907 + 0,5882 \cdot 10^{-3} \cdot 0,56 \cdot 100 \right] = 82,85 \text{ кН/м};$$

$$T_{\Sigma 1} = -35,6683 \pm 82,85; \quad T_{\Sigma 1}^{расч} = 47,18 \text{ кН/м}; \quad T_{\Sigma 1}^{сж} = -118,52 \text{ кН/м}.$$

и, наконец, в углу оболочки с координатами $(a; a)$:

$$T = 0;$$

$$S = 163,31 \text{ кН/м};$$

$$T_{\Sigma 1} = \pm 163,31 \text{ кН/м}.$$

Видим, что в угловой точке покрытия главные растягивающие и главные сжимающие усилия отличаются только знаком, т.к. нормальные усилия здесь равны нулю.

Полученные цифры отличаются от значений ранее выполненного машинного расчета, указанных на эпюрах рис. 8.4, только в сотых долях кН/м.

Аналогично, по формуле (8.3) определяются сдвигающие усилия вдоль контура оболочки (рис. 8.4) в тех же точках разбиения контура на участки. Так как в приконтурной зоне $T_1 = T_2 = 0$, то главные растягивающие усилия будут здесь численно равны сдвигающим. Следует иметь в виду, что приконтурные главные растягивающие усилия больше главных усилий, действующих в диагональном сечении оболочки. Поэтому количество арматуры (металлических полос) в угловых зонах оболочки необходимо определять исходя из величины приконтурных главных усилий.

Подбор арматуры (полос) в угловых зонах оболочки. Эпюра приконтурных главных растягивающих усилий (линия 3 на рис. 8.4) построена по результатам определения S в точках разбиения с координатами $(0, a)$; $(0,1a; a)$...; $(0,9a, a)$; (a, a) по формуле (8.3). Например, в точке $(0, a)$ S будет равно нулю, т.к. равен нулю множитель перед квадратной скобкой ($x = 0$), в точке $(0,1a, a)$.

$$S = -4 \cdot 0,1a \cdot a \left[C_1 + C_2(2 \cdot 0,1^2 a^2 + 2 \cdot a^2 - a^2 - a^2) \right] = \\ = -40 \left[0,2907 + 0,5882 \cdot 10^{-3} \cdot 2 \right] = -11,628 - 0,0011 = -11,627 \text{ кН/м}.$$

В точке $(0,2a; a)$

$$S = -4 \cdot 0,2a \cdot a \left[C_1 + C_2 \right] = -80(0,2907 + 0,5882 \cdot 10^{-3} \cdot 8) = -23,261 \text{ кН/м}.$$

Приконтурные главные растягивающие усилия численно равны площади эпюры сдвигающих усилий. Интегрирование эпюры можно заменить суммированием по участкам разбиения.

Кривая линия на участках заменяется прямой, и определяются площади трапеций с основаниями, равными ординатам эпюры, ограничивающим участок разбиения, и высотой каждой трапеции, равной $0,1a$. Например, площадь участка эпюры S между точками $(0,1a, a)$ и $(0,2a, a)$ равна:

$$\frac{11,627 + 23,261}{2} \cdot 0,1 \cdot a = 17,44 \text{ кН}.$$

Сложив площади всех участков эпюры получим суммарное главное растягивающее усилие 334,9 кН.

Для их восприятия необходимо предусмотреть специальное крепление досок настила, а также установку металлических элементов. Требуется также проверить сечение контурных элементов на воздействие сдвигающих усилий.

Устройство настила оболочки показано на рис. 8.1б. Доски косяго настила в угловых зонах покрытия прикреплены к контурным элементам и ребрам гвоздями. Количество гвоздей принято по расчету на восприятие главных растягивающих усилий, а расстановка выполнена в соответствии с требованиями СНиП II-25-80* [19]. Каждую доску шириной 100 мм прибаваем гвоздями диаметром 4 мм, длиной 100 мм. Гвозди забиваются по 3 шт. в контурные элементы и по 2 шт. в промежуточные ребра. При этом получается, что первые 13 досок от угла воспринимают усилие 23,4 кН; следующие 30 досок – 90,0 кН, остальные 16 досок, располагающиеся в пределах эпюры главных растягивающих усилий – 96,0 кН (несущая способность одного гвоздя – 0,6 кН). Всего доски настила могут воспринять усилие 21,0 кН. Остальные растягивающие усилия (124,9 кН) воспринимаются стальными полосами сечением 4×50 мм, установленными в угловых зонах оболочки. Полосы прикрепляются к контурным элементам при помощи вклеенных стержней диаметром 18 мм из стали класса А-400, длиной 350 мм. Стержни предварительно привариваются к полосам. Полосы окрашиваются или покрываются битумной обмазкой и с натягом устанавливаются стержнями в просверленные и заполненные клеем отверстия.

Определяем несущую способность вклеенного стержня согласно [9, 22]:

$$T_{с.с} = 5d^2 = 5 \cdot 1,8^2 = 16,2 \text{ кН}.$$

Необходимое количество металлических полос для восприятия заданного усилия:

$$n = \frac{\sum N}{T_{\text{с.с}}} = \frac{124,9}{16,2} = 7,71.$$

Принимаем 8 полос. Общая несущая способность их равна:

$$\sum T_{\text{с.с}} = T_{\text{с.с}} \cdot n = 16,2 \times 8 = 129,6 \text{ кН.}$$

Таким образом, выбранные нами связи воспринимают действующие главные растягивающие усилия.

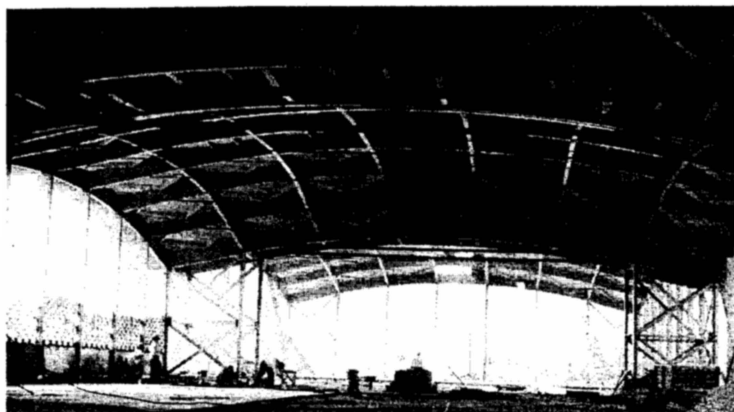


Рис. 8.5. Производственное здание размерами 20×66 м с покрытием из пологих оболочек двоякой кривизны

Проверим принятые размеры контурных элементов на растяжение от сдвигающих усилий.

Определяем сумму сдвигающих усилий, путем сложения равнодействующих вдоль контура, показанных на рис. 8.4. Полученное таким образом максимальное растягивающее усилие, действующее в средней части контурных элементов равно $N_{\text{раст}}^{\text{max}} = 698,381$ кгс. Требуемая площадь сечения контурного элемента будет:

$$A_{\text{тр}} = \frac{N_{\text{раст}}^{\text{max}}}{R_p} = \frac{698,4}{1,0} = 698,4 \text{ см}^2.$$

Имеем площадь сечения $F_x = 13 \times 58 = 754 \text{ см}$, т.е. принятые размеры контурного элемента удовлетворяют требованиям прочности.

Часть III. ОСНОВЫ ТЕОРИИ КОНСТРУКТИВНОЙ БЕЗОПАСНОСТИ ПРОСТРАНСТВЕННЫХ КОНСТРУКЦИЙ¹

9. РАСЧЕТ ЖЕЛЕЗОБЕТОННЫХ КОНСТРУКЦИЙ ПРИ ВНЕЗАПНЫХ ЗАПРОЕКТНЫХ ВОЗДЕЙСТВИЯХ

9.1. Общие положения. Исходные гипотезы

Рассматриваются железобетонные статически неопределимые стержневые конструкции сплошного и составного сечения (балки, рамы) после запроектного воздействия. В результате такого воздействия в конструкциях из двухкомпонентных материалов типа железобетона возможен мгновенный переход конструктивной системы в запредельное состояние. Он может характеризоваться мгновенным (хрупким) разрушением отдельных элементов, сечений, узлов конструктивной системы. При этом опасным становится не только разрушение этого элемента при переходе заданной n раз статически неопределимой системы в систему $(n - 1)$ раз статически неопределимую (первый этап), но и возникающий при этом эффект импульсного воздействия на другие элементы конструкции. В этих элементах могут также мгновенно возникнуть запредельные состояния второй или первой группы. В последнем случае возможно как локальное так и прогрессирующее (лавинообразное) разрушение всей системы – переход $(n - 1)$ раз статически неопределимой системы в изменяемую систему (второй этап). В процессе разрушения на первом и втором этапах изменяется конструктивная и расчетная схема системы. Возникает новая теоретическая задача о разработке метода расчета сооружений с изменяющимися конструктивной и расчетной схемами. При этом для разработки методов защиты от прогрессирующих разрушений важным является не только ответ на вопрос о недопустимости наступления предельного состояния в том или ином элементе, но и ответ на вопрос – каков будет характер разрушения конструктивной системы, если оно все же наступило: разрушение одного элемента, нескольких элементов или прогрессирующее разрушение всей конструкции. Такой анализ позволит уточнить основные положения метода предельных состояний и, тем самым, повысить безопасность эксплуатации

¹ Работа выполнена по результатам исследований чл. - корр. РААСН, засл. деятеля науки, д.т.н., проф. Г.А. Гениева, опубликованных под его руководством в статьях 1–10, 18.

систем при запроектных воздействиях: стихийных и экологических авариях, непредвиденных нагрузках, случаях применения некачественных материалов, изготовленных с дефектами элементов и т.п.

Задачи конструктивной безопасности эксплуатируемых зданий и сооружений всегда занимали одно из важнейших мест в решении общей проблемы безопасности среды обитания человека. В последние годы в России и в других странах в связи с заметным увлечением воздействий техногенного и террористического характера и связанных с этим чрезвычайных ситуаций проблема обеспечения объектов гражданского и оборонного назначения при повреждениях внезапного характера становятся в ряд важнейших. Поэтому создание теории и методов анализа живучести конструкций при аварийных ситуациях для вновь проектируемых и реконструируемых несущих систем зданий и сооружений является важной задачей в решении общей проблемы снижения рисков для среды обитания человека.

Вопросы теории расчета и нормирования надежности строительных конструкций в стадиях до наступления предельных состояний нашли отражение во многих отечественных и зарубежных публикациях. В то же время теоретические исследования в части оценки состояния конструкций после запроектных воздействий, соответственно, с учетом возможного возникновения в конструкциях запредельных состояний, несмотря на отдельные иллюстрации их важности и актуальности, носят все еще постановочный характер. Они требуют более углубленной проработки и должны рассматриваться в их взаимосвязи, увязывая анализ конструктивно-нелинейных систем с уточнением их расчетных схем и затем с разработкой критериев и математических моделей последовательности возможных выключений из работы элементов конструкций, в том числе хрупком, методами нелинейной строительной механики и механики разрушения.

Исследования в этом направлении применительно к стержневым конструкциям начаты в стране в конце 90-х годов в нескольких научных школах под руководством профессоров А.В. Александрова, Г.А. Гениева, В.М. Бондаренко, Н.И. Карпенко, В.И. Травуша, В.И. Колчунова и др. Одно из них, связанное с проблемой внезапных повреждений конструктивных систем из упруго-хрупко-пластических материалов представлено в недавно изданной монографии Гениева Г.А., Колчунова В.И., Ключевой Н.В., Никулина А.И., Пятикрестовского К.П. [3].

Особенностью предлагаемого здесь подхода к анализу живучести конструктивных систем является то, что теория расчета базиру-

ется на энергетической основе без привлечения к аппарату динамики сооружений.

Для оценки эффекта импульсного воздействия в виде мгновенного выключения из работы отдельного элемента (сечения, узла) на достижение предельных и запредельных состояний в других элементах конструктивной системы будем исходить из следующих основных гипотез:

1. Под мгновенным разрушением элемента из двухкомпонентного упруго-хрупкого материала будем понимать разрушение, продолжительность реализации которого исчисляется десятками и сотыми долями секунды;
2. При мгновенном переходе заданной n раз статически неопределимой стержневой конструктивной системы из двухкомпонентного материала в $n - 1$ раз статически неопределимую систему полная удельная энергия системы не изменяется;
3. Теоретическая диаграмма состояния бетона и арматуры принимается в виде некоторой произвольной нелинейной диаграммы (см. рис. 9.2), а обобщенная диаграмма, характеризующая состояние сечения при мгновенном нагружении, в первом приближении описывается квадратной параболой;
4. Переход $(n - 1)$ раз статически неопределимой системы в запредельное состояние при мгновенном выключении из работы элемента (узла, связи) в исходной n -системе характеризуется теми же критериями, что и при обычном кратковременном режиме нагружения, но с учетом изменения пределов прочности материалов, определяемых продолжительностью внешнего воздействия;
5. Запредельное состояние конструктивной системы при мгновенном выключении из работы элемента характеризуется либо некоторым интегральным результатом накопления повреждений в ее элементах, либо локальным или прогрессирующим разрушением конструктивной системы.
6. Разрушение конструктивной системы определяется таким набором пластических шарниров, которые превращают конструкцию в кинематически изменяемую систему. Если минимально возможное число пластических шарниров, а соответственно и простейших схем разрушения, охватывает ограниченную часть элементов системы, то возникает локальная схема разрушения; если минимально возможное число пластических шарниров охватывает большинство элементов системы – возникает прогрессирующее разрушение конструктивной системы.

9.2. Определение приращений напряжений и деформаций в элементах внезапно повреждаемых пространственных конструкций

Переходя к анализу статически неопределимой системы из двухкомпонентного композиционного физически нелинейного хрупкого материала типа железобетон, рассмотрим два возможных варианта мгновенного разрушения одного из элементов системы после запроектного воздействия: полное или частичное.

Примером реализации первого случая разрушения может быть хрупкое по сварному шву разрушение соединительных или закладных элементов в стержневой системе.

Примером второго случая является мгновенное образование трещин в растянутой зоне железобетонного элемента и последующее перераспределение усилий в двухкомпонентном элементе, вызывающее прогрессирующее перераспределение усилий в такой системе, а затем последующее ее частичное или полное разрушение. Особенно показательным является этот случай для преднапряженных железобетонных конструкций, при высоких уровнях напряженного состояния в них, вызывающее даже при незначительном увеличении нагрузки переход из стадии I напряженно-деформированного состояния железобетонного элемента в стадию II.

Решение этой задачи имеет существенное значение для прогнозирования резервов прочности пространственных конструкций из таких материалов при разрушении одного из элементов системы.

Перейдем к расчету систем из физически нелинейных материалов.

Пусть задана геометрическая схема n раз статически неопределимой пространственной плитно-стержневой системы с шарнирным соединением стержневых элементов в узлах, нагруженной однопараметрической нагрузкой (рис. 9.1). При значении параметра нагрузки $\lambda = \lambda_m$ происходит мгновенное разрушение одного из стержневых элементов системы, в результате чего последняя становится $(n - 1)$ раз статически неопределимой. Обозначим $\sigma_{n,i}^c$ – напряжение в произвольном i -ом стержне исходной n раз статически неопределимой системы в момент, предшествующий разрушению элемента $i = m$, где индекс n указывает степень статической неопределимости, индекс s – статический характер действующих в стержнях усилий и напряжений.

Если бы переход n -системы в систему $(n - 1)$ осуществлялся не в результате мгновенного разрушения элемента m , а путем его мед-

ленного принудительного разгрузки от напряжения $\sigma_{n,m}^f$ до нуля при неизменной внешней нагрузке на систему, соответствующей значению ее параметра $\lambda = \lambda_m = const$, то напряжения в остальных стержнях $(n-1)$ -системы — $\sigma_{n-1,i}^f$ равнялись бы соответствующим напряжениям в заданной нелинейно-упругой системе с заранее удаленным элементом m при медленном статическом возрастании параметра λ от нуля до λ_m .

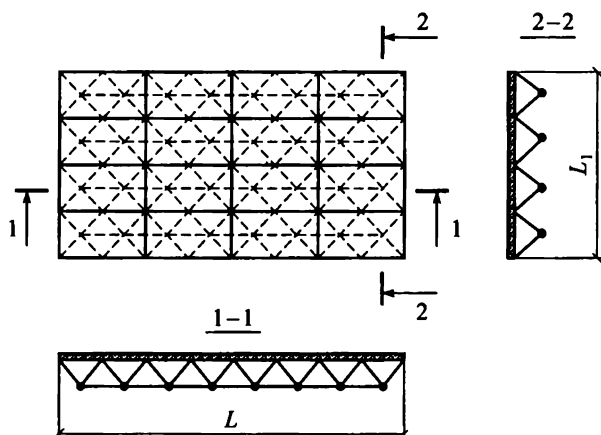


Рис. 9.1. — Конструктивная схема плитно-стержневой сталежелезобетонной пространственной фермы

При мгновенном же (хрупком) разрушении элемента m в системе неизбежно возникают динамические эффекты, и напряжения в образующейся при этом $(n-1)$ -системе в последующий момент времени будут превышать напряжения $\sigma_{n-1,i}^f$, соответствующие статическому нагружению системы $(n-1)$. Обозначим величины этих динамических напряжений в стержнях $(n-1)$ -системы $\sigma_{n-1,i}^d$ и получим для них общие аналитические выражения.

Не ограничивая общности вывода, рассмотрим i -ый элемент ($i \neq m$), для которого найдем искомое значение $\sigma_{n-1,i}^d$; в дальнейшем индекс i будем опускать. На рис. 9.1 представлена нелинейная диаграмма работы материала $\sigma = \sigma(\varepsilon)$ или $\varepsilon = \varepsilon(\sigma)$ (утолщенной линией) и указаны величины характерных напряжений σ_n^f , σ_{n-1}^f , σ_{n-1}^d и соответствующих им деформаций ε_n^f , ε_{n-1}^f , ε_{n-1}^d . Значения $\sigma_n^f(\varepsilon_n^f)$ и $\sigma_{n-1}^f(\varepsilon_{n-1}^f)$ известны из предварительных расчетов n и $(n-1)$ -систем. Неизвестным является величина $\sigma_{n-1}^d(\varepsilon_{n-1}^d)$.

Хрупкое разрушение элемента m приводит к возникновению затухающих во времени колебаний остальных стержневых элементов конструкции, в том числе и рассматриваемого i -го стержня. Для первого полу-периода колебаний отделенного от остальной части системы данного стержня (от точки А до С), когда происходит его активное нагружение, составим условие постоянства его полной энергии, измеряя уровень потенциальной энергии относительно точки статического равновесия А и определяя величину удельной работы внешних сил значением произведения σ_{n-1}^c на соответствующие перемещения.

Это условие с учетом обозначения

$$\Phi(\varepsilon) = \int_0^{\varepsilon} \sigma(\varepsilon) d\varepsilon$$

приводит к следующему аналитическому выражению для искомых значений ε_{n-1}^d или σ_{n-1}^d :

$$\Phi(\varepsilon_{n-1}^b) - \Phi(\varepsilon_n^c) = \sigma_{n-1}^c \cdot (\varepsilon_{n-1}^b - \varepsilon_n^c). \quad (9.1)$$

Геометрически зависимость (9.1) означает равенство площади криволинейной трапеции АасС площади прямоугольника АкдС, общим участком для которых является площадь фигуры АabdС. Таким образом, действительное значение деформации ε_{n-1}^d соответствует равенству площадей заштрихованных криволинейных треугольников akb и bcd .

Для диаграммы работы «пластического» типа (которая изображена на рисунке), последнее условие будет выполняться при:

$$\varepsilon_{n-1}^d - \varepsilon_{n-1}^c > \varepsilon_{n-1}^c - \varepsilon_n^c \quad \text{и} \quad \sigma_{n-1}^d < 2\sigma_{n-1}^c - \sigma_n^c.$$

Для упрочняющегося материала имеет место обратная картина. Для чисто упругого (физически линейного) материала условие $F(akb) = F(bcd)$ определяет равенства:

$$\varepsilon_{n-1}^d - \varepsilon_{n-1}^c = \varepsilon_{n-1}^c - \varepsilon_n^c \quad \text{и} \quad \sigma_{n-1}^d = 2\sigma_{n-1}^c - \sigma_n^c, \quad (9.2)$$

что было показано в работах [2, 5].

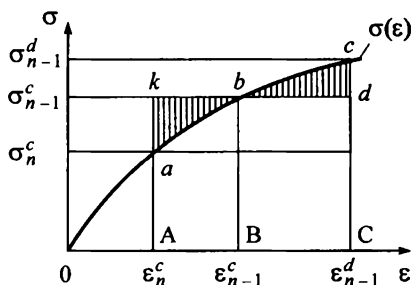


Рис. 9.2. Нелинейная диаграмма работы материала $\sigma = \sigma(\varepsilon)$

Действительно, при $\sigma = E\varepsilon$, $\Phi(\varepsilon) = E\varepsilon^2/2$ зависимость (9.1), записанная в напряжениях принимает вид:

$$\frac{1}{2} \left[(\sigma_{n-1}^d)^2 - (\sigma_n^c)^2 \right] = \sigma_{n-1}^c \cdot (\sigma_{n-1}^d - \sigma_n^c), \quad (9.3)$$

откуда следует выражение (9.2).

Рассмотрим простейший **числовой пример**.

Пусть $\sigma = A\varepsilon^{0.5}$, $\varepsilon = \left(\frac{\sigma}{A}\right)^2$, где $A = \text{const}$.

В этом случае:

$$\Phi(\varepsilon) = \int_0^\varepsilon \sigma(\varepsilon) d\varepsilon = 2A \frac{\varepsilon^{1.5}}{3} = 2 \frac{\sigma^3}{3A^2},$$

и зависимость (9.1) приводится к виду:

$$\frac{2}{3} \left[(\sigma_{n-1}^d)^3 - (\sigma_n^c)^3 \right] = \sigma_{n-1}^c \cdot [(\sigma_{n-1}^d)^2 - (\sigma_n^c)^2] \quad (9.4)$$

При $\sigma_{n-1}^c = 1,5\sigma_n^c$ выражение (9.4), сводящееся к квадратному уравнению относительно σ_{n-1}^d , определяет $\sigma_{n-1}^d = 1,90\sigma_n^c = 1,27\sigma_{n-1}^c$. В случае идеально упругого материала при том же соотношении между σ_{n-1}^c и σ_n^c и $\sigma_{n-1}^d = 2,00\sigma_n^c = 1,33\sigma_{n-1}^c$. Таким образом, наличие неупругих («пластических») деформаций, при прочих равных условиях, приводит к снижению величины динамического коэффициента

$$\varphi = \frac{\sigma_{n-1}^d}{\sigma_{n-1}^c}.$$

После определения динамических напряжений во всех элементах $(n-1)$ -системы следует осуществлять проверку выполнения для них критерия прочности путем сравнения σ_{n-1}^d с соответствующими динамическими пределами прочности материала [3].

Если для всех элементов $(n-1)$ -системы критерий прочности окажется не нарушенным, то значение параметра внешней нагрузки λ_m не будет являться предельным для конструкции в целом и будет возможно его дальнейшее увеличение в области $\lambda > \lambda_m$.

Однако возможен другой крайний, наиболее неблагоприятный случай поведения системы, когда после мгновенного (хрупкого) разрушения одного из элементов критерий прочности для σ_{n-1}^d в других (одном или нескольких элементах) окажется не выполненным, и произойдет лавинообразное разрушение всей системы.

Для составных конструкций циклической структуры при хрупком разрушении не единичного элемента, а целой группы однотипных элементов, составляющих тот или иной цикл, под термином «элемент» следует понимать все составляющие стержни данного цикла и определять для него действительную степень статической неопределимости системы.

9.3. Анализ живучести железобетонных покрытий из панелей-оболочек КСО при запроектных воздействиях

В качестве объекта исследований рассмотрим железобетонное покрытие из сводчатых панелей – оболочек типа КСО или СПО [13]. Каждая панель такого покрытия представляет собой короткую цилиндрическую оболочку (СПО) или призматическую складку (КСО) с двумя арочными диафрагмами, подкрепляющими криволинейные края (рис. 9.3а). Диафрагмы панелей-оболочек выполнены из преднапряженного железобетона или прокатного профиля.

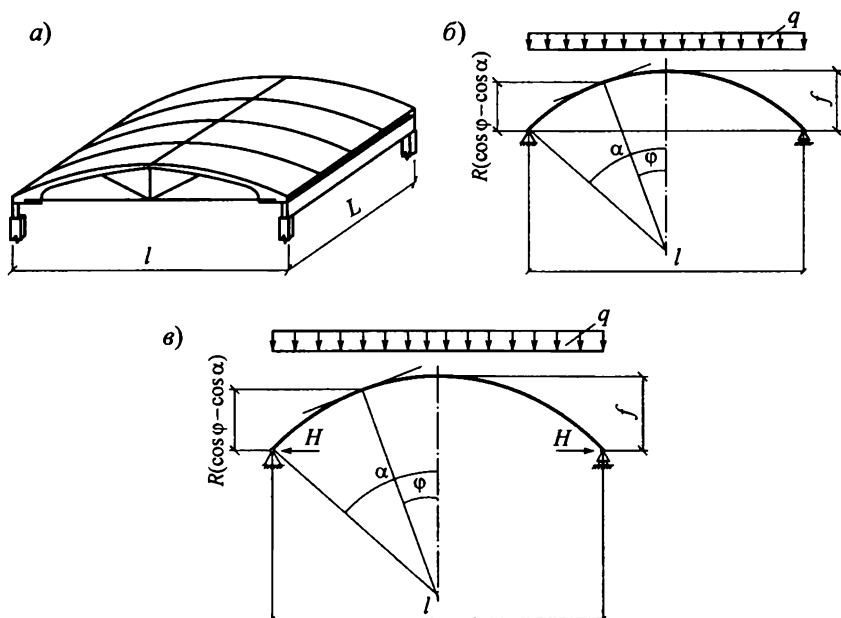


Рис. 9.3 Общий вид покрытия из панелей-оболочек (а) и расчетные схемы арки-диафрагмы при проектной нагрузке (б) и запроектном воздействии (в)

В качестве запроектного воздействия на покрытие принято мгновенное хрупкое выключение из работы затяжки в одной из панелей – оболочек. Это может быть вызвано как эволюционными накоплениями коррозионных и других повреждений в результате длительной эксплуатации конструкций, так и внезапными повреждениями аварийного характера, с хрупким разрушением, например, зон анкеровки затяжки, или коррозионным повреждением бетона и снижение его трещиностойкости (в обетонированных затяжках).

Формулировку рассматриваемой задачи по определению приращений усилий при внезапных догружениях пространственной системы рассмотрим в следующей постановке: определить приращение динамических усилий в элементах оболочки типа КСО в случае внезапного хрупкого разрушения зоны анкеровки преднапряженной арматуры и, как следствие, внезапного выключения из работы затяжки в одной из диафрагм покрытия.

С целью получения аналитических выражений при определении динамических усилий в рассматриваемых конструкциях в первом приближении будем использовать простейшие поэлементные расчетные схемы (рис. 9.3б).

Проектный расчет диафрагмы покрытия. Проектный расчет один раз статически неопределимой диафрагмы выполнен по методу сил. В результате раскрытия статической неопределимости изгибающий момент в произвольном сечении φ верхнего пояса диафрагмы при статическом приложении нагрузки q можно записать в виде:

$$M^c = qR^2 \left[\beta \cos \alpha - \cos \varphi + \frac{1}{2} (\sin^2 \alpha - \sin^2 \varphi) \right], \quad (9.5)$$

где R , q , φ – соответственно, радиус, стрела подъема и угловая координата оси верхнего пояса диафрагмы в рассматриваемом сечении; α – угловая координата половины верхнего пояса диафрагмы, β – некоторый коэффициент, связанный с коэффициентами канонического уравнения метода сил δ_{11} , δ_{1q} и определяемый из выражения:

$$\beta = \frac{1}{Rd} \cdot \frac{\delta_{11}}{\delta_{1q}}. \quad (9.6)$$

После определения статических усилий в элементах диафрагмы назначается сечение армирования нижнего и верхнего поясов диафрагмы в соответствии с требованиями нормативных документов [19] и проверяются условия прочности.

Расчет диафрагмы на запроектные воздействия. Значение динамического усилия в произвольном элементе $(n - 1)$ раз статически неопределимой системы, образующейся в результате хрупкого разрушения одного из элементов исходной n раз статически неопределимой системы, определяется как разность удвоенного значения усилия в этом элементе для $(n - 1)$ -системы и усилия в нем для n системы при статическом действии внешней нагрузки, соответствующей моменту разрушения одного из элементов. В соответствии с этой зависимостью динамическое усилие (изгибающий момент) в произвольном сечении верхнего пояса арочной диафрагмы может быть определено по формуле:

$$M^d = qR^2 \left[\beta(\cos \varphi - \cos \alpha) + \frac{1}{2}(\sin^2 \alpha - \sin^2 \varphi) \right]. \quad (9.7)$$

Поскольку структура арочной системы такова, что при исключении из нее затяжки верхний пояс арки обладает той особенностью, что в отдельных его сечениях момент в системе $(n - 1)$ изменяет свой знак на обратный (при той же статической нагрузке), то выражение (9.5) для этого случая записывается в виде:

$$M^a = \left| qR^2 \beta(\cos \varphi - \cos \alpha) \right| + \frac{1}{2}(\sin^2 \alpha - \sin^2 \varphi). \quad (9.8)$$

С позиций оценки влияния динамических эффектов этот случай является наиболее опасным, поскольку, как следует из (9.8), отмечается наиболее значительное увеличение динамических усилий по сравнению со статическими. Более того, если в верхнем поясе диафрагмы принять несимметричное армирование, то следует учитывать изменение знаков моментов в системе n и $(n - 1)$. При симметричном армировании вычисление моментов необходимо производить по формуле (9.8), полагая, что это максимальное значение момента достигается на второй полуволне колебаний верхнего пояса диафрагмы.

После определения динамических усилий в сечениях верхнего пояса диафрагмы $(n - 1)$ раз статически неопределимой пространственной системы вновь проверяются условия прочности сравнением динамических усилий (моментов) в соответствующем сечении с предельными значениями этих усилий для этого сечения. При этом предельные значения усилий в сечениях диафрагмы вычисляются с учетом повышения динамической прочности бетона и стали, используя расчетные зависимости [8].

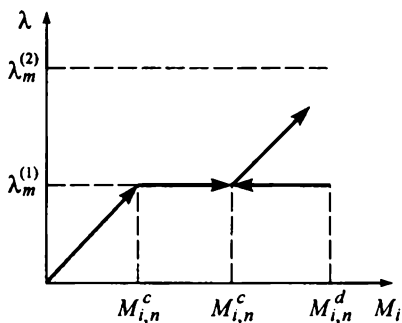


Рис. 9.4. Зависимость усилия M_i от параметра внешней нагрузки λ

ности сечений верхнего пояса диафрагмы оболочки после хрупкого разрушения одного из ее элементов.

Если же после внезапного хрупкого разрушения одного из элементов диафрагмы оболочки критерий прочности для динамических усилий в сечениях верхнего пояса диафрагмы окажется не выполненным, то произойдет разрушение диафрагмы и, возможно, прогрессирующее разрушение оболочки или всего покрытия в целом.

Рассмотрим этот случай для исследуемой пространственной системы более подробно. Определим экстремальное значение изгибающего момента в верхнем поясе диафрагмы при проектной нагрузке q до и после рассматриваемого запроектного воздействия.

Дифференцируя выражение (9.5) по координате φ получаем:

$$\frac{\partial M^c}{\partial \varphi} = q \cdot R^2 \sin \varphi (\beta - \cos \varphi) = 0. \quad (9.9)$$

Отсюда следует два значения φ для экстремальных (min-max) значений момента при проектной нагрузке (M^c):

$$\varphi_1 = 0; \varphi_2 = \arccos \beta.$$

Аналогично определяем экстремальные значения момента после запроектного воздействия (M^d):

$$\frac{\partial M_{n-1}^d}{\partial \varphi} = -q \cdot R^2 \sin \varphi (\beta + \cos \varphi) = 0. \quad (9.10)$$

и, соответственно, $\varphi_1 = 0, \varphi_2 = \arccos(-\beta)$.

Поскольку, $\varphi_2 \notin (0; \alpha), \varphi_2 > \alpha$, то имеем единственный экстремум в точке $\varphi = 0$.

Если для всех сечений диафрагмы критерий прочности окажется не нарушенным, то параметр внешней нагрузки λ [4] не является предельным для диафрагмы и тем более для пространственной системы из панелей-оболочек КСО в целом, и будет возможно его дальнейшее увеличение в области $\lambda \in [0, \lambda_m^{(1)}]$.

На рис. 9.4. приведена зависимость усилия M_i от λ_m для случая выполнения критерия проч-

Количественную оценку динамического эффекта в элементах оболочки можно выполнить, вводя понятие динамического коэффициента θ_{n-1}^d как отношение динамического усилия в i -том элементе систем $n-1$ к статическому усилию в системе n :

$$\theta_{n-1}^d = \frac{M_{n-1}^d}{M_n^c}. \quad (9.11)$$

Назначенное из проектного расчета по минимальному и максимальному значениям момента M_n^c армирование верхнего пояса диафрагмы в соответствии со стандартом [11] должно обеспечить превышение разрушающей нагрузки над расчетной минимум на величину коэффициента C . При этом коэффициент запаса k для верхнего пояса сечения арки в сечении $\varphi_1 = 0$ составит:

$$k = \frac{C |M_n^c(\varphi_1)|}{|M_n^c(\varphi_2)|}. \quad (9.12)$$

Положив $C = 1,35$ изменение этого коэффициента в зависимости от отношения пролета к стреле подъема диафрагмы приведено на рис. 9.5а.

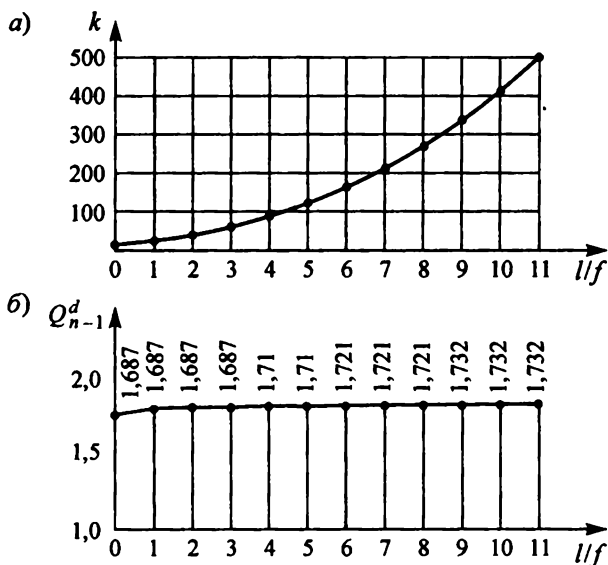


Рис. 9.5. Изменение коэффициента запаса k (а) и динамического коэффициента θ_{n-1}^d (б) в зависимости от l/f

Изменение динамического коэффициента θ_{n-1} в сечении φ_1 верхнего пояса диафрагмы, вычисленного по формуле (9.3.7) представлено на рис. 9.5б.

Анализ графиков позволяет сделать вывод о том, что вводимые коэффициенты запаса при проектировании конструкции равно как и традиционно вводимый коэффициент динамичности при расчете конструкции не учитывают динамических догрузений при возможных внезапных повреждениях конструкций. Возникающий при внезапном выключении элементов конструктивной системы динамический эффект зависит от ряда факторов в приведенном примере, например, от соотношения геометрических параметров конструкции. Коэффициент динамичности, связанный с этим эффектом, может в десятки раз превышать усилия в отдельных сечениях или элементах возникающих при статической работе конструктивной системы.

Несложно видеть, что при внезапном выключении затяжки в диафрагме одной из панелей-оболочек СПО верхний пояс этой диафрагмы разрушится. Анализ перераспределения усилий в элементах рассматриваемого покрытия, полученных из расчета этого покрытия с использованием программного комплекса SCAD по пространственной расчетной схеме, показал, что внезапное выключение затяжки одной из диафрагм ведет к разрушению минимум всей панели СПО (если панели-оболочки не соединены между собой) или фрагмента покрытия в пределах одного пролета подсводной балки при шарнирном соединении панелей СПО между собой по верхним поясам диафрагм.

Таким образом, с увеличением статической неопределимости при разрушении отдельных элементов или локальных зон сборных тонкостенных конструкций – оболочек и складок опасность разрушения всей конструкции зависит от конструктивного решения сопряжений сборных элементов между собой, соотношения конструктивных параметров элементов оболочки и ряда других факторов, что является предметом отдельного рассмотрения при дальнейших исследованиях живучести таких систем.

9.4. К оценке живучести железобетонных конструкций с высоким уровнем предварительного напряжения

Известно, что при проектировании преднапряженных железобетонных конструкций величины предварительного напряжения арма-

туры σ_{sp} в соответствии со СНиП 2.03.01-84* принимается в пределах от $0,3R_{s,ser}$ до $0,95R_{s,ser}$. При этом для повышения эффекта от предварительного напряжения значение σ_{sp} принимают обычно максимально ближе к верхнему пределу. Ограничением является лишь выполнение условий трещиностойкости участков конструкции, растянутых от усилий преднапряжения. В тоже время в конструкциях из двухкомпонентных материалов типа железобетон при определенной структуре конструктивной системы возникает еще одно важное условие по ограничению верхнего предела предварительного напряжения элементов конструкций.

Оно связано с динамическим эффектом в конструктивных системах из двухкомпонентных материалов и вызванным этим эффектом перераспределением усилий при внезапном разрушении хрупкого компонента – растянутой бетонной матрицы [2].

Не ограничивая общности вывода и не конкретизируя диаграммы каждого из материалов, оценку приращений динамических усилий в элементах железобетонных преднапряженных конструкций, связанных с внезапным разрушением хрупкого компонента, выполним применительно сводчатой конструкции типа панель-оболочка КСО (см. подраздел 4.3). Особенностью этой конструкции является то, что она является типичным примером преднапряженных конструкций с высоким уровнем преднапряжения диафрагм. При этом армирование нижнего пояса диафрагм выполнено одним преднапряженным стержнем (см. рис. 9.6а). Рассмотрим некоторый фиксированный i -ый элемент, например, затяжку. Будем полагать, один из материалов – упругий, другой – хрупко-упругий.

Пусть система нагружена однопериметрической внешней нагрузкой $\bar{q} = \lambda q$.

Исходная длина этого элемента при усилиях в нем только от собственной массы и усилия обжатия $P - I_{i,n}^0$. Обозначим $I_{i,n}^c$ – длина затяжки при усилиях в ней $H_{i,n}^c$ в составе n раз статически неопределимой системы при значении параметра внешней нагрузки $\lambda = \lambda_m$ соответствующей разрушению бетонной матрицы i -го элемента (рис. 9.6б); $I_{i,n-1}^c$ – длина затяжки после разрушения бетонной матрицы (изменение статической неопределимости системы на единицу) при усилиях в затяжке равном $H_{i,n-1}^c$ в составе $n - 1$ раз статически неопределимой системы также при $\lambda = \lambda_m$ (рис. 9.6, в); $I_{i,n-1}^D$ – длина затяжки при усилиях в ней $H_{i,n-1}^D$ в составе $n - 1$ раз статически неопределимой системы при $\lambda = \lambda_m$ (рис. 9.6з).

Изменение длины затяжки (i -го элемента системы) после приложения эксплуатационной нагрузки в системе n и после хрупкого разрушения растянутой бетонной матрицы определится зависимости (см. рис. 9.6б, в, з):

$$\Delta l_{i,n}^c = H_{i,n}^c \cdot l_{i,n}^c / E_b A_{red} ; \quad (9.13)$$

$$\Delta l_{i,n-1}^c = H_{i,n-1}^c \cdot l_{i,n-1}^c / E_b A_{red} , \quad (9.14)$$

где E_b – модуль деформации бетона; A_{red} – приведенная к бетону площадь сечения затяжки.

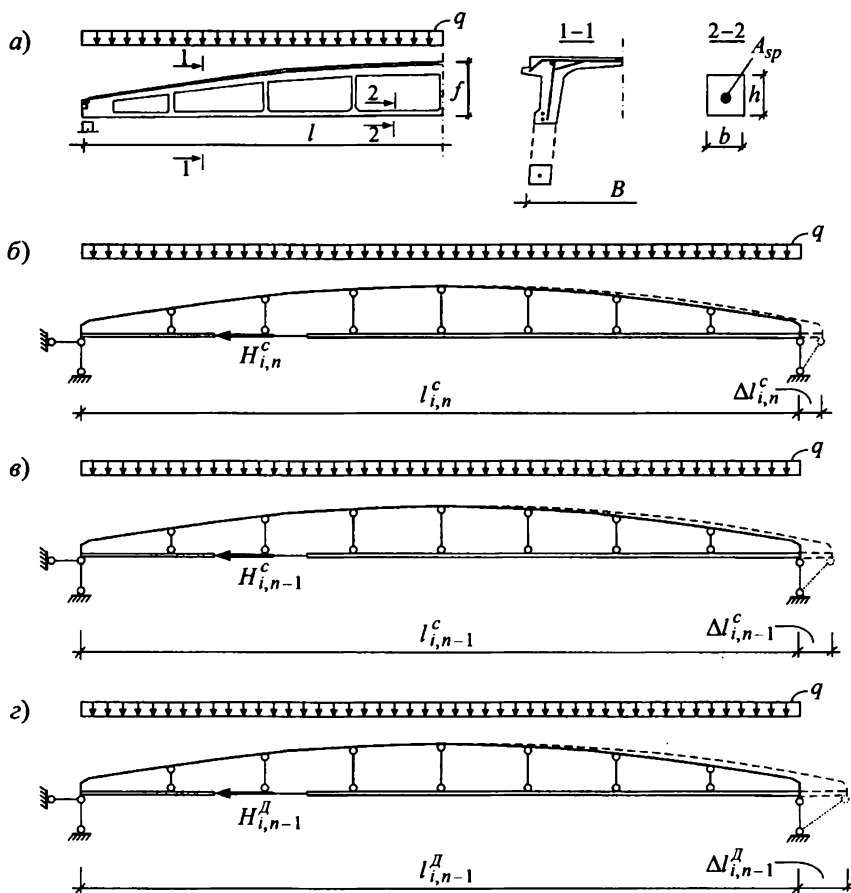


Рис. 9.6. Конструктивная (а) и расчетные схемы диафрагмы панели-оболочки КСО на проектную нагрузку (б) и запроектное воздействие (в, з)

Приращение удлинения железобетонной затяжки в момент хрупкого разрушения бетонной двухкомпонентной затяжки если бы переход от n раз статически неопределимой системы к $n - 1$ осуществлялся бы не хрупко и внезапно, а вследствие его медленного принудительного разрушения от усилия $H_{i,n}^c$ до $H_{i,n-1}^c$ при неизменной относительной величине внешней нагрузке соответствующей $\lambda = \lambda_m = \text{const}$.

$$\Delta l_{i,n-1}^c - \Delta l_{i,n}^c = (H_{i,n-1} - H_{i,n}) l_{i,n}^c / E_b A_{red} . \quad (9.15)$$

Аналогично можно вычислить соответствующие приращения удлинений затяжки в момент разрушения ее хрупкого компонента – бетонной матрицы, если это разрушение происходит мгновенно:

$$\Delta l_{i,n-1}^D - \Delta l_{i,n}^0 = (H_{i,n-1}^D - H_{i,n}^c) l_{i,n}^c / E_b A_{red} ; \quad (9.16)$$

$$\Delta l_{i,n-1}^D - \Delta l_{i,n-1}^c = (H_{i,n-1}^D - H_{i,n}^c) l_{i,n}^c / E_b A_{red} . \quad (9.17)$$

При возникающих вследствие разрушения хрупкого компонента затяжки продольных колебаниях этой затяжки положение точки В соответствует длине $l_{i,n-1}^c$, следует считать координатой равновесного состояния конца затяжки, а точки А и С – амплитудными значениями (см. рис. 9.6б, в, г). Очевидно, что продольные колебания затяжки при внезапном разрушении хрупкого ее компонента относительно точки статического равновесия В имеют затухающий характер. Однако в течение первого полупериода с достаточной в инженерных расчетах степенью точности можно считать, что $\Delta l_{i,n-1}^c = \Delta l_{i,n-1}^D$. Тогда из зависимости (9.15) – (9.17) следует:

$$H_{i,n-1}^c - H_{i,n}^c = H_{i,n-1}^D - H_{i,n-1}^c \quad (9.18)$$

или

$$H_{i,n-1}^D = 2H_{i,n-1}^c - H_{i,n}^c . \quad (9.19)$$

Зависимость (9.19) позволяет определить динамическое усилие в произвольном элементе $(n - 1)$ – раз статически неопределимой стержневой системы, образующейся после хрупкого разрушения одного из элементов исходной n раз статически неопределимой системы. Конкретизируем эту зависимость для двухкомпонентного элемента железобетонной затяжки. Пусть в результате трещинообразования и соответственно разрушения хрупкого компонента возникнет динамическое усилие в арматуре. Обозначим полное растягивающее усилие в затяжке от внешней нагрузки H ,

усилие, соответствующее трещинообразованию в затяжке H_{crc} (рис. 9.7). Тогда в момент перед образованием трещин при нагрузке $\lambda_{crc}q$ полное усилие в затяжке H воспринимается бетоном H_b и арматурой H_s .

$$H = H_{crc} = H_b + H_s. \quad (9.20)$$

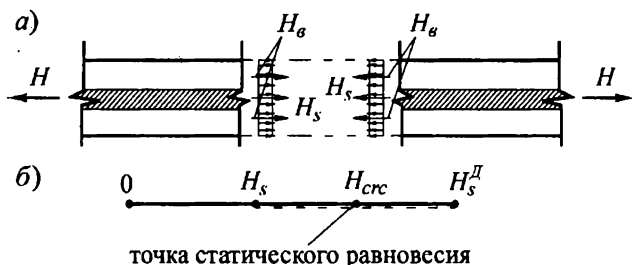


Рис. 9.7. Схема статических (а) и динамических усилий (б) в железобетонном элементе в момент хрупкого разрушения бетона

При достижении усилия H большего, чем H_{crc} происходит мгновенное разрушение растянутого бетона двухкомпонентной затяжки, и воспринимаемое ранее бетоном усилие H_b мгновенно передается на арматуру. Если бы передача усилия с бетона на арматуру осуществлялась медленно, то при неизменном внешнем усилии в затяжке $H = H_{crc}$, усилие в арматуре для нового состояния равно:

$$H_s^c = H_{crc} - H_s. \quad (9.21)$$

Поскольку передача усилия с бетона на арматуру при его хрупком разрушении происходит внезапно, то в арматуре возникают продольные колебания и соответственно динамическое усилие H_s^D . Значение этого усилия при условии незатухания этих колебаний в течение первого полупериода можно найти из зависимости (см. рис. 9.7б):

$$H_s^D - H_{crc} = H_{crc} - H_s. \quad (9.22)$$

Подставляя в (9.22) значение H_{crc} из выражения (9.92) получим:

$$H_s^D = H_s + 2H_b. \quad (9.23)$$

Формула (9.23) динамического усилия в затяжке может быть получена из общей зависимости (9.19) путем несложных преобразований:

$$\begin{aligned}
 H_{i,n}^d &= 2H_{i,n-1}^c - H_{i,n}^c = 2H(H_{i,n-1}^c - H_{i,n}^c - H_{i,n}^c) - H_{i,n}^c = \\
 &= 2H(H_{i,n-1}^c - H_{i,n}^c) + 2H_{i,n}^c - H_{i,n}^c = 2(H_{i,n-1}^c - H_{i,n}^c) + \\
 &+ H_{i,n}^c = 2H_b^c + H_s^c.
 \end{aligned} \tag{9.24}$$

Используя зависимость (9.23) для динамического усилия в арматуре, проведем анализ живучести конструкции, представленной на рис. 9.6а, если она запроектирована с максимально высоким уровнем предварительного напряжения, назначаемым по действующим нормам СНиП 2.03.01-84*.

Под живучестью будем понимать свойство конструктивной системы кратковременно выполнять заданные функции в полном или ограниченном объеме при отказе одного или нескольких элементов подсистемы или системы в целом.

Пример расчета. Принимаем для расчета следующие исходные характеристики материалов: бетон В45, $R_{b,ser} = 2,25$ МПа ($\gamma_b = 1$), арматура класса А-V, $R_{s,ser} = 785$ МПа. Сечение нижнего пояса КСО 110×140 мм. Расчетное значение усилия в нижнем поясе диафрагмы $H = 475$ кН. Требуемая площадь рабочей арматуры затяжки определена расчетом по предельным состояниям первой группы и составила $6,074 \cdot 10^{-4}$ м². Армирование затяжки принято одним стержнем диаметром 28 мм ($A_{sp} = 6,158 \cdot 10^{-4}$ м²).

Предварительное напряжение σ_{sp} назначим с учетом допустимых отклонений, таким образом, чтобы выполнялись условия [СНиП 2.03.01-84*, п. 1.23]:

При электротермическом способе натяжения арматуры предварительное натяжение σ_{sp} в напрягаемой арматуре (при длине стержня $L = 27$ м) определяется из условий:

$$\sigma_{sp} + p \leq R_{s,ser},$$

$$P = 30 + \frac{360}{l} = 43,3 \text{ МПа},$$

$$\sigma_{sp} \leq R_{s,ser} - P = 785 - 43,3 = 741,7 \text{ МПа},$$

$$\sigma_{sp} = 741,7 < 0,95 R_{s,ser} = 745,75 \text{ МПа}.$$

Определяем усилия обжатия пояса диафрагмы с учетом первых потерь P_{01} .

1. Потери от релаксации напряжений арматуры:

$$\sigma_1 = 0,03\sigma_{sp} = 0,03 \cdot 741,7 = 22,25 \text{ МПа}.$$

Отсюда

$$P_{01} = A_{sp}(\sigma_{sp} - \sigma_1) = 6,158 \cdot (741,7 - 22,25) \cdot 0,1 = 443,0 \text{ кН.}$$

Напряжение обжатия бетона:

$$\sigma_{sp} = \frac{P_{01}}{A_s} = \frac{443040}{110 \times 140} = 28,77 \text{ МПа.}$$

2. Для определения потерь от быстронатекающей ползучести принимаем передаточную прочность бетона:

$$\frac{\sigma_{sp}}{R_{sp}} \leq 0,95; \quad R_{sp} = \frac{\sigma_{sp}}{0,95}; \quad R_{sp} = \frac{28,77}{0,95} = 30,3 \text{ МПа;}$$

$$R_{sp} \geq 11 \text{ МПа при арматуре А-V;}$$

$$R_{sp} \geq 0,5 \cdot B = 0,5 \cdot 45 = 22,5 \text{ МПа;}$$

Отношение σ_{sp}/R_{sp} составит:

$$\frac{\sigma_{sp}}{R_{sp}} = \frac{28,77}{30,3} = 0,949 < \alpha = 1,01,$$

$$\text{где } \alpha = 0,25 + 0,025 \cdot R_{sp} = 1,01$$

Значение потерь предварительного напряжения:

$$\sigma_6 = 40 \cdot \frac{\sigma_{sp}}{R_{sp}} = 40 \cdot 0,95 = 38 \text{ МПа.}$$

Усилия обжатия бетона с учетом всех первых потерь:

$$P_{01} = 6,158(741,7 - 22,25 - 38) \cdot 0,1 = 419,6 \text{ МПа.}$$

Усилие, воспринимаемое сечением перед образованием трещин согласно [СНиП 2.03.01-84*, п. 4.4], составит:

$$\begin{aligned} H_{crc} &= R_{bf,ser}(A_b + 2\alpha \cdot A_{sp}) + P_{01} = \\ &= 2,25(11 \cdot 14 + 2 \cdot 5,07 \cdot 6,158) + 4196 = 468,3 \text{ кН,} \end{aligned}$$

где

$$\alpha = \frac{E_s}{E_b} = \frac{190000}{37500} = 5,07.$$

т.к. $H = 475 \text{ кН} > H_{crc} = 468,3 \text{ кН}$, то трещины образуются.

Статическое усилие в арматуре в момент образования трещин определяется по формуле (9.23):

$$H_{sp} = 433,65 + 2 \cdot 34,65 = 502,95 \text{ кН.}$$

Предельно допустимое усилие в арматуре при коэффициенте надежности по предельным состояниям II группы $\gamma_s = 1$:

$$[N] = R_{s,ser} \cdot \gamma_s \cdot A_{sp} = 785 \cdot 6,158 \cdot 1 = 483,4 \text{ кН.}$$

Поскольку $N_{sp}^e > [N_s]$ при принятом согласно норм уровне начального напряжения может произойти разрушение затяжки в момент образования в ней трещин от заданной эксплуатационной нагрузки.

Анализируя зависимости (9.20) и (9.23), несложно видеть, что описанный динамический эффект в арматуре увеличивается при снижении процента армирования сечения, уменьшении длины арматурного стержня, повышении класса бетона. Так, например, при расчете железобетонных арок, для которых процент армирования нижнего пояса составляет 0,9–1,2 %, а растягивающее усилие в бетоне в момент образования трещин достигает 15–20 % от H_{crc} , динамическое усилие в преднапряженной арматуре может значительно превышать предельно допустимое $[N_s]$ даже с учетом динамической прочности стали. Следовательно, при назначении начального контролируемого напряжения в преднапряженных конструкциях с высоким уровнем напряжения, помимо других условий, оговоренных СНиП 2.03.01-84*, необходимо учитывать наличие динамического эффекта в двухкомпонентных материалах при внезапном разрушении хрупкой компоненты.

9.5. Теоретические исследования длительной прочности сборных железобетонных оболочек

Известно, что наиболее напряженные участки сборных железобетонных оболочек (швы и плиты угловых и приконтурных зон) находятся в сложном напряженном состоянии – двухосном сжатии и сдвиге [9]. Длительная прочность этих зон определяет, вообще говоря, несущую способность оболочек в течение заданного срока их эксплуатации.

Швы между элементами оболочек, как правило, заполняются неармированным или слабоармированным бетоном, а плиты армируются сеткой. В условиях сложного напряженного состояния эти элементы могут разрушаться от сдвигающих или главных сжимающих (растягивающих) напряжений.

Аналогичное напряженное состояние испытывают не только оболочки, но также многие сборные железобетонные конструкции, работающие по пространственной схеме, например, несущие конст-

рукции многоэтажных домов, промышленных зданий, подземных сооружений и т. п.

Оценку длительной прочности бетонных элементов оболочек удобно проводить с использованием критериев длительной прочности хрупких или псевдопластических материалов, в основу разработки которых положены простейшие реологические законы изменения их деформационных и энергетических параметров во времени при действии постоянных или переменных статических нагрузок [8].

Предлагаемый критерий прочности материала (бетона швов и плит) определяется достижением главной линейной деформацией ε (или интенсивностью деформаций сдвига Γ) ее предельного значения ε_* (или Γ_*):

$$\varepsilon_0 + \varepsilon_1 = \varepsilon_*, \quad (9.25)$$

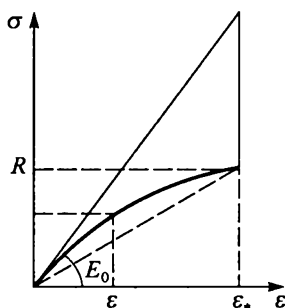


Рис. 9.8. Физическая модель деформирования бетона

где ε_0 — деформации, соответствующие элементу 0 используемой физической модели деформирования (рис. 9.8), характеризующие процесс кратковременного («мгновенного») нагружения; ε_1 — деформации, соответствующие модели Кельвина-Фойгта, последовательно соединяемой с элементом 0.

При использовании для бетона критерия (9.25), определяющее уравнение его длительной прочности при $\sigma = \text{const}$ записывается в виде:

$$\varepsilon_* \left(1 - \sqrt{1 - \frac{\sigma}{R}} \right) + \frac{\sigma}{E_1} [1 - \exp(-\alpha t)] = \varepsilon_*, \quad (9.26)$$

где первое слагаемое — $\varepsilon_0(\sigma)$ — соответствует аппроксимации диаграммы работы бетона при кратковременном нагружении квадратичной параболой. Уравнение (9.26) позволяет найти либо длительную прочность σ при заданном критическом времени $t = t_{кр}$, либо непосредственно определить $t_{кр}$ по заданному значению σ .

В том случае, когда при активном нагружении напряжение σ возрастает по произвольному во времени закону $\sigma = \sigma(t)$, величина ε_1 в зависимости (9.26) (второе слагаемое) определяется выражением:

$$\varepsilon_1 = K^{-1} \cdot \exp(-\alpha t) \left[\int_0^t \sigma(t) \exp(\alpha t) dt \right] \quad (9.27)$$

В (9.26) и (9.27) E_1 и K – соответственно линейный модуль упругости и модуль вязкого сопротивления модели Кельвина – Фойгта; $\omega = E_1/K$.

В случае реализации неодноосного напряженного состояния величины σ и ε во всех расчетных зависимостях следует заменять инвариантными величинами, соответственно интенсивностью касательных напряжений T и интенсивностью деформаций сдвига Γ :

$$T = \frac{1}{\sqrt{6}} \sqrt{(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2}, \quad (9.28)$$

$$\Gamma = \sqrt{\frac{2}{3}} \sqrt{(\varepsilon_1 - \varepsilon_2)^2 + (\varepsilon_2 - \varepsilon_3)^2 + (\varepsilon_3 - \varepsilon_1)^2}, \quad (9.29)$$

где σ_j , ε_j ($j = 1, 2, 3$) – главные напряжения и главные деформации.

Рассмотрим пример расчета оболочки двоякой кривизны, приведенной в работе [16], и применим предлагаемую методику определения длительной прочности конструкции на этом примере.

Пологая оболочка покрытия отдельно стоящего здания имеет размеры в плане 36×36 м, стрелу подъема в центре оболочки $f = 7,2$ м.

Оболочка опирается по всем четырем сторонам на контурные диафрагмы – брусья, уложенные по колоннам (рис. 9.9). Такая схема опирания отвечает принятым в расчете, согласно [16], условиям опирания на диафрагмы – абсолютно жесткие в своей плоскости и податливые из плоскости.

Сборными элементами собственно оболочки являются плоско-ребристые плиты с размерами 3×3 м. Толщина плиты принята равной 0,03 м; ребра, окаймляющие плиту, имеют высоту 0,2 м и среднюю толщину 0,07 м. При этих размерах фактическая приведенная толщина оболочки по площади сечения составляет $h_{np} = 0,038$ м. Нагрузка – 7,5 кПа.

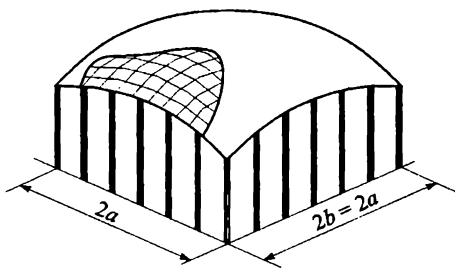


Рис. 9.9. Схема устройства пологой оболочки двоякой положительной кривизны

Внутренние усилия в прямоугольной в плане оболочке в виде эллиптического параболоида определяются по формулам, предложенным проф. Я.Ф. Хлебным [16]:

$$\left. \begin{aligned} N_x &= 2(x^2 - a^2) [C_1 + C_2(6y^2 + x^2 - b^2)] \\ N_y &= 2(x^2 - b^2) [C_1 + C_2(6y^2 + x^2 - a^2)] \\ S &= -4xy [C_1 + C_2(2x^2 + 2y^2 - a^2 - b^2)] \end{aligned} \right\} \quad (9.30)$$

Постоянные C_1 и C_2 зависят от нагрузки и геометрических параметров оболочки.

В частности, для квадратной в плане оболочки при $a = b$ и постоянных равных главных кривизнах $\kappa_1 = \kappa_2 = \kappa$:

$$C_1 = 0,29222 \frac{q}{\kappa a^2}, \quad C_2 = 0,0591 \frac{q}{\kappa a^4}. \quad (9.31)$$

На рис. 9.10 показаны эпюры усилий N_x , N_y , S в элементах оболочки.

Исходя из величины усилий N_x и N_y в вершине оболочки можно определить ее необходимую толщину h_n , принимая бетон класса В 25,

$$R_b = 14,8 \text{ МПа},$$

$$h_n = \frac{N_x(x=0, y=0)}{R_b} = \frac{N_y(x=0, y=0)}{R_b} = \frac{15648 \cdot 10^{-5}}{14,8} = 0,0106 \text{ м}. \quad (9.32)$$

На рис. 9.10 также представлены главные усилия в оболочке:

$$N_{1,2} = \frac{1}{2}(N_x + N_y) \pm \sqrt{\left(\frac{N_x - N_y}{2}\right)^2 + S^2}. \quad (9.33)$$

Проверка оболочки на прочность без учета длительности приложения нагрузки, исходя из величины максимального главного сжимающего усилия:

$$\sigma = \frac{T_{\text{эл}}}{h_{\text{пр}} 100} = \frac{551,00}{3,8 \times 100} = 14,5 \text{ МПа} < R_b = 14,8 \text{ МПа}. \quad (9.34)$$

Данная величина напряжения обеспечивает запас прочности наиболее напряженных участков плит; этот запас будет достаточным в течение неограниченного срока службы сооружения, но без учета деформаций ползучести бетона.

Предлагаемая в настоящем разделе методика расчета длительной прочности бетона (в данном случае приконтурного участка пли-

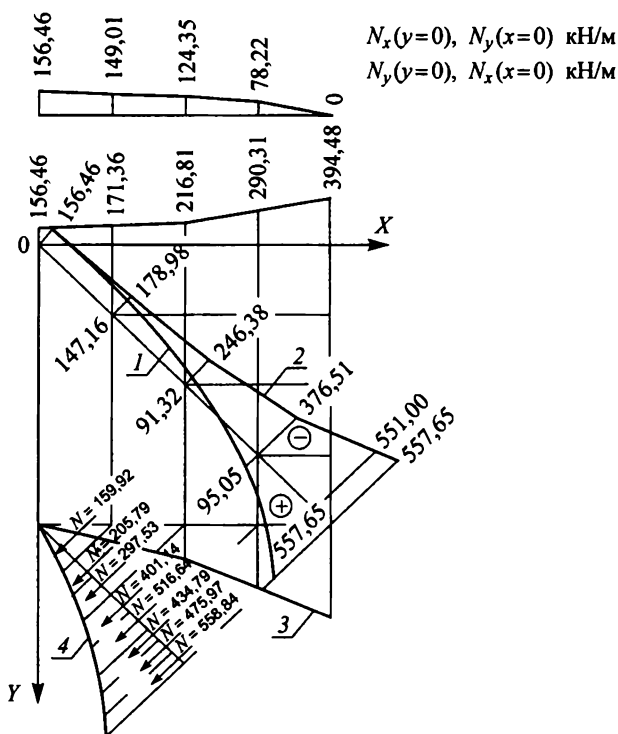


Рис. 9.10. Эпюры распределения внутренних усилий (МПа) от равномерно распределенной нагрузки (показана четверть оболочки):

1, 2 – главные усилия $N_{1,2}$ по диагональным сечениям и сечениям перпендикулярным к диагонали, соответственно; 3 – сдвигающие приконтурные усилия, S ; 4 – главные растягивающие усилия в косых сечениях приконтурной зоны

ты) позволяет определить предельное значение нагрузки, при которой прочность конструкции будет обеспечена в течение неограниченного промежутка времени, а также время до разрушения для любой заданной величины нагрузки.

Определим предельное значение напряжения σ_* , при котором конструкция не будет разрушаться, т.е. $t = \infty$. Для простоты рассматриваем случай одноосного сжатия.

Из уравнения (9.27) при $\sigma = \text{const}$ найдем значение ϵ_1 для подстановки в формулу (9.25) и последующего нахождения выражения для определения $t_{кр}$:

$$\varepsilon_1 = K^{-1} e^{-\alpha t} \sigma \int_0^t e^{\alpha t} dt = K^{-1} e^{-\alpha t} \frac{1}{\omega} \sigma (e^{\alpha t} - 1) = \frac{\sigma}{E_1} (1 - e^{-\alpha t}). \quad (9.35)$$

Поскольку речь идет о предельном значении напряжения, то вместо σ нужно подставить σ_* .

Согласно деформационной теории пластичности бетона [1] нелинейная зависимость между мгновенной деформацией ε_0 и напряжением σ определяется соотношением:

$$\varepsilon_0 = \varepsilon_* \left(1 - \sqrt{1 - \frac{\sigma_*}{R_{\sigma,ser}}} \right), \quad (9.36)$$

где $\varepsilon_* = 2R/E_0$.

Значение ε_* нормируется и для бетона принимается равным

$$\varepsilon_6^{np} = 2 \cdot 10^{-3} = \varepsilon_*. \quad (9.37)$$

E_0 – начальный модуль упругости бетона, соответствующий точке, $\sigma=0$ его диафрагмы работы. В расчетах принято значение $E_0 = 27,5 \cdot 10^3$ МПа; $E_1 = 1,3$; E_0 – соотношение принято при формировании математической модели с учетом экспериментальных данных (см. формулу 9.41);

$\omega = 0,1$ сут⁻¹ также найдено опытным путем.

$R_{\sigma,ser} = 18,9$ МПа – нормативное значение призменной прочности для бетона класса В 25.

Подставив в формулу (9.27) значение $t = \infty$, заменив E_1 на $1,3 E_0$, обозначив $\varepsilon_* = 2R/E_0$, $\varphi_* = \sigma_*/R$, получим

$$\varepsilon_1 = \frac{\varphi_*}{2,6} \varepsilon_*. \quad (9.38)$$

Подставив (9.36) и (9.38) в (9.25), получим квадратное уравнение относительно φ_* , из которого найдем $\varphi_* = 0,884$, а затем $\sigma_* = 16,71$ МПа. В случае, когда напряжение σ_* превышает эту величину, исследуемый элемент оболочки разрушится через конечный промежуток времени. Для иллюстрации полученных результатов построен график зависимости $t_{кр}$ от напряжений σ_* (рис. 9.11) по зависимости (9.26) (МПа).

Если напряжение сжатия в рассматриваемом элементе оболочки в результате приложения «аварийной» нагрузки составило $\sigma_* = 0,91 R_{\sigma,ser} = 17,2$ МПа; $R_{\sigma,ser} = 18,9$ МПа; $\varepsilon_* = 2 \cdot 10^{-3}$; $E_0 = 27500,0$ МПа, тогда

$$\varepsilon_0 = \varepsilon_* (1 - \sqrt{1 - \sigma_*/R}) = 0,7 \varepsilon_*; \quad (9.39)$$

$$\varepsilon_1 = \varepsilon_* - \varepsilon_0 = \varepsilon_* - 0,7 \varepsilon_* = 0,3 \varepsilon_*; \quad \varepsilon_* = 2R/E_0; \quad (9.40)$$

$$\varepsilon_1 = \frac{\sigma_{ae}}{E_1} (1 - e^{-\alpha t}) = \frac{0,91R}{1,3E_0} (1 - e^{-\alpha t}) = 0,35 \varepsilon_* (1 - e^{-\alpha t}); \quad (9.41)$$

и при $\omega = 0,1 \text{ сут}^{-1}$; $t_{кр} = 20 \text{ сут}$.

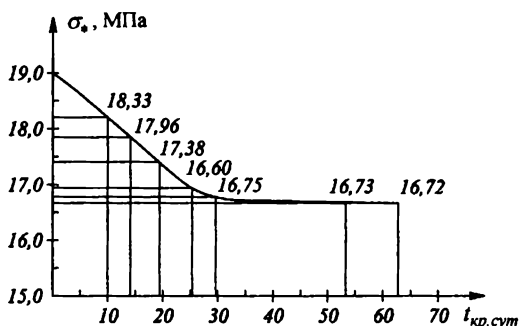


Рис. 9.11. График зависимости $t_{кр}$ от напряжений σ^* , построенный по уравнению (9.26)

В случае, когда при действии заданной постоянной нагрузки оболочка разрушается в течение конечного промежутка времени ($t_{кр} < \infty$), несущую способность конструкции следует проверить на действие циклических нагрузок (например, сезонных снеговых или технологических) [6]. При действии таких нагрузок соответствующее предельное напряжение может оказаться меньше предельного напряжения от постоянной нагрузки. Величина предельного напряжения зависит от заданного числа циклов загрузки в течение срока службы конструкции (рис. 9.12а, б).

Представленные достаточно простые алгебраические зависимости позволяют получать качественную и количественную оценку длительной прочности различных конструктивных решений и других пространственных конструкций при проектных и запроектных воздействиях. Если нагрузка на оболочку меньше предельной, определяемой максимальным напряжением, кроме проверки на длительное нагружение следует проверить ее несущую способность при циклическом нагружении (сезонными снеговыми и технологическими нагрузками).

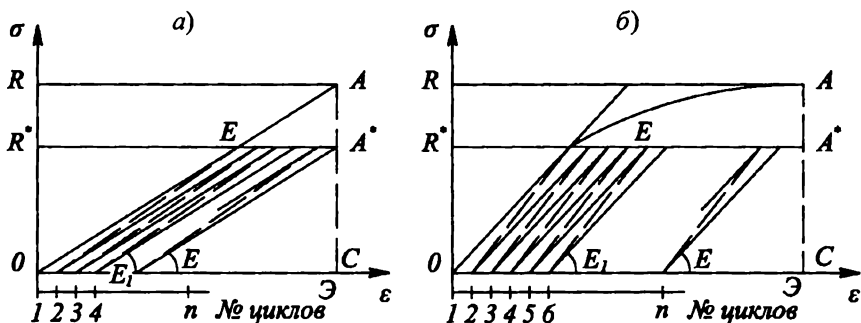


Рис. 9.12. Диаграммы « σ – ε » при циклическом нагружении:
 а – при линейной диаграмме, б – при нелинейной диаграмме работы материала

В случае необходимости параметры конструкции могут оптимизироваться в соответствии с рекомендациями работы [4].

9.6. Расчет панели цилиндрических оболочек из дерева на статические и динамические запроектные воздействия

Рассматриваются многократно статически неопределимые системы из различных материалов, включающие панели с каркасом из стержней (оболочки покрытий, малозэтажные дома и др.). Работа выполнена на основе теории, содержащей специфические статические и динамические модели и методику расчета сооружений с изменяющейся в процессе нагружения конструктивной схемой. Учитываются хрупкие и пластические виды разрушения элементов, возникающие при этом воздействия динамического характера [18].

Приводятся результаты расчета плоской плиты с деревянным каркасом и дощатой обшивкой, работающей на сдвиг в своей плоскости. Показаны примеры конструирования пространственных покрытий зданий в виде цилиндрических оболочек и способы управления процессом их разрушения при запроектных воздействиях на основании статических и динамических расчетов.

Выполнена оценка несущей способности коротких и длинных цилиндрических оболочек при расчете их на равномерно распределенные (постоянные) и несимметричные (снеговые) нагрузки. В основу расчетов положена техническая теория длительной прочности хрупких и пластичных материалов при статических воздействиях и разработанные методы оценки динамических эффектов в стержневых

системах из хрупких материалов [2]. При этом приняты упрощенные реологические модели деформирования материалов, позволяющие получить простые аналитические выражения критериев кратковременной и длительной прочности для практического применения.

Теория была применена для анализа кратковременной и длительной несущей способности деревянной панели с каркасом в виде статически неопределимой фермы. Результаты использованы для расчета и конструирования сложных статически неопределимых систем: короткой и длинной цилиндрических оболочек, образуемых из продольных и поперечных ребер и исследуемых в этом разделе панелей. Полученные результаты позволяют конструировать панели и оболочечные конструкции так, чтобы, во-первых, предотвратить возможность прогрессирующего разрушения и, во-вторых, обеспечить оптимальное распределение жесткостей элементов и не допустить перерасхода материалов.

Основные предпосылки исследования состоят в следующем. При мгновенно-хрупком разрушении элемента m в n раз статически неопределимой системе в ней неизбежно возникают динамические (импульсивные) эффекты, и усилия в образующейся при этом $(n - 1)$ раз статически неопределимой системе в последующий за разрушением этого элемента момент времени будут превышать усилия $S_{i,n-1}^s$, соответствующие статическому нагружению системы $(n - 1)$. Пусть эти динамические усилия в стержнях $(n - 1)$ раз статически неопределимой системы будут равны $S_{1,n-1}^d, S_{2,n-1}^d, S_{3,n-1}^d, \dots, S_{i,n-1}^d$, а усилия в стержнях исходной n раз статически неопределимой системы в момент, предшествующий разрушению элемента $m - S_{1,n}^s, S_{2,n}^s, S_{3,n}^s, \dots, S_{i,n}^s$.

Продольные колебания элемента относительно точки статического равновесия имеют затухающий характер, однако в течение первого полупериода амплитудные значения колебаний с достаточной точностью можно считать равными. При этих условиях в работе [2] для искомых динамических усилий от хрупкого разрушения получена зависимость

$$S_{i,n-1}^d = 2S_{i,n-1}^s - S_{i,n}^s. \quad (9.42)$$

Выражение (9.42) справедливо для растянутых и сжатых элементов, определяя зависимость для абсолютных значений усилий. После определения динамических усилий во всех элементах $(n - 1)$ системы по выражению (9.42) следует проверять выполнение для них критерия прочности путем сравнения динамических напряжений с соответствующими пределами прочности материала. Если

для всех элементов $(n - 1)$ системы критерий прочности окажется не нарушенным, то параметр внешней нагрузки λ_m не является предельным для системы в целом и будет возможно его дальнейшее увеличение в области $\lambda > \lambda_m$.

Однако возможен другой крайний случай поведения системы, когда после хрупкого разрушения одного из элементов критерий прочности для динамических напряжений в других окажется невыполненным и произойдет лавинообразное разрушение всей системы.

Для иллюстрации разработанной теории проведен расчет простейшей статически неопределимой панели с деревянным каркасом и обшивкой из досок (рис. 9.13). Диагональные элементы каркаса усиливаются тонкими металлическими полосами, воспринимающими только растягивающие усилия. Панель предназначена в качестве сборного элемента оболочек или жилых домов. Напряженное состояние панели характеризуется ее преимущественной работой на сдвиг.

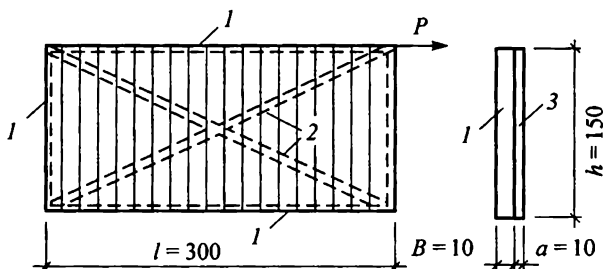


Рис. 9.13. Конструктивная схема панели:

1 – деревянный каркас; 2 – металлическая полоса;
3 – доски обшивки

Расчет включает в себя следующие этапы.

Сначала выполняется статический расчет каркаса панели без учета работы обшивки и не учитывая работу диагонального стержня на растяжение. Согласно [2] такая конструкция называется $(n - 1)$ -системой. В данном случае эта система статически определима. Сечения элементов в первом приближении назначаются из конструктивных соображений.

К каркасу присоединяется дощатая обшивка, принимаемая в расчете в виде сплошной плиты приведенной толщины. Долю P_1 усилия P воспринимает каркас, долю $P - P_1$ воспринимает обшивка. Расчет производится из условия совместности деформаций каркаса и плиты.

В полученную систему вводится растянутый диагональный элемент, обращающий каркас в статически неопределимую систему (по терминологии [2] – n -систему).

Сечение этого элемента должно быть таким, чтобы он разрушился от силы P раньше всех остальных стержней.

Расчетом полученной статически неопределимой системы уточняется распределение усилий между элементами каркаса.

Определяются динамические усилия в элементах каркаса и в плите в случае обрыва металлической растянутой полосы. Проверяется прочность всех элементов при действии статической нагрузки P_1 соответствующей выходу из строя диагональной растянутой полосы.

Корректируются сечения элементов каркаса так, чтобы при нагрузке P напряжения в них были близки к расчетным.

Повторяя расчет статически неопределимой системы с новыми жесткостями элементов, получаем новое распределение усилий между элементами и снова уточняем сечение элементов. Обычно бывает достаточно повторить такой расчет 2–3 раза.

Для системы с рационально подобранными из статического расчета сечениями элементов определяются динамические напряжения, возникающие от хрупкого разрушения растянутого диагонального стержня (полосы). Эти напряжения нужно сравнивать с динамическим пределом прочности древесины. В зависимости от результатов сравнения делаем вывод о возможности лавинообразного разрушения всей плиты.

Принятые для расчета сечения и распределение усилий между элементами в статически неопределимой конструкции показаны на рис. 9.14. При этом напряжения в статически определимой ($n - 1$)-системе, т.е. с заранее удаленным диагональным растянутым элементом ($\sigma_{i,n-1}^s$), оказались следующими:

$$\sigma_{D_2,n-1}^s = 11,5 < R_s = 13,0 \text{ МПа}, \quad (9.43)$$

$$\sigma_{Q_1,n-1}^s = 9,35 < R_1 = 10,0 \text{ МПа}, \quad (9.44)$$

$$\tau_{pl,n-1}^s = 0,43 < R_{sp,90} = 0,8 \text{ МПа}. \quad (9.45)$$

Напряжения в элементах панели не превосходят расчетных сопротивлений, в то же время достаточно близки к ним, т.е. на статические нагрузки панель сконструирована рационально.

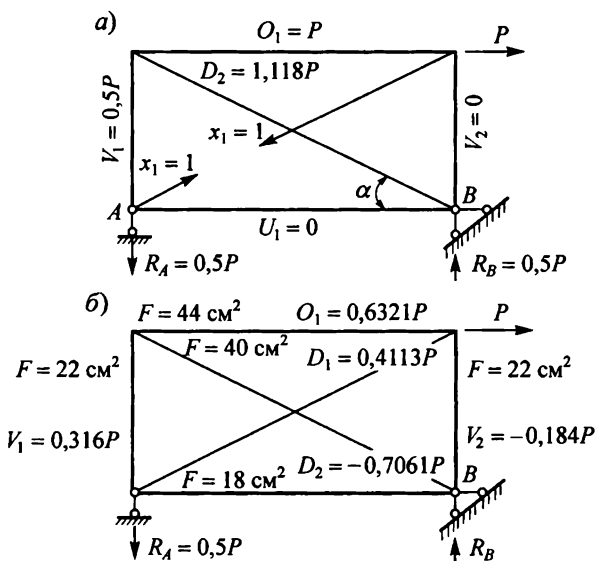


Рис. 9.14. К расчету панели на статическую нагрузку P :
 a – основная система для расчета каркаса; b – сечения элементов
 каркаса и распределение усилий между ними

Динамические напряжения в элементах панели, определенные на основании формулы (9.42), получились следующими:

$$\sigma_{D_2, n-1}^d = 14,47 \text{ МПа}, \sigma_{\alpha_1}^d = \sigma_{\alpha_1, n-1}^d = 11,76 \text{ МПа}, \tau_{p/n-1}^d = 0,215 \text{ МПа} \quad (9.46)$$

Полученные напряжения от динамических нагрузок сравнивались с динамическими пределами прочности, определенными по методике [7]. Для стержня D_2 эта величина:

$$R_{D_2}^d = 50 \text{ МПа} > 14,4 \text{ МПа} = \sigma_{D_2, n-1}^d. \quad (9.47)$$

Видим, что прочность этого и других стержней обеспечена с большим запасом и лавинообразное разрушение всей конструкции от хрупкого разрушения растянутого стержня D_1 не произойдет.

Рассмотрим конструкцию однопролетной одноволновой короткой цилиндрической оболочки стрельчатого очертания размерами в плане 12×42 м. Стрела подъема оболочки – 10,5 м. Оболочка образуется из сборных клееных деревянных элементов. Элементами оболочки служат спаренные арки-диафрагмы сечением $2 \times 1000 \times 130$ мм с металлическими затяжками из двух швеллеров № 27, арки-ребра

сечением 800×130 мм, снабженные затяжками только на период монтажа, бортовые элементы в виде прямолинейных сварных стальных балок двутаврового сечения с габаритами сечения 300×1000 мм; толщина полок и стенки – 20 мм; панели с дощатым каркасом сечением 40×130 и 20×130 мм; доски диагональных элементов каркаса панели усилены поверху металлическими полосами для обеспечения работы каркаса панели на сдвиг. Панели могут иметь различные обшивки. В данном случае работа обшивок не учитывается. В угловых зонах оболочки диафрагмы соединяются с бортовыми элементами стальными арматурными стержнями $\varnothing 16$ см. п. 7.3 и рис. 9.15 по резьбе для восприятия главных растягивающих усилий. Конструкция и геометрические размеры оболочки показаны на рис. 9.15. Диафрагмы и арки-ребра устанавливаются на бортовые элементы. Плиты заполняют пространства между диафрагмами и арками-ребрами, так что верхние грани всех элементов образуют общую цилиндрическую поверхность.

В процессе исследований рассматривались два варианта ступенчатого нагружения:

- возрастающая временная несимметричная нагрузка, распределенная по всей поверхности, как показано на рис. 9.15,а при фиксированной постоянной;
- возрастающая постоянная симметричная нагрузка при фиксированной временной.

Приведем описание поведения конструкции короткой оболочки при ступенчатом нагружении снеговой нагрузкой q_s и фиксированном значении постоянной нагрузки $q_p = 1,0$ кПа. Перед началом численного эксперимента были определены предельные значения внутренних усилий в элементах оболочки. После нескольких пробных нагружений выяснилось, что до нагрузки $q_s = 18$ кПа предельное состояние не наступает ни в одном стержне оболочки. При попытке увеличить нагрузку q_s до 19 кПа предельные усилия оказались превышенными сразу в двух парах стержней каркаса плит: диагональных сжатых стержнях №№ 4–13 и диагональных растянутых стержнях №№ 6–13 в плитах, прилегающих к диафрагмам (рис. 9.15).

Чтобы точнее уловить момент перехода первых стержней плит в предельное состояние, повторили расчет при уменьшенной снеговой нагрузке при значении максимальной ее ординаты 18,5 кПа. При этом в предельном состоянии при усилии растяжения, равном 16,012 кН. Оказались только стержни №№ 6–13 с минимальным

превышением предельного значения растягивающего усилия, равного для этих стержней 16 кН. В соответствии с теорией стержни, оказавшиеся в предельном состоянии, были удалены из расчетной схемы для следующего этапа загрузки снеговой нагрузкой 1,9 кПа. На этом этапе в предельном состоянии оказались стержни каркаса плит под №№ 4–13, и симметричные, а перемещения возросли до 69,4 мм по сравнению с 67, 66 на предыдущем этапе. После удаления этих стержней предельного состояния достигли элементы под №№ 2–11, 12–5, и симметричные 5–14. Оболочка, однако, осталась в равновесии несмотря на выход из строя перечисленных стержней.

Указанные стержни были снова удалены из расчетной схемы и расчет повторен при том же значении снеговой нагрузки (1,9 кПа).

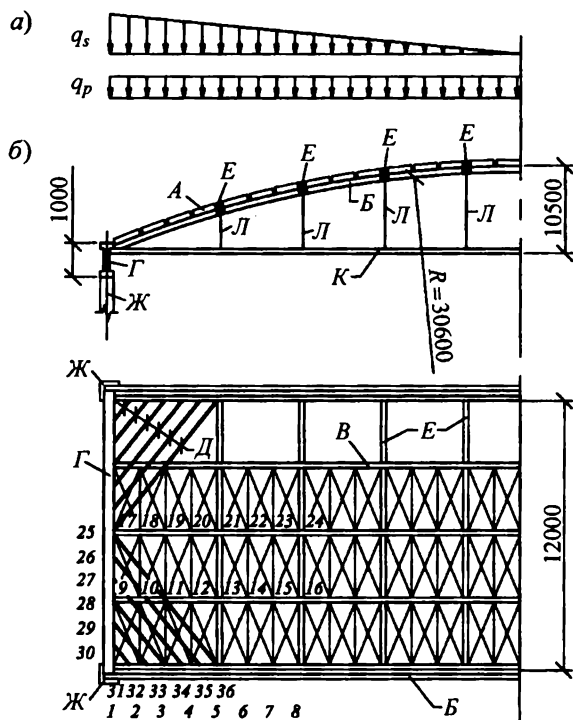


Рис. 9.15. К расчету короткой цилиндрической оболочки:

a – нагрузки; *б* – конструкция оболочки и нумерация стержней;
B – арки ребра; *Г* – бортовой элемент; *Д* – угловая арматура; *Е* – распорки;
Ж – колонны; *И* – козырьки; *К* – затяжка; *Л* – подвески

При этом внутренние усилия в стержнях №№ 11–3; 10–3; 4–12; 1–10; 13–6 оболочки превысили предельные. Отметим, что расчет производился на несимметричную нагрузку, и наиболее напряженные элементы находятся с более загруженной ее стороны. Оболочка и после выхода из строя этих стержней остается в равновесии. Наибольшие вертикальные перемещения ее составляют 77,5 мм или $1/542$ пролета, т.е. удовлетворяют требованиям норм, хотя нагрузка уже значительно превышает нормативную. Расчет при тех же значениях снеговой и постоянной нагрузок был повторен после удаления из расчетной схемы стержней, усилия в которых превысили предельные.

На этот раз предельные усилия оказались превышенными не только в стержнях каркаса панелей, но и в других элементах. Вышел из строя стержень угловой арматуры № 25–36, при значительном превышении в них усилий по сравнению с предельными (84,1 кН, а предельное 68,85 кН), а также стержень № 30–31, в которых предельные усилия превышены лишь немного. Достиг и превысил предельное значение изгибающий момент из плоскости бортового элемента с более загруженной стороны оболочки – стержень № 27–28. Напряжения в нем составили 253,4 кПа, а предельное значение равно 230,0 кПа. Вышел из строя длинный контурный стержень № 2–10 панели, находящийся в угловой зоне оболочки; а также стержни № 5–13; 6–14; 6–15 панелей, более удаленных от угловых зон. Зона разрушения каркасов панелей распространилась и в центральные приконтурные панели, т.е. расположенные между арками-ребрами и не примыкающие к диафрагмам – вышел из строя стержень № 10–19 и симметричный. Изложенное привело к излому средней арки-ребра (стержней № 22–23), за которым должно последовать лавинообразное разрушение всей конструкции. На каждом этапе загрузки определялись динамические усилия (напряжения) по формуле (9.42) и сравнивались с динамическим пределом прочности древесины. Оказалось, что при относительно мелких сборных элементах оболочки этот предел прочности достигнут не был.

Был выполнен аналогичный расчет при фиксированной несимметричной нагрузке интенсивностью 16 кПа и ступенчато возрастающей равномерно распределенной. Разрушение произошло при нагрузке 1,35 кПа, т.е. этот случай менее опасен.

Развитие зон разрушения происходило аналогично описанному выше. В результате проявилась сдвиговая форма разрушения, зафиксированная раньше при испытании модели подобной оболочки.

Напряжения в бортовом элементе (стержень №27–28) составило 219,1 кПа, а в сжатом деревянном элементе; – 11,93 кПа, т.е. были близки к предельным. Напряжения в симметричной относительно поперечной оси части оболочки были меньшими, т.к. здесь сказалось влияние несимметричной части общей нагрузки.

Статический расчет короткой стрельчатой и длинной круговой цилиндрических оболочек выполнен на основе дискретной стержневой расчетной модели с использованием унифицированного пакета прикладных программ для прочностных расчетов строительных конструкций на персональных компьютерах, реализующего метод конечных элементов.

Далее рассмотрена конструкция длинной цилиндрической оболочки. Оболочка однопролетная, одноволновая размерами в плане 12×18 м, рис. 9.16. Стрела подъема собственно оболочки 2 м. Верхняя грань бортовых элементов высотой 1 м совпадает с верхними гранями арок-ребер в месте их соединения. Между арками размещаются панели, аналогичные по своей конструкции панелям короткой цилиндрической оболочки. В угловых зонах оболочки по верху плит уложены металлические полосы для восприятия главных растягивающих усилий. Концы полос прикрепляются к диафрагмам и бортовым элементам с шагом 1,5 м, начиная от углов оболочки. Диафрагмы оболочки состоят из спаренных арок сечением 0,13×0,5 м с затяжками из арматурной стали диаметром 36 мм. Арки-ребра размещаются между диафрагмами по длине оболочки с шагом 1,5 м (рис. 9.16б).

Всего арок-ребер 11 шт. Ребра соединяются между собой тремя рядами распорок сечением 0,13×0,5 м, расположенных в четвертях длины дуги арок. Конструкция и остальные размеры оболочки показаны на рис. 9.16.

Распор арок-ребер на участках между металлическими полосами воспринимается горизонтальными фермами, которые служат козырьками и улучшают архитектурное оформление покрытия. Фермы металлические. Решетка и пояса изготавливаются из парных уголков 63×63 мм. Высота фермы – 1 м.

Нагрузки на покрытие приняты аналогично нагрузкам на короткую цилиндрическую оболочку: постоянная нагрузка – равномерно распределенная по горизонтальной проекции оболочки, снеговая нагрузка – согласно прил. 3 СНиП 2.01.07.85* – несимметричная.

В данном расчете рассмотрен случай загрузки постоянной симметричной нагрузкой интенсивностью 10 кПа при ступенчато

возрастающей несимметричной нагрузке с начальным значением максимальной ординаты $q_s = 16$ кПа. Предварительные расчеты показали, что оболочка выдерживает расчетную нагрузку, но попытка увеличить ее приводит к перегрузке сжатых диагональных стержней каркасов плит и наиболее близких к углам оболочки металлических полос. На пределе оказались также напряжения от изгиба бортовых элементов в средней части пролета. Все эти факторы приводили к потере несущей способности всей конструкции.

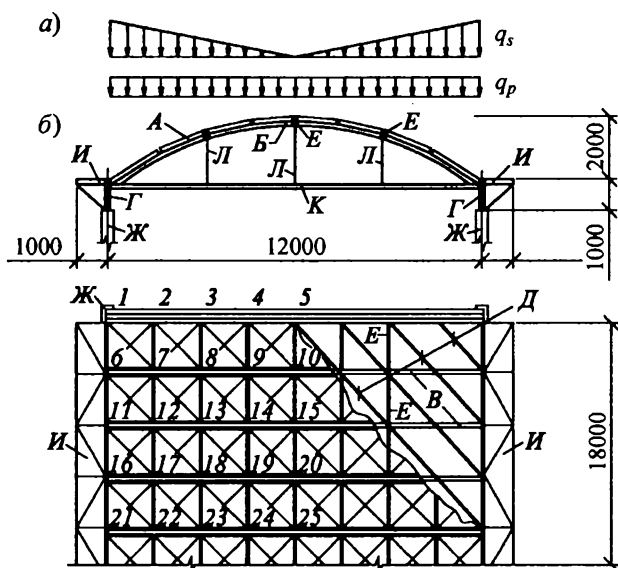


Рис. 9.16. К расчету длинной цилиндрической оболочки:

а – нагрузки; *б* – конструкция оболочки и нумерация стержней;
В – арки ребра; *Г* – бортовой элемент; *Д* – угловая арматура; *Е* – распорки;
Ж – колонны; *И* – козырьки; *К* – затяжка; *Л* – подвески

Поскольку ставилась задача исследовать процесс последовательного снижения степени статической неопределенности конструкции, и возможность исключения лавинообразного ее разрушения было принято решение об усилении перечисленных элементов оболочки, достигающих предельных напряжений. Жесткость сжатых диагональных элементов панелей типа 1–7 в угловых зонах оболочки была увеличена вдвое; элементов типа 2–8, 6–12, 7–13 – в 1,5 раза. Также была увеличена жесткость растянутых диагональных

стержней панелей по линиям 2–6, 3–11 и увеличено сечение бортового элемента до $0,13 \times 1,0$ м вместо $0,13 \times 0,75$ м. При этих условиях оказалось возможным увеличить несимметричную часть нагрузки с 16 кПа до 29 кПа, т.е. почти вдвое. Увеличение нагрузки производилось этапами по 4 кПа: 16; 20; 24; 28 кПа. На этапе 28 кПа усилия в сжатых диагональных элементах угловых плит оболочки стали близки к предельным, поэтому нагрузка на следующем этапе загрузки была принята равной 29 кПа. На этом этапе превзошли предельные значения усилия в растянутых, а затем сжатых диагональных элементах угловых плит, и достигли близкой величины в центральной части пролета бортовых элементов.

После удаления из расчетной схемы первых из указанных стержней и повторения расчета при той же нагрузке произошло лавинообразное разрушение сразу по основным несущим элементам: бортовому элементу, металлическим полосам в угловых зонах, панелям – по сжатым диагональным стержням типа 2–8. Напряжения в арках близки к предельным: $11,46 < 13,0$ кПа. Такое разрушение свидетельствует о равнопрочности конструкции, которая была обеспечена по результатам предварительных расчетов.

Для длинной цилиндрической оболочки характерно более интенсивное расширение зон разрушения, хотя динамический предел прочности для соседних стержней и в данном случае не был достигнут.

Выводы

1. Проведенные численные исследования показывают эффективность предложенного подхода к расчету и анализу напряженно-деформированного состояния сложных статически неопределимых стержневых систем. Расчет позволяет на стадии проектирования уточнить конструкцию для обеспечения ее равнопрочности, а также обеспечить заданную несущую способность конструкции.
2. Расчеты позволили уточнить качественные различия в работе коротких и длинных цилиндрических оболочек с применением древесины; причем эта методика может быть использована для расчетов конструкций из любых материалов.
3. Короткая цилиндрическая оболочка разрушается постепенно путем последовательного выхода из строя стержней панелей, а затем перехода в предельное состояние бортовых элементов и арок. Такой тип разрушения позволяет своевременно принять меры против полного обрушения конструкции.

4. Длинная цилиндрическая оболочка разрушается более прогрессирующе: после выхода из строя наиболее нагруженных стержней плит в угловых зонах оказываются перегруженными металлические связи в углах и центральные участки бортовых элементов. В этом смысле покрытия в виде коротких цилиндрических оболочек более предпочтительны.
5. Расчет на основе предложенной теории легко допускает формализацию для использования ЭВМ и может быть использован как для упругой стадии работы, так и за пределами упругости материала. Допускается исследование длительной несущей способности.
6. На каждом этапе загрузки определялись динамические усилия (напряжения) по формуле (9.42) и сравнивались с динамическим пределом прочности древесины. Оказалось, что при относительно мелких сборных элементах этот предел прочности, как для короткой, так и для длинной оболочек достигнут не был.
7. Выполненные в настоящей работе расчеты позволяют получить новые знания о реальной работе конструкций. Вместе с тем работа требует продолжения, в частности, для исследования длительной несущей способности и несущей способности при динамических нагрузках.

В отличие от железобетонных оболочек, которые могут быть монолитными, деревянные оболочки и другие пространственные конструкции бывают только сборными. Обеспечение совместной работы сборных элементов требует особого внимания к устройству стыков и соединений.

9.7. Прочность железобетонных каркасов с пространственными покрытиями при сейсмических воздействиях

Вопросам теоретических и экспериментальных исследований инженерных конструкций и сооружений при сейсмических воздействиях посвящено большое количество работ отечественных и зарубежных ученых. Мы не будем останавливаться здесь на изложении и перечислении основных результатов этих исследований, поскольку библиографические сведения о них приведены в целом ряде источников – монографиях и отдельных статьях.

В настоящей работе рассмотрены некоторые вопросы расчетов железобетонных каркасов с пространственными покрытиями (из ци-

линдрических или пологих оболочек двоякой кривизны) на сейсмические воздействия, характеризующиеся гармоническим законом перемещений на земной поверхности [3,10].

Определенной особенностью полученных ниже решений является континуальное распределение массы и, соответственно, массовых инерциальных сил по длине элементов, в отличие от моделей сосредоточенных масс, широко используемых в современной теории сейсмостойкости [15, 17].

Известно, что пространственные конструкции отличаются большей жесткостью, особенно при горизонтальных нагрузках. Поэтому при сейсмических воздействиях колонны и опорные части покрытий являются более уязвимыми, чем сами покрытия.

Ниже рассмотрен пример расчета трехпролетной рамы, в котором ригелями служат диафрагмы оболочек с примыкающими к ним участками оболочки. Для колонн используется континуальная модель распределения массы, а ригели играют роль сосредоточенных масс при горизонтальных перемещениях системы.

В работе приведены также расчетные зависимости для определения частот собственных колебаний такой комбинированной модели, необходимые для прогнозирования резонансных явлений в системе.

В числовом примере расчета размеры пролетов и высоты рам выбраны условно так, чтобы проявились характерные особенности поведения сооружения при землетрясении.

Горизонтальные перемещения оснований колонн постоянного по высоте поперечного сечения изменяются во времени по гармоническому закону:

$$z - z(0, t) = \delta \sin \omega t. \quad (9.48)$$

Введем согласно рис. 9.17 две системы координат: неподвижную $z(x, t)$, начало которой совмещено с положением основания колонн при $t = 0$, и подвижную систему $y(x, t)$, перемещающуюся во времени, начало которой совмещено с основанием колонн при произвольных значениях t . Таким образом,

$$Z(x, t) - y(x, t) = \delta \sin \omega t; \quad (9.49)$$

При $x = 0$:

$$y(0, t) = 0; \quad z(0, t) = \delta \sin \omega t, \quad (9.50)$$

где x – координаты точек по высоте колонны.

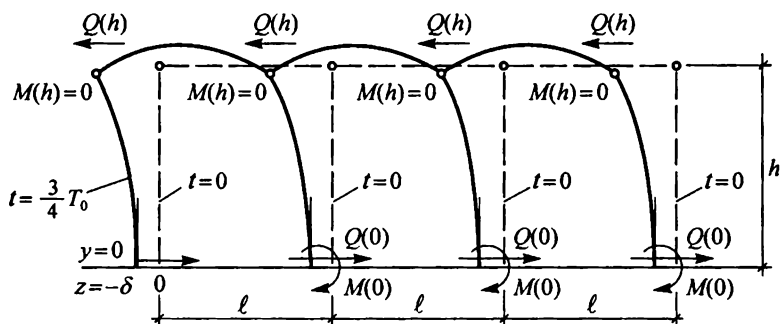


Рис. 9.17. Трехпролетная рама с шарнирным креплением ригелей при поверхностных сейсмических воздействиях

Выражение (9.49) дает зависимость между горизонтальными перемещениями колонны, определяемыми в системах z и y . Из условия симметрии следует:

$$\text{при } t = 0 \quad z(x, 0) = y(x, 0) = 0, \quad (9.51)$$

$$\text{при } t = \frac{\pi}{2\omega} \quad z\left(x, \frac{\pi}{2\omega}\right) - y\left(x, \frac{\pi}{2\omega}\right) = \delta, \quad (9.52)$$

$$\text{при } t = \frac{3\pi}{2\omega} \quad \left(x, z\left(x, \frac{3\pi}{2\omega}\right) - y\left(x, \frac{3\pi}{2\omega}\right) = \delta\right). \quad (9.53)$$

Перемещение $y(x, t)$ можно трактовать как фактический прогиб колонны.

Очевидно, что колебания системы следует считать вынужденными колебаниями, при которых внешние силовые факторы, действующие на нее в основании колонн характеризуются также частотой внешнего кинематического воздействия ω .

Используем далее известное решение для случая непрерывного распределения масс по высоте колонны.

$$EI \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} = -M; \quad \frac{\partial^2 M}{\partial x^2} = -q; \quad EI \frac{\partial^4 y}{\partial x^4} = q; \quad (9.54)$$

$$q = -\frac{\gamma F \partial^2 z}{g \partial t^2}; \quad \frac{\partial^4 y}{\partial x^4} = \frac{\partial^4 z}{\partial x^4}; \quad \left(\frac{\partial^n y}{\partial x^n} = \frac{\partial^n z}{\partial x^n}\right); \quad (9.55)$$

$$\frac{\partial^4 z}{\partial x^4} + a^2 \frac{\partial^2 z}{\partial t^2} = 0; \quad a^2 = \frac{\gamma F}{gEI}, \quad (9.56)$$

где условные обозначения имеют общеизвестный смысл.

Полагая $z(x, t) = X(x) T(t)$, имеем:

$$\frac{d^4 X}{dx^4} - cX = 0; \quad \frac{d^2 T}{dt^2} + \frac{c}{a^2} T = 0; \quad c > 0; \quad (9.57)$$

$$T = A \sin \omega t + B \cos \omega t; \quad T'' = -\omega^2 (A \sin \omega t + B \cos \omega t);$$

Из условия: при $t = 0$ $T = 0$, $T'' = 0$, следует $B = 0$, $T = T(t) = \sin \omega t$, ($A = 1$).

Из условия: при $t = \frac{\pi}{2\omega}$ $c = \text{const} = (a\omega)^2$ и

$$\frac{d^4 X}{dx^4} - k^4 X = 0, \quad (9.58)$$

где $k = \sqrt[4]{c} = \sqrt{a\omega}$.

Полагая $x = e^{qx}$, находим корни характеристического уравнения для (9.5.3):

$$q_1 = \sqrt{a\omega}; \quad q_2 = -\sqrt{a\omega}; \quad q_3 = i\sqrt{a\omega}; \quad q_4 = -i\sqrt{a\omega}; \quad (9.59)$$

и общее решение (9.58) и выражения для производных X имеют известный вид:

$$X = C_1 \operatorname{sh} kx + C_2 \operatorname{ch} kx + C_4 \cos kx; \quad (9.60)$$

$$X' = k(C_1 \operatorname{ch} kx + C_2 \operatorname{sh} kx + C_3 \cos kx - C_4 \sin kx); \quad (9.61)$$

$$X'' = k^2(C_1 \operatorname{sh} kx + C_2 \operatorname{ch} kx - C_3 \sin kx - C_4 \cos kx); \quad (9.62)$$

$$X''' = k^3(C_1 \operatorname{ch} kx + C_2 \operatorname{sh} kx - C_3 \cos kx + C_4 \sin kx); \quad (9.63)$$

$$X^{IV} = k^4(C_1 \operatorname{sh} kx + C_2 \operatorname{ch} kx + C_3 \sin kx - C_4 \cos kx); \quad (9.64)$$

Таким образом:

$$z = z(x, t) = X(x) \sin \omega t, \quad (9.65)$$

$$y = y(x, t) = [X(x) - \delta] \sin \omega t. \quad (9.66)$$

В отличие от модели с сосредоточенными массами, в рассматриваемом случае нет необходимости представления общего решения в виде суммы частных решений, связанных с его разложением по частотам собственных колебаний, поскольку решение (9.65), (9.66) точно удовлетворяет начальным и граничным условиям задачи.

Последние формулируются в следующем виде:

$$\text{При } x = 0 \quad X(0) = \delta \quad (9.67)$$

(равенство перемещений основания колонн и поверхности грунта в каждый момент времени, $z(0, t) = \delta \sin \omega t$),

$$X'(0) = 0 \quad (9.68)$$

(условие ортогональности оси колонн к поверхности грунта).

При $x = h$ (h – высота колонны)

$$X''(h) = 0 \quad (9.69)$$

(равенство нулю изгибающего момента M в колоннах на их верхнем конце),

$$X''(h) + \lambda k^3 X(h) = 0 \quad (9.70)$$

(равенство поперечной силы Q в колонне на ее верхнем конце горизонтальной сосредоточенной инерционной силе от присоединенной массы m от веса покрытия).

Действительно, величина присоединенной массы m , относящейся к одной колонне, определяется очевидным выражением

$$m = \frac{n}{(n+1)} \frac{p}{g} l, \quad (9.71)$$

где n – число пролетов рамы ($n + 1$ – число колонн), l – длина пролета рамы, p – вес покрытия на единицу длины пролета, $g = 981 \text{ см с}^{-1}$.

Из условия $Q(h) = -EI \frac{d^3 X}{dx^3} \Big|_{x=h}$ и выражения (9.63) следует:

$$Q(h) = -EI k^3 (C_1 \text{ch } kh + C_2 \text{sh } kh - C_3 \cos kh + C_4 \sin kh). \quad (9.72)$$

$$\text{Очевидно также, что } Q(h) = mX(h)\omega^2, \quad (9.73)$$

где

$$X(h) = C_1 \text{sh } kh + C_2 \text{ch } kh - C_3 \sin kh + C_4 \cos kh. \quad (9.74)$$

Зависимости (9.72) и (9.73) определяют граничное условие (9.70), где безразмерная величина

$$\lambda = \frac{m\omega^2}{EI k^3}. \quad (9.75)$$

Из условия (9.67) и (9.60) следует:

$$C_2 + C_4 = \delta. \quad (9.76)$$

Из условия (9.68) и (9.61) следует:

$$C_1 + C_3 = 0. \quad (9.77)$$

Условия (9.69), (9.70) и (9.62), (9.63) учетом (9.55) и (9.56) приводятся в системе двух линейных уравнений относительно постоянных C_1 и C_2 :

$$\begin{aligned} C_1(\operatorname{sh} kh + \sin kh) + C_2(\operatorname{ch} kh + \cos kh) &= \delta \cos kh, \\ C_1[(\operatorname{ch} kh + \cos kh) + \lambda(\operatorname{sh} kh - \sin kh) + \\ + C_2[(\operatorname{sh} kh - \sin kh) + \lambda(\operatorname{ch} kh - \cos kh)] &= -\delta(\sin kh + \lambda \cos kh). \end{aligned} \quad (9.78)$$

Выражение детерминанта системы (9.78) имеет вид:

$$D = -2[1 + (1 + \operatorname{ch} kh \cos kh) + \lambda(\operatorname{sh} kh \cos kh - \operatorname{ch} kh \sin kh)], \quad (9.79)$$

при этом:

$$C_3 = -C_1 = \frac{\operatorname{sh} kh \cos kh + \operatorname{ch} kh \sin kh + 2\lambda \operatorname{ch} kh \cos kh}{2[(1 + \operatorname{ch} kh \cos kh) + \lambda(\operatorname{sh} kh \cos kh - \operatorname{ch} kh \sin kh)]} \delta; \quad (9.80)$$

$$C_2 = \frac{1 + \operatorname{ch} kh \cos kh + \operatorname{sh} kh \sin kh + 2\lambda \operatorname{sh} kh \cos kh}{2[(1 + \operatorname{ch} kh \cos kh) + \lambda(\operatorname{sh} kh \cos kh - \operatorname{ch} kh \sin kh)]} \delta; \quad (9.81)$$

$$C_4 = \frac{1 + \operatorname{ch} kh \cos kh - \operatorname{sh} kh \sin kh - 2\lambda \operatorname{ch} kh \sin kh}{2[(1 + \operatorname{ch} kh \cos kh) + \lambda(\operatorname{sh} kh \cos kh - \operatorname{ch} kh \sin kh)]} \delta. \quad (9.82)$$

Приведем два числовых примера расчета трехпролетных рам рассматриваемого вида, отличающихся значением площади поперечного сечения ригелей при прочих равных условиях: $\delta = 25$ см,

$$T_0 = 1 \text{ с}, \quad \omega = 2\pi/T_0 = 6,2832 \text{ с}^{-1}, \quad h = 800 \text{ см}, \quad l = 600 \text{ см}.$$

Для колонны:

$$A = 40 \times 30 = 1,2 \cdot 10^3 \text{ см}^2, \quad I = 30 \cdot 40^3 / 12 \text{ см}^4,$$

$$EI = 2,7 \cdot 10^5 \cdot 16 \cdot 10^4 = 43,2 \cdot 10^9 \text{ кгс} \cdot \text{см}^2,$$

$$\gamma = 2,5 \cdot 10^{-3} \text{ кгс} \cdot \text{см}^{-3}.$$

$$\text{Ригели: } p = 2,25 \text{ кгс} \cdot \text{см}^{-1} \quad p = 3,75 \text{ кгс} \cdot \text{см}^{-1};$$

$$n = 3, \quad n + 1 = 4; \quad m = \frac{3}{4} \frac{p}{g} l.$$

Результаты расчетов по приведенным выше формулам представлены в табл. 9.1.

Таблица 9.1

$\delta = 25 \text{ см}; T_0 = 1 \text{ с}; \omega = 2\pi \text{ с}^{-1} \approx 6,2832 \text{ с}^{-1}$ Размеры колонн: $A = 40 \cdot 30 \text{ см}^2; h = 800 \text{ см}$ $EI = 2,7 \cdot 10^5 \cdot 16 \cdot 10^4 = 43,2 \cdot 10^9 \text{ кгс} \cdot \text{см}^2$ Пролет рамы: $l = 600 \text{ см}$ Объемный вес: $\gamma = 2,5 \cdot 10^{-3} \text{ кгс} \cdot \text{см}^{-3}$ Характеристика: $a^2 = 0,06944 \cdot 10^{-12} \text{ см}^{-4} \cdot \text{с}^2$		
$p, \text{ кгс} \cdot \text{см}^{-1}$	2,25	3,75
Параметр $k, \text{ см}^{-1}$	$1,28676 \cdot 10^{-3}$	$1,28676 \cdot 10^{-3}$
kh	1,02941	1,02941
$\text{sh } kh$	1,22109	1,22109
$\text{ch } kh$	1,57831	1,57831
$\sin kh$	0,8570	0,8570
$\cos kh$	0,5153	0,5153
$C_1, \text{ см}$	-22,415	-30,626
$C_3, \text{ см}$	22,415	30,626
$C_2, \text{ см}$	28,402	36,883
$C_4, \text{ см}$	-3,402	-11,553
λ	0,43429	0,7240
$M(0, \frac{3}{4}T_0), \text{ кгс} \cdot \text{см}$	$227,5 \cdot 10^4$	$344 \cdot 10^4$
$Q(0, \frac{3}{4}T_0), \text{ кг}$	-4126	-5638
$Q(h, \frac{3}{4}T_0), \text{ кг}$	-1395	-2704
$z(h, \frac{3}{4}T_0), \text{ см}$	-34,91	-40,59
$y(h, \frac{3}{4}T_0), \text{ см}$	-9,91	-15,59

Приведенные числовые примеры подтверждают очевидный, вообще говоря, факт, что более массивному ригелю соответствуют большие значения $\max M(0)$, $\max Q(0)$, $\max y(0)$ при прочих равных условиях.

Укажем методику определения опасных значений величины kh , соответствующих возникновению резонансных явлений в системе.

Полагая равным нулю детерминант системы уравнений (9.78), и решая это уравнение относительно λ , получим:

$$\lambda = \frac{(1 + \text{ch } kh \cos kh)}{(\text{ch } kh \sin kh - \text{sh } kh \cos kh)}; \quad (\lambda \geq 0). \quad (9.83)$$

Получим также второе выражение зависимости между λ и kh :

$$\lambda = \frac{n}{(n+1)} \cdot \frac{p}{\gamma F} \cdot \frac{l}{h} kh. \quad (9.84)$$

Выражение (9.84) – определяет линейную зависимость между λ и kh .

«Резонансные» значения kh и λ должны удовлетворить обеим зависимостям – (9.83) и (9.84). Зависимость (9.83) определяет в системе координат kh , λ семейство кривых 1, которых при $\lambda = 0$ соответствуют собственным значениям $kh = 1,875; 4,684; 7,845; \dots$ и т.д.

На рис. 9.18 показана одна из этих кривых 1, отвечающая значению $kh = 1,875$ при $\lambda = 0$.

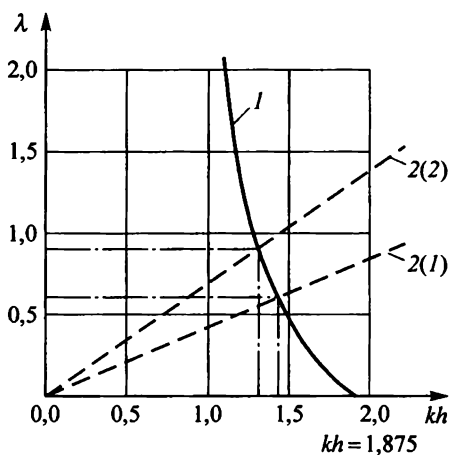


Рис. 9.18 Графики, иллюстрирующие методику определения возможного появления резонансных явлений в рассматриваемой рамной системе

Зависимость (9.84) определяет в системе координат kh , λ семейство прямых линий 2.

Для определения «резонансных» значений kh и λ следует найти точки пересечения линии 2, соответствующей известной величине

$$\frac{n}{(n+1)} \cdot \frac{p}{\gamma F} \cdot \frac{l}{h},$$

являющейся тангенсом ее угла наклона к оси kh , с семейством кривых 1.

Для первого числового примера, приведенного в табл. 9.1:

$$\lambda = \frac{3}{4} \cdot \frac{2,25}{3,00} \cdot \frac{600}{800} kh = 0,421875 kh,$$

и первые «резонансные» значения искомых kh и λ составляют $kh = 1,48$; $\lambda = 0,62$,

Поскольку для первого числового примера

$$kh = 1,029 < 1,48 \text{ и } \lambda = 0,434 < 0,62,$$

явление резонанса в рассматриваемом случае не будет иметь места.

Для второго числового примера:

$$\lambda = \frac{3}{4} \cdot \frac{2,75}{3,00} \cdot \frac{600}{800} kh = 0,703125 kh,$$

и первые «резонансные» значения искомых kh и λ составляют $kh = 1,34$; $\lambda = 0,92$.

При этом так же:

$$kh = 1,029 < 1,34 \text{ и } \lambda = 0,724 < 0,92.$$

После определения перемещений элементов каркаса от действия сейсмических сил можно определить нагрузки на конструкции оболочек.

Для многоэтажных рам решения строятся с учетом непрерывного распределения массы по высоте колонн, а сосредоточенные инерционные усилия прикладываются в горизонтальном направлении на уровне ригелей каждого этажа. При этом также должны учитываться присоединенные массы от расположенного на них оборудования и прочих временных нагрузок.

Литература к части I

1. Александров, А.В. Строительная механика. Тонкостенные пространственные системы [Текст] / А.В. Александров, Б.Я. Лашеников, Н.Н. Шапошников. – М.: Стройиздат, 1983. – 488 с.
2. Бартенев, В.С. Практический способ расчета пологих железобетонных оболочек положительной гауссовой кривизны на прямоугольном плане [Текст] / В.С. Бартенев // Тонкостенные железобетонные пространственные конструкции. – М.: Стройиздат, 1970.
3. Бондаренко, В.М. Примеры расчета железобетонных и каменных конструкций [Текст] / В.М. Бондаренко, В.И. Римшин. – М.: Высш. шк., 2006. – 504 с.
4. Власов, В.З. Общая теория оболочек и ее приложение в технике [Текст] / В.З. Власов. – М.: Гостехиздат, 1949. – 784 с.
5. Власов, В.З. Тонкостенные упругие стержни [Текст] / В.З. Власов. – 2-е изд. – М.: Физматгиз, 1959. – 568 с.
6. Дарков, А.В. Строительная механика [Текст] / А.В. Дарков, Н.Н. Шапошников. – М.: Высш. шк., 1986. – 667 с.
7. Бондаренко, В.М. Железобетонные и каменные конструкции [Текст] / В.М. Бондаренко и др. // Учеб. для строит. спец. вузов – 2-е изд. перераб. и доп. – М.: Высш. шк. 2002. – 876 с.
8. Карпенко, Н.И. Теория деформирования железобетона с трещинами [Текст] / Н.И. Карпенко. – М.: Стройиздат, 1978. – 205 с.
9. Колчунов, В.И. Жесткость и трещиностойкость железобетонных складчатых покрытий [Текст] / В.И. Колчунов, Е.В. Осовских // Известия вузов. Строительство, 1993. – №2. – С. 118-123.
10. Городецкий, А.С. Компьютерные модели конструкций [Текст] / А.С. Городецкий, И.Д. Евзеров. – К.: Факт, 2005. – 344 с.
11. Верюжский, Ю.В. Компьютерные технологии в проектировании железобетонных конструкций [Текст] / Ю.В. Верюжский, В.И. Колчунов, М.С. Барабаш, Ю.В. Гензерский // Учеб. пособие – Книжное издательство НАУ, 2006. – 808 с.
12. Либерман, А.Д. Складчатые пространственные покрытия производственных зданий. [Текст] / А.Д. Либерман, В.И. Стаковиченко, В.И. Колчунов, В.В. Краснобаев. // Бетон и железобетон. – 1978, – № 9, – С. 27-30.
13. Липницкий, М.Е. Железобетонные пространственные покрытия зданий [Текст] / М.Е. Липницкий, В.В. Горенштейн, Г.Г. Виноградов. – М.: Госстройиздат, 1965. – 474 с.
14. Лукаш, П.А. Основы нелинейной строительной механики [Текст] / П.А. Лукаш. – М.: Стройиздат, 1978. – 204 с.
15. Методические рекомендации по расчету сборных волнистых покрытий [Текст]. – К.: НИИСК Госстроя СССР, 1975. – 49 с.
16. Милейковский, И.Е. Расчет оболочек и складок методом перемещений [Текст] / И.Е. Милейковский. – М.: Госстройиздат, 1960. – 174 с.

17. Милейковский, И.Е. Гипары. Расчет и проектирование оболочек покрытий в форме гиперболических покрытий [Текст] / И.Е. Милейковский, А.К. Купар. – М.: Стройиздат, 1977. – 223 с.
18. Милейковский, И.Е. Расчет деформативности железобетонных покрытий из длинных панелей – оболочек с учетом трещинообразования [Текст]. / И.Е. Милейковский, В.И. Колчунов, А.И. Осыков. – Изв. вузов. Строительство и архитектура. – 1982, – № 2, – С. 41-46.
19. Милейковский, И.Е. Алгоритмы программы и примеры расчета оболочек покрытий [Текст] / И.Е. Милейковский, В.И. Колчунов, А.А. Соколов. – М.: ЦНИИСК им. В.А. Кучеренко, БТИСМ им. И.А. Гришманова, 1989. – 269 с.
20. Милейковский, И.Е. Рекомендации по выбору расчетных схем и методов расчета оболочек покрытий [Текст] / И.Е. Милейковский, В.И. Колчунов, А.А. Соколов // Учеб. пособие. – М.: МИСИ им. В.В. Куйбышева, БТИСМ им. И.А. Гришманова, 1987. – 177 с.
21. Стыковиченко, Е.И. Рекомендации по проектированию покрытий производственных зданий с железобетонными панелями-оболочками КСО / Е.И. Стыковиченко, В.И. Колчунов, Е.В. Осовских. – Киев-Белгород: НИИСК Госстроя СССР, 1989. – 192 с.
22. Руководство по проектированию железобетонных пространственных покрытий и перекрытий. – М.: Стройиздат, 1979. – 421 с.
23. СНиП 2.03.01-84*. Бетонные и железобетонные конструкции [Текст] / Госстрой СССР. – ЦИПТ Госстроя СССР, 1989. – 80 с.
24. Справочник проектировщика промышленных, жилых и общественных зданий и сооружений. Расчетно-теоретический. 2-е изд. Т. 2 / Под ред. А.А. Уманского. – М.: Стройиздат, 1973. – 416 с.
25. Филин, А.П. Элементы теории оболочек [Текст] / А.П. Филин. – Л.: Стройиздат, 1975. – 256 с.
26. Чиненков, Ю.В. Расчет железобетонных цилиндрических оболочек по трещиностойкости, жесткости и прочности [Текст] / Ю. В. Чиненков // Строительная механика и расчет сооружений, 1969. – №4.
27. Шугаев, В.В. Инженерные методы в нелинейной теории предельного равновесия оболочек [Текст] / В.В. Шугаев. – М.: Готика, 2001. – 368 с.
28. Юрьев, А.Г. Строительная механика [Текст] / А.Г. Юрьев // Синтез конструкций. М.: 1982, – 100 с.

Литература к части II

1. Арленинов, Д.К. Пространственное покрытие из клееной древесины [Текст] / Д.К. Арленинов, К.П. Пятикрестовский, И. Н. Соловьев // «На стройках России», 1987. – №14. – С. 11-14.
2. Карлсен, Г.Г. Курс деревянных конструкций. Часть II [Текст] / Г.Г. Карлсен, В.В. Большаков, М.Е. Каган, Г.В. Свенцицкий // Стройиздат Наркомстроя. – М.: 1943. – 634 с.
3. Клейн, Г.К. Руководство к практическим занятиям по курсу строительной механики [Текст] / Г.К. Клейн, В.Г. Рекач, Г.И. Розенблат и др. – М.: «Высшая школа», 1972.

4. Ковальчук, Л.М. Деревянные конструкции в строительстве [Текст] / Л.М. Ковальчук, С.Б. Турковский, Ю.В. Пискунов и др. М. – Стройиздат, 1995. – 245 с.
5. Слищкоухов, Ю.В. Конструкции из дерева и пластмасс: Учебник для ВУЗов [Текст] / Ю.В. Слищкоухов, В.Д. Буданов, М.М. Гаппоев и др.: под ред. Г.Г. Карлсена и Ю.В. Слищкоухова. – 5-е изд. перераб. и дополн. М.: Стройиздат, 1986. – 543 с.
6. Липницкий, М.Е. Железобетонные пространственные покрытия зданий [Текст] / М.Е. Липницкий, Б.В. Горенштейн, Г.Г. Виноградов. – Л.: Стройиздат, 1986. – 543 с.
7. Овечкин, А.М. Примеры расчета железобетонных конструкций / А.М. Овечкин, Я.Ф. Хлебной, Ю.В. Зайцев и др. – М.: 1968.
8. Пастернак, П.Л. Железобетонные конструкции [Текст] / П.Л. Пастернак, К.К. Антонов, С.А. Дмитриев и др. // Специальный курс для факультетов промышленного и гражданского строительства. Госстройиздат. – М.: 1961. – 855 с.
9. Пособие по проектированию деревянных конструкций (к СНиП II-25-80). Изд. ЦНИИСК. – М.: 1986.
10. Пятикрестовский, К.П. Вопросы дальнейшего совершенствования конструкций с применением древесины и новых плитных материалов. В сб. Пространственные конструкции зданий и сооружений. Вып. 10. – М. 2006.
11. Пятикрестовский, К.П. Пространственные деревянные конструкции. В кн. Состояние и перспективы исследований в области деревянных строительных конструкций. Изд. ЦНИИСК, – М.: 1983.
12. Пятикрестовский, К.П. К вопросу проектирования большепролетных куполов с применением клееной древесины. В кн. Пространственные конструкции зданий и сооружений. Вып. 5. – М.: Стройиздат, 1986.
13. Пятикрестовский, К.П. Крытый рынок с куполом из клееной древесины. «На стройках России» [Текст] / К.П. Пятикрестовский, С.Б. Турковский, 1987. – №7. – С. 16-17.
14. Пятикрестовский, К.П. Покрытие цеха из деревянных клееных конструкций. «На стройках России» / К.П. Пятикрестовский, С.Б. Турковский, 1988. – №2. – С. 48-50.
15. Пятикрестовский, К.П. Конструирование и расчет цилиндрических оболочек из древесины. В сб. Пространственные конструкции зданий и сооружений (исследование, расчет, проектирование). Вып. 6. М.: Стройиздат, 1991. – С. 240-245.
16. Рекомендации по проектированию деревянных клееных куполов для покрытий залов общественных зданий. ЦНИИЭП им. Б.С. Мезенцева, 1989. – 132 с.
17. Ржаницын, А.Р. Предельное равновесие пластинок и оболочек / А.Р. Ржаницын. – М.: Наука, 1983.
18. Руководство по проектированию железобетонных пространственных покрытий и перекрытий. – М.: Стройиздат, 1979. – 421 с.
19. СНиП 2-25-80. Деревянные конструкции. Нормы проектирования / Госстрой СССР. М.: Стройиздат, 1982. – 66 с.
20. СНиП 2.01.07-85* Нагрузки и воздействия. – М.: 2003.
21. Дыховичный, Ю.А. Современные пространственные конструкции (железобетон, металл, дерево, пластмассы): Справочник / Ю.А. Дыховичный, Э.З. Жу-

- ковский, В.В. Ермолов и др. гл.13 и 14; Под ред. Ю.А. Дыховичного, Э.З. Жуковского. – М.: Высш. шк., 1991 – 543 с. ил.
22. СТО 6554501-002-2006 «Деревянные клееные и цельнодеревянные конструкции. Методы проектирования и расчета (взамен СНиП II-25-80 «Деревянные конструкции») М.: ЦННИСК им. В.А. Кучеренко, 2006.
23. Хлебной, Я.Ф. Натурные экспериментальные исследования сборной оболочки из клееной древесины [Текст] / Я.Ф. Хлебной, К.П. Пятикрестовский, С.Б. Турковский. – В кн.: Пространственные конструкции в Красноярском крае. Красноярск. – 1980. Вып. III .
24. Хлебной, Я.Ф. О совершенствовании сборных оболочек с квадратным и прямоугольным планом «Промышленное строительство» [Текст], 1966, – №4.
25. Хлебной, Я.Ф. Пространственные железобетонные конструкции. Расчет и конструирование [Текст] М.: Стройиздат, 1977. – 225 с.

Литература к части III

1. Гениев, Г.А. Вариант деформационной теории пластичности бетона [Текст] / Г.А. Гениев // Бетон и железобетон, 1969. – №2. – С. 18-20.
2. Гениев, Г.А. Об оценке динамических эффектов в стержневых системах из хрупких материалов [Текст] / Г.А. Гениев // Бетон и железобетон, 1992. – №9. – С. 25-27.
3. Гениев, Г.А. Прочность и деформативность железобетонных конструкций при запроектных воздействиях [Текст] / Г.А. Гениев, В.И. Колчунов, Н.В. Ключева, А.И. Никулин, К.П. Пятикрестовский. – М.: АСБ, 2004. – 216 с.
4. Гениев, Г.А. О применении прямых методов математического анализа в задачах оптимизации характеристик надежности комбинированных строительных конструкций [Текст] / Г.А. Гениев. – Новороссийск: Известия ВУЗов. Строительство, 2000. – №1. – С. 16-21.
5. Гениев, Г.А. К оценке резерва несущей способности железобетонных статически неопределимых стержневых систем после запроектных воздействий [Текст] / Г.А. Гениев, В.И. Колчунов, Н.В. Ключева // Сб. докл. Конференции «Критические технологии в строительстве». – М.: МГСУ, 1998. – С. 60-67.
6. Гениев, Г.А. Несущая способность стальных и железобетонных элементов при повторных нагружениях типа сейсмических [Текст] / Г.А. Гениев, Г.В. Мамаева, К. П. Пятикрестовский // Журнал «Сейсмостойкое строительство. Безопасность сооружений». ВНИИТПИ. – 2002. – №5. – С. 17-21.
7. Гениев, Г.А. Метод определения динамической прочности упруго-пластических тел [Текст] / Г.А. Гениев, К. П. Пятикрестовский // Сб. докладов Международной конференции «Промышленность стройматериалов и стройиндустрия, энерго- и ресурсосбережение в условиях рыночных отношений». Ч.6-7. – Белгород. – 1997.
8. Гениев, Г.А. Вопросы длительной и динамической прочности анизотропных конструктивных материалов [Текст] / Г.А. Гениев, К. П. Пятикрестовский // ГУП ЦНИИСК им. В.А. Кучеренко. – М. – 2000. – 38 с.
9. Гениев, Г.А. Вопросы длительной прочности сборных железобетонных оболочек [Текст] / А. Гениев, К. П. Пятикрестовский // Труды Международ-

- научной конференции «Архитектура оболочек и прочностной расчет тонкостенных строительных конструкций и машиностроительных конструкций сложной формы». – М. – 2001. – С. 70-78.
10. Гениев, Г.А. Вопросы прочности железобетонных каркасов с пространственными покрытиями при сейсмических воздействиях [Текст] / Г.А. Гениев, К. П. Пятикрестовский // Сб. пространственные конструкции зданий и сооружений. Вып.9. – М. – 2004.
 11. ГОСТ 8829-94 Изделия строительные железобетонные и бетонные заводского изготовления. Методы испытаний нагружением правила оценки прочности, жесткости и трещиностойкости.
 12. Ключева, Н.В. К анализу живучести внезапно поврежденных рамных систем [Текст] / Н.В. Ключева, В.С. Федоров // Научно-технический журнал «Строительная механика и расчет сооружений». – М.: ФГУП НИЦ «Строительство», 2006. – №3. – С. 7-13.
 13. Колчунов, В.И. Расчет составных тонкостенных конструкций [Текст] / В.И. Колчунов, Л.А. Панченко. – М. – 1999. – 281 с.
 14. Компьютерные технологии в проектировании железобетонных конструкций [Текст] / Ю.В. Верюжский, В.И. Колчунов, М.С. Барабаш, Ю.В. Гензерский. – К. – 2006. – 808 с.
 15. Корчинский, И.Л. Прочность строительных материалов при динамических нагрузках [Текст] / И.Л. Корчинский, Г.В. Беченева.
 16. Овечкин, А.М. Примеры расчета железобетонных конструкций [Текст] / А.М. Овечкин, Я.Ф. Хлебной, Ю.В. Зайцев // Глава II Большепролетные покрытия из полых тонких оболочек. – М. – 1968. – С. 82-93.
 17. Поляков, С.В. Сейсмостойкие конструкции зданий [Текст] / С.В. Поляков. – М. – 1993.
 18. Пятикрестовский, К.П. Расчет пространственных конструкций на статические и динамические запроектные воздействия (на англ. языке) [Текст] / К.П. Пятикрестовский, Г.А. Гениев, И.В. Лебедева // Доклад на международном конгрессе МКПК. Т.1. – М. – 1998. – С. 274-282.
 19. Пятикрестовский, К.П., Лебедева И.В. Исследования живучести панели и цилиндрических оболочек из дерева на статические и динамические запроектные воздействия. Строительная механика и расчёт сооружений 2007г. №2 с. 56-61.
 20. СП 52-102-2004. Предварительно напряжённые железобетонные конструкции. М., 2005.
 21. СП 25-101-2003. Бетонные и железобетонные конструкции без предварительного напряжения арматуры. М. – 2004.

СОДЕРЖАНИЕ

Введение.....	4
Часть I. ПРОЕКТИРОВАНИЕ ТОНКОСТЕННЫХ ЖЕЛЕЗОБЕТОННЫХ ПРОСТРАНСТВЕННЫХ ПОКРЫТИЙ	7
1. Общие положения проектирования железобетонных оболочек.....	7
1.1. Общие сведения. Геометрия. Разновидности оболочек и область применения.....	7
1.2. Основные принципы проектирования оболочек и складок покрытий	11
1.3. О напряженно-деформированном состоянии оболочек и методах их расчета.....	15
2. Цилиндрические оболочки и призматические складки	23
2.1. Конструирование и особенности расчета	23
2.2. Алгоритм расчета и конструирования покрытия в виде короткой призматической складки	36
2.3. Алгоритм и пример расчета короткой призматической складки (цилиндрической оболочки) вариационным методом В.З. Власова	62
3. Пологие железобетонные оболочки положительной и отрицательной гауссовой кривизны	84
3.1. Основы расчета и конструирования	84
3.2. Алгоритм и пример расчета пологой оболочки положительной гауссовой кривизны методом конечных разностей	90
3.3. Алгоритм и пример расчета пологих гладких оболочек и многогранников по моментной теории с использованием тригонометрических рядов	104
3.4. Алгоритм и пример расчета несущей способности пространственного покрытия в форме гиперболического параболоида.....	122
4. Панели-оболочки и панели складки на пролет	135
4.1. Конструкции панелей на пролет и покрытий из них. Методы расчета	135
4.2. Пример расчета гиперболической панели-оболочки на пролет.....	150
4.3. Расчет и конструирование пространственного покрытия из панелей-оболочек КСО	166
4.3.1. Пример расчета несущей способности панели-оболочки КСО.....	173
4.3.2. Конструирование панелей-оболочек КСО.....	195
Часть II. ПРОЕКТИРОВАНИЕ ТОНКОСТЕННЫХ ПРОСТРАНСТВЕННЫХ КОНСТРУКЦИЙ ИЗ ДРЕВЕСИНЫ	201
5. Общие сведения и принципы проектирования.....	201

6. Купола	206
6.1. Общие положения	206
6.2. Тонкостенные купола-оболочки	209
6.3. Ребристо-кольцевые купола	209
6.3.1. Конструктивные решения	209
6.3.2. Расчет куполов	212
6.3.3. Пример расчета и конструирования	220
6.3.3.1. Расчет на осесимметричную нагрузку	223
6.3.3.2. Определение коэффициентов уравнений	225
6.3.3.3. Подбор сечения опорного кольца	235
6.4. Ребристые купола	236
6.4.1. Конструктивные решения	236
6.4.2. Расчет ребристых куполов	237
6.4.3. Пример расчета и конструирования ребристого купола	238
6.4.4. Расчет опорного кольца	242
6.5. Техничко-экономический анализ куполов	243
7. Цилиндрические оболочки, их конструкция и расчет	245
7.1. Конструктивные решения цилиндрических оболочек	245
7.2. Расчет коротких цилиндрических оболочек	249
7.3. Пример расчета и конструирования короткой цилиндрической оболочки	253
7.3.1. Определение геометрических размеров покрытия	253
7.3.2. Определение нагрузок на оболочку	255
7.3.3. Расчет диафрагмы. Подбор сечения затяжки.	
Геометрические характеристики	257
7.3.4. Расчет диафрагмы	259
7.3.5. Расчет бортового элемента и подбор сечения стержней в угловых зонах оболочки	265
7.3.6. Расчет бортового элемента на монтажные нагрузки	267
7.3.7. Расчет несущей способности соединений в швах между оболочками и диафрагмами	268
7.4. Расчет длинных цилиндрических оболочек	270
7.5. Пример расчета и конструирования длинной цилиндрической оболочки	274
7.5.1. Предварительное определение сечений оболочек	275
7.5.2. Сбор нагрузок на оболочку	275
7.5.3. Определение геометрических характеристик оболочки	275
7.5.4. Расчет оболочки и соединений ее элементов на сдвигающие усилия	279
7.5.5. Расчет диафрагмы на сдвигающие усилия	285
7.6. Техничко-экономический анализ запроектированной конструкции	285
8. Пологие оболочки двоякой кривизны из клееной и цельной древесины	287
8.1. Конструктивные решения оболочек двоякой кривизны	287

8.2. Расчет пологих оболочек двоякой положительной кривизны	290
8.3. Пример конструирования и расчета пологой оболочки двоякой кривизны.....	291
Часть III. ОСНОВЫ ТЕОРИИ КОНСТРУКТИВНОЙ БЕЗОПАСНОСТИ ПРОСТРАНСТВЕННЫХ КОНСТРУКЦИЙ.....	298
9. Расчет железобетонных конструкций при внезапных запроектных воздействиях	298
9.1. Общие положения. Исходные гипотезы	298
9.2. Определение приращений напряжений и деформаций в элементах внезапно повреждаемых пространственных конструкций	301
9.3. Анализ живучести железобетонных покрытий из панелей-оболочек КСО при запроектных воздействиях	305
9.4. К оценке живучести железобетонных конструкций с высоким уровнем предварительного напряжения	310
9.5. Теоретические исследования длительной прочности сборных железобетонных оболочек	317
9.6. Расчет панели цилиндрических оболочек из дерева на статические и динамические запроектные воздействия.....	324
9.7. Прочность железобетонных каркасов с пространственными покрытиями при сейсмических воздействиях.....	335
Список литературы	344

Учебное пособие

Виталий Иванович Колчунов
Константин Пантелеевич Пятикрестовский
Наталия Витальевна Ключева

ПРОСТРАНСТВЕННЫЕ КОНСТРУКЦИИ ПОКРЫТИЙ

Курсовое и дипломное проектирование

Редактор: *Г. М. Мубаракшина*
Компьютерная верстка: *В. Ю. Алексеев*
Компьют. дизайн обложки: *Н. С. Кузнецова*

Диапозитивы предоставлены издательством

Подписано в печать 10.03.2008. Формат 60 × 90/16.
Бумага офсетная. Гарнитура «Таймс». Печать офсетная.
Усл.-печ. л. 22. Тираж 1000 экз. Заказ № 2168.

Лицензия ЛР № 0716188 от 01.04.98.

Издательство Ассоциации строительных вузов (АСВ)
129337, Москва, Ярославское шоссе, 26, оф. 706 (отдел реализации: оф. 511)
тел., факс: (495) 183-56-83
<http://www.iasv.ru>, e-mail: iasv@mgsu.ru

Отпечатано в полном соответствии с качеством
предоставленных диапозитивов в ОАО «Дом печати — ВЯТКА»
610033, г. Киров, ул. Московская, 122

Рецензенты:

В.М. Бондаренко – академик Российской академии архитектуры и строительных наук, зав. кафедрой «Железобетонные конструкции» Московского института коммунального строительства и хозяйства;

Н.И. Карпенко – академик – секретарь отделения строительных наук Российской академии архитектуры и строительных наук, доктор технических наук, профессор;

В.С. Федоров – член корреспондент Российской академии архитектуры и строительных наук, доктор технических наук, профессор, зав. кафедрой «Строительные конструкции» Московского государственного университета путей сообщения.

Колчунов В.И., Пятикрестовский К.П., Ключева Н.В.

Пространственные конструкции покрытий: учебное пособие.

– М.: Изд-во АСВ, 2008, – 352 с., 122 илл.

ISBN 978-5-93093-579-0

В учебном пособии изложены основы проектирования, алгоритмы и примеры расчета железобетонных и деревянных пространственных конструкций покрытий в виде цилиндрических оболочек, призматических складок, панелей-оболочек на пролет, пологих оболочек положительной и отрицательной гауссовой кривизны. В отдельном разделе приведены основы анализа живучести пространственных конструкций при запроектных воздействиях.

Пособие предназначено для студентов строительных специальностей университетов, и может представлять интерес для инженеров проектировщиков, аспирантов и научных сотрудников.

УДК 624.07

ISBN 978-5-93093-579-0



© Издательство АСВ, 2008
© Колчунов В.И.,
Пятикрестовский К.П.,
Ключева Н.В., 2008

ВВЕДЕНИЕ

В современных условиях значительного износа основных фондов страны, возросшей техногенной нагрузки на здания и сооружения, на фоне общего снижения уровня обеспечения условий технической эксплуатации и реконструкции жилого и производственного фонда, а также заметного снижения качественного уровня профессиональной подготовки инженеров-строителей, вопросы теории расчета и проектирования вновь возводимых и реконструируемых зданий и сооружений имеют важное значение. Особенно это относится к сложным конструктивным системам, к которым несомненно относятся и пространственные покрытия. В силу различных причин в высших учебных заведениях, а также в практике проектирования и строительства таким конструкциям уделяется недостаточно внимания. И если вопросы теории в той или иной степени освещены в технической и учебной литературе, то практические вопросы проектирования и, особенно, примеры расчета и конструирования конкретных типов оболочек почти отсутствуют. Даже в Руководстве [22], которое издано более 25 лет назад, примеры расчета большинства типов оболочек не рассмотрены. В тоже время без знаний «игры сил» в таких сложных сооружениях невозможно вести их качественный анализ и квалифицированное проектирование, даже если расчеты выполняются с использованием компьютерных технологий современных программных комплексов. Более того, пользоваться компьютером начинающему инженеру, и тем более студенту, раньше, чем он получит четкое понимание работы конструктивной системы, просто недопустимо. Приближенные вычисления должны войти в практику и будущей инженерной деятельности, в том числе для принципиальной проверки расчетов.

В последние годы проблемы проектирования строительных конструкций еще более усложняются в связи с необходимостью реконструкции построенных объектов и все чаще возникающей задачей оценки их живучести и остаточного ресурса. Эти разделы в настоящее время в учебной литературе не рассмотрены, а важность их для практики становится все более очевидной.

В предлагаемом учебном пособии приведены примеры расчета некоторых типов железобетонных и деревянных пространственных конструкций в форме, доступной для студентов строительных специальностей. В связи с этим формирование уравнений механики для расчета сложных пространственных систем показано на простейших