

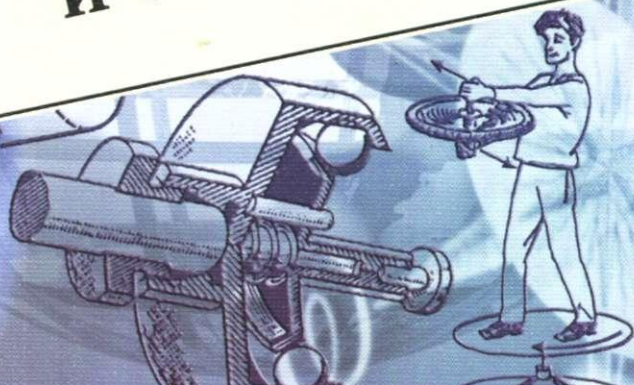
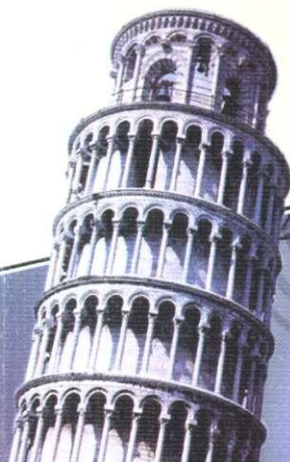
ПОРТФЕЛЬ УЧИТЕЛЯ

Н. В. Гулия

Ф И З И К А



Парадоксальная механика
в вопросах
и ответах



Н. В. Гулиа

Ф и з и к а

**Парадоксальная механика
в вопросах и ответах**

Москва
«Издательство НЦ ЭНАС»
2004

УДК 372.8:53
ББК 74.262.22
Г94

Гулиа Н. В.
Г94 **Парадоксальная механика в вопросах и ответах. – М.: Изд-во**
НЦ ЭНАС, 2004. – 76 с. – (Портфель учителя)

ISBN 5-93196-486-X

В увлекательной форме автор пособия рассказывает о парадоксах механики, приводит примеры и решает задачи, задает непростые вопросы и отвечает на них, объясняя физическую суть привычных явлений, изучаемых в школьном курсе механики.

Для учителей общеобразовательных школ.

УДК 372.8:53
ББК 74.262.22

ISBN 5-93196-486-X

© Н. В. Гулиа, 2004
© ЗАО «Издательство НЦ ЭНАС», 2004

Содержание

ПРЕДИСЛОВИЕ АВТОРА	4
1. МЕХАНИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ МИРА	5
2. ИНЕРЦИЯ И ИНЕРЦИАЛЬНЫЕ СИСТЕМЫ	15
3. ВРАЩЕНИЕ И ИНЕРЦИЯ	24
4. ДВИЖЕНИЕ И СИЛА	37
5. МЕХАНИЧЕСКИЕ ЗАГАДКИ И ПАРАДОКСЫ	56
СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ И РЕКОМЕНДУЕМОЙ ЛИТЕРАТУРЫ	74

Предисловие

Это пособие разработано в помощь преподавателям физики средней школы.

Приведенные в книге нетрадиционные, а порой и парадоксальные сведения по основному разделу физики – механике – должны повысить интерес школьников к изучению дисциплины, побудить к творческому мышлению, предметным дискуссиям с товарищами и преподавателями.

Материал пособия представлен в форме вопросов и ответов. Он может использоваться на уроке во время изложения новых сведений или проведения дискуссии, а также задаваться на дом для самостоятельного поиска решения.

Парадоксы механики, несомненно, привлекут внимание даже самых инертных учеников. Возможно, некоторые вопросы окажутся слишком сложными для учеников обычной, неспециализированной школы, но автор надеется, что в этом случае сам учитель с интересом отнесется к приведенным рассуждениям и выкладкам.

Отдельный интерес представляет информация о новых и малоизвестных приложениях механики в технике. Например, вопросы о накоплении кинетической энергии в маховиках, способах получения электроэнергии и даже непосредственно тепла из ветра. Приложения механики особенно интересуют старшеклассников, в большинстве своем уже неплохо знакомых с техникой.

Материал пособия в течение многих лет отрабатывался автором – профессором механики, доктором технических наук, заведующим кафедрой Московского государственного индустриального университета – при преподавании физики школьникам на подготовительном отделении университета, а также при преподавании теоретической механики студентам.

1. Механические модели мира

1.1. Вопрос. Что представляет собой модель мира Клавдия Птолемея (87–165), в течение полутора тысячелетий формировавшая представления человека о Вселенной?

Ответ. В центре мира находится неподвижная Земля, а вокруг нее вращаются планеты – Луна, Меркурий, Венера, Солнце, Марс, Юпитер, а также так называемая «сфера звезд». Земля при этом считается неподвижной: она не вращается не только вокруг Солнца или какой-нибудь другой планеты, но даже вокруг своей оси.

1.2. Вопрос. Были ли видные астрономы после Николая Коперника (1473–1543), которые считали Землю неподвижной?

Ответ. Родившийся почти через полторы тысячи лет после Птолемея и через три года после смерти Коперника великий датский астроном Тихо Браге (1546–1601), которому хорошо была известна система мира Коперника, где неподвижным центром считалось Солнце, все-таки создает свою систему мира, где неподвижной продолжает считаться Земля. Она – в центре мира, вокруг нее вращается Луна, чуть дальше – Солнце, а уже вокруг него «крутятся» все остальные планеты. Тихо Браге, несомненно превосходивший Коперника в своих знаниях и достижениях как астроном, все-таки настаивал на неподвижности Земли, и в этом был глубокий смысл, понятный из следующего вопроса.

1.3. Вопрос. Красивая легенда приписывает Галилео Галилею (1564–1642) изречение, которое он, якобы, топнув ногой, произнес на суде инквизиции. «А все-таки она вертится!» – заявил он, имея в виду Землю. Но если бы Галилей действительно это сказал, как любой из судей мог остроумно возразить ученому?

Ответ. Судье надо было спросить Галилея: «Если Земля действительно вертится, то почему мы все с нее не разлетаемся в разные стороны, как камешки и грязь с вращающегося колеса? Что удерживает нас в таком случае на поверхности вертящейся Земли?» И Галилею нечего было бы на это ответить – ведь он не знал о законе всемирного тяготения, который был открыт позже Ньютоном. Своим тяготением Земля не дает предметам, находящимся на ее поверхности, сначала сползти на экватор, а потом и вовсе оторваться от Земли и улететь в Космос. Вращайся Земля раз в 17 (!) быстрее, так оно и было бы – не хватило бы сил тяготения. Но Галилей и не предполагал, что небесные тела притягивают друг друга. Более того, Галилея



Аристотель
(384–322 до н. э.)

этот вопрос не очень-то и занимал. В своих «Беседах...» [5] он прямо заявляет, что сейчас не время для занятия вопросом о причинах ускоренного движения (например, падения тел под действием сил гравитации), и будет достаточно лишь исследовать его безотносительно к причинам. Видимо он, как и Аристотель, считал, что «естественное место» тяжелых тел – внизу, а легких, например облаков, – наверху. Но ведь и облака не уносятся прочь в космос при вращении Земли, хотя их вроде бы ничто не удерживает на своем месте. Незнание закона всемирного тяготения приводило к колоссальной путанице в умах людей того време-

ни, и тем значительнее заслуга Ньютона в его открытии.

1.4. Вопрос. Что представляет собой система мира Коперника?

Ответ. Польский астроном Николай Коперник традиционно считается автором гелиоцентрической модели солнечной системы, хотя первым гелиоцентристом был еще античный грек Аристарх Самосский, с трудами которого (причем в подлинниках) Коперник был хорошо знаком. А модель мира Коперника состояла в том, что в «центре мира» находилось неподвижное Солнце (как бы «прибитое» или «приклеенное» к этому центру), а вокруг него по окружностям вращались планеты, в том числе и Земля со своим спутником Луной. «Сферу звезд» Коперник отодвинул от Солнца на огромное, буквально чудовищное расстояние. Земля, находящаяся на относительно небольшом расстоянии от Солнца, тоже фактически оказалась в центре Вселенной.



Николай Коперник
(1473–1543)

1.5. Вопрос. Можно ли считать сегодня систему мира Коперника правильной?

Ответ. Вселенная по Копернику является стабильным замкнутым пространством, ограниченным сферой звезд, неподвижных, как бы «прибитых гвоздями» к этой сфере. В центре Вселенной находится неподвижное, тоже «прибитое» к своему месту Солнце, вокруг которого по окружностям равномерно вращаются планеты. Такая система свободных массивных тел противоречит основным положениям механики.

1.6. Вопрос. В чем основные ошибки коперниканской системы мира?

Ответ. Еще великий Михаил Васильевич Ломоносов (1711–1755) в одном из своих стихотворений пытался показать устами повара ложность геоцентрического учения Птолемея и правильность гелиоцентрической модели Коперника, мотивируя тем, что «нельзя вращать очаг вокруг жаркого». Под очагом или огнем здесь подразумевалось Солнце, а под жарким – Земля.

Если спросить у любого «здравомыслящего» человека, правда ли, что планеты вращаются вокруг Солнца, то ответ будет однозначно положительным. «Конечно же, – скажет он, – а вокруг чего же им еще вращаться? Это еще Коперник доказал!» Однако, утверждение, что Земля вращается вокруг неподвижного Солнца, не менее ошибочно, чем то, что Солнце вращается вокруг неподвижной Земли. Аналогичное можно сказать и про взаимное движение Земли и Луны [2].

Все свободные тела Солнечной системы (планеты, Солнце), связанные между собой силами тяготения, вращаются вокруг общего центра масс.

Где расположен этот центр масс, зависит от взаимного положения Солнца и планет друг относительно друга. (Например, во время так называемого «парада планет», когда все они «выстраиваются» по одну сторону от Солнца, центр масс Солнечной системы максимально смещен в сторону от центра Солнца к планетам.) И только чисто случайно, в какое-то мгновение, при каком-то определенном положении планет центр масс системы может совпасть с геометрическим центром самого Солнца.

Сам центр масс Солнечной системы отнюдь не неподвижен, а вместе со всей системой несется в пространстве с громадной скоростью, скорее всего, в сторону созвездия Геркулеса. Но так как это движение достаточно близко к инерционному – равномерному и прямолинейному, то при решении многих физических задач можно считать центр масс Солнечной системы неподвижным.

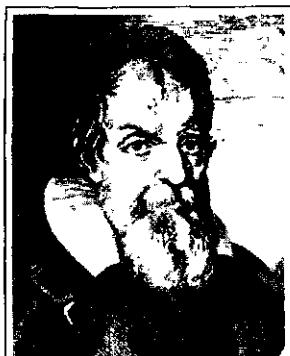
1.7. Вопрос. Была ли необходимость в замене системы Птолемея, если и система Коперника неверна?

Ответ. Сам Коперник восхищался учением и системой мира Птолемея. Но эпоха новых географических открытий, тесно связанных с мореплаванием, требовала точных данных о движении Солнца и Луны, которыми наука тогда не располагала. Популярная в то время, как, к сожалению, и сейчас, астрология тоже требовала совершенствования теории планетарной системы. И наконец, чрезвычайно острой стала проблема календаря, который к XVI веку расходился с астрономическими датами уже на десять дней.

Конечно, можно было внести уточнения в систему Птолемея и получить нужный результат. Но Коперник решил коренным образом изменить само представление о Вселенной на более близкое к реальному. С математической точки зрения система Коперника оказалась настолько проще системы Птолемея, что ею сразу же воспользовались в практических целях, в том числе для составления нового календаря, действующего и в наше время. Новый, григорианский календарь был введен по инициативе папы Григория XIII в 1582 году.

1.8. Вопрос. В школьных учебниках и энциклопедиях сказано, что Джордано Бруно (1548–1600) развивал теорию Коперника и по приговору суда инквизиции был сожжен за свои взгляды, признанные еретическими. Так ли это на самом деле?

Ответ. Нет, это не так. Бруно стал первым разрушителем коперниканской системы мира. Он отверг замкнутую систему (сферу) звезд, а также центральное положение Солнца и тем более Земли во Вселенной. Вообще Бруно, как и до него Николай Кузанский, отрицал даже возможность существования центра Вселенной. Бруно считал Вселенную вечной и бесконечной, а также предположил существование множества таких миров, как наш. Он писал, что борьбу за истину он считает выше всех наслаждений мира, и мученически погиб за это. *Но не бывает и не может быть абсолютных истин, устанавливаемых человеком.* Все истины устаревают, изменяются и часто превращаются в свою противоположность. Теперь установлено, что Вселенная возникла в результате Большого Взрыва. Известно, когда она возникла, рассчитаны ее размеры в различные периоды существования, и известно, что с большой степенью вероятности наступит ее конец, например, в результате сжатия. В эти два момента – рождения и гибели – известно и местонахождение центра масс Вселенной. Не исключено (хотя об этом можно и спорить), что центр масс Вселенной остается на том же самом месте, хотя бы потому, что ему нет причины менять свое место...



Галилео Галилей
(1564–1642)

1.9. Вопрос. Каких взглядов на систему мира придерживался Галилей?

Ответ. Галилей придерживался «осторожных» взглядов на систему мира.

В 1597 году Галилей, переписывавшийся с Кеплером, получил в подарок от великого астронома его только что вышедшую книгу «Космографическая тайна», где Кеплер развивал учение Коперника. Кеплер предложил Галилею поддержать

его. Но Галилей даже не ответил на письмо Кеплера, испугавшись, что переписка с протестантом бросит на него тень в глазах церкви [4]. Галилей упорно не признавал открытий Кеплера – в частности, того, что планеты движутся по эллиптическим траекториям с переменными скоростями. Тем самым Галилей невольно «оттягивал» время открытия закона всемирного тяготения. Для Галилея «естественным» движением тел, на которые не действуют силы, могло быть только движение по окружностям. Не зная закона всемирного тяготения, он и движения небесных тел тоже считал совершающимися по окружностям [11]. Таким образом, Галилей превратно понимал движение по инерции, и он не может считаться наряду с Ньютоном открывателем закона инерции.

1.10. Вопрос. Какую траекторию описывают в своем движении планеты Солнечной системы?

Ответ. Галилей, как и Коперник, считал, что планеты движутся по окружностям. Но это не так. Иоганн Кеплер (1571–1630) – немецкий астроном, которого ученые называли «законодателем неба», обнаружил, что планеты в своем движении описывают не окружности, а эллипсы, в фокусе которых находится Солнце. Подходя к Солнцу ближе, планеты разгоняются, начинают двигаться быстрее, а отходя от него – медленнее. Более того, Кеплер дал строго количественную зависимость: *квадраты периодов обращения любых двух планет относятся между собой, как кубы их средних расстояний от Солнца.*



Иоганн Кеплер
(1571–1630)

Эти открытия Кеплера (а не падение яблока на голову!) дали Ньютону возможность открыть закон всемирного тяготения, управляющий движением планет и объясняющий механику всей Вселенной.

Следует обратить внимание на некоторую неточность в законах Кеплера: планеты несколько отклоняются от эллиптических траекторий из-за гравитационного взаимодействия друг с другом. Кроме того, везде, где Кеплер упоминает Солнце, следует понимать «центр масс Солнечной системы». Но это уже «мелочь» по сравнению с тем, какую роль сыграли законы Кеплера в понимании небесной механики и открытии закона всемирного тяготения.



Исаак Ньютон
(1643–1727)

1.11. Вопрос. Как был открыт закон всемирного тяготения?

Ответ. Впервые качественную характеристику этого закона дал в 1674 году Роберт Гук – английский ученый, старший коллега Ньютона. Он писал: «... Все без исключения небесные тела обладают направленным к их центру притяжением ... и эти силы притяжения действуют тем больше, чем ближе к ним находятся тела, на которые они действуют». Остается сожалеть, что Р. Гук не продолжил исследований в этой области.

Количественную зависимость этого закона вывел Исаак Ньютон (1643–1727). Закон можно сформулировать так:

«Всякое тело притягивает другое с силой, прямо пропорциональной массам этих тел и обратно пропорциональной квадрату расстояния между ними».

Впервые мысль об этом законе возникла еще у Ньютона – студента, но вычисления его не дали нужной точности (погрешность была около 15 %), и Ньютон с горечью отложил эту работу. Дело в том, что Ньютон для расчетов использовал неточное значение радиуса Земли. Потом, уже через 18 лет, когда радиус Земли был достаточно точно определен Пикаром, Ньютон снова взялся за вычисления и доказал правильность своего предположения. Он тщательно проверил свой закон на известных ему данных о движениях планет и комет и опубликовал результаты своих исследований только в 1687 году.

1.12. Вопрос. Почему Луна постоянно повернута к Земле одной стороной?

Ответ. Большинство ученых полагает, что Земля и Луна возникли из одного и того же первичного материала, причем из-за высокой температуры этот материал был жидкой или пастообразной консистенции. При этом Земля и Луна находились гораздо ближе друг к другу, чем сейчас, и Луна быстрее вращалась вокруг своей оси. Огромное притяжение Земли вызывало на Луне «приливы» самого материала Луны. Из-за больших потерь кинетической энергии на эти «приливы» Луна быстро теряла скорость своего вращения, пока период собственного вращения Луны не стал равен периоду ее обращения вокруг Земли. Когда Луна обратилась к Земле только одной своей стороной, потери на приливные явления на Луне прекратились. В таком положении Луна остыла и затвердела.

1.13. Вопрос. Откуда известно, что Луна раньше находилась гораздо ближе к Земле, чем сейчас?

Ответ. Наблюдения показывают, что Луна имеет более вытянутую по направлению к Земле форму, чем следовало ожидать, если бы Луна затвердела на ее нынешнем расстоянии от Земли. Поэтому был сделан вывод, что в те далекие времена, когда Луна была жидкой или пастообразной, она находилась значительно ближе к Земле, чем сейчас, и приливный «горб» на ней от притяжения Земли был весьма велик.

1.14. Вопрос. Чем объяснить тот факт, что Луна постоянно удаляется от Земли? Ведь если бы ее кинетическая энергия «терялась», то Луна, напротив, приближалась бы к Земле вплоть до падения на нее?

Ответ. Приливы в океанах Земли, оказывается, не уменьшают, а увеличивают суммарную (кинетическую плюс потенциальную) энергию Луны в ее вращении вокруг Земли. На смещение воды в океанах на Земле тратится кинетическая энергия системы «Земля – Луна». Но так как Земля в своем суточном вращении имеет большую угловую скорость, чем Луна в своем вращении вокруг Земли, то угловая скорость вращения Земли снижается, а энергия Луны в ее вращении вокруг Земли увеличивается. Таким образом, Земля своими приливными явлениями увеличивает ее суммарную энергию, и соответственно, Луна отдаляется от Земли (см. ответ на вопрос 1.16).

Луна уже миллиарды лет тормозит Землю и разгоняется сама за счет приливов и отливов на Земле. Три миллиарда лет назад земные сутки составляли всего 9 часов, Земля вращалась вокруг своей оси в 2,7 раза быстрее, а ее кинетическая энергия была почти в 7,3 раза больше, чем сейчас!

Постепенно Луна отдаляется от Земли и наступит такое время, когда ее орбитальный период станет равным периоду суточного вращения Земли, что составит около 1 200 часов или 50 современных суток. Стало быть, сутки на Земле станут в 50 раз длиннее, а Луна будет неподвижно висеть над одним и тем же местом на Земле.

Если к тому времени будут созданы достаточно прочные материалы, то Землю и Луну можно будет соединить тросом, по которому будут ходить космические лифты, перевозящие пассажиров и грузы с Земли на Луну и обратно. Но не стоит обольщаться, будет это еще очень и очень нескоро, и нам на этих лифтах путешествовать не придется!

Аналогичные явления ожидают и Землю в ее вращении вокруг Солнца, только все будет происходить гораздо медленнее. В конце концов Земля обратится к Солнцу одной стороной, как это уже почти сделал Меркурий (день на Меркурии практически равен его году).

Последствия для Земли, конечно, ожидаются при этом катастрофические: одна сторона будет «поджариваться» до сотен градусов по Цельсию, а другая – замерзать в космическом холоде. Но и это явление наступит нескоро – через миллиарды лет, за которые Солнце, возможно, успеет «взорваться» и поглотить в этом взрыве всю Солнечную систему.

1.15. Вопрос. Каким образом Луна вызывает приливы и отливы на Земле?

Ответ. Вот наиболее простое и часто приводимое объяснение появления приливов и отливов. Действительно, притяжение Луны должно вызвать появление «горба» на поверхности океанов на Земле, причем «горб» этот будет вытянут в сторону Луны. Земля вращается, а «горб» удерживается Луной на одном и том же месте относительно Луны; поэтому вода в океане будет поочередно повышать свой уровень на различных участках. Водяной «горб» как огромная волна будет катиться по океану в сторону, противоположную вращению Земли, затапливая на своем пути участки суши. Явление это называется приливом. Отступая, эта волна будет спадать, вызывая отлив (рис. 1).

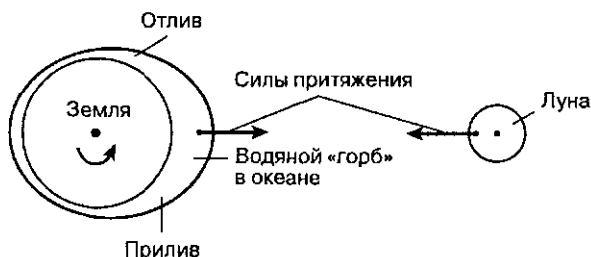


Рис. 1. Наиболее распространенное, но неверное представление о возникновении приливов и отливов

Такое объяснение приводит к противоречию, суть которого в следующем.

Если бы «горб», вызванный притяжением Луны, был один (как показано на рис. 1), то приливы и отливы повторялись бы лишь раз в сутки. Но они происходят два раза в сутки – через каждые 12 часов!

Дело в том, что в океанах Земли образуются не один, а два водяных «горба». Один – по уже известной причине. Второй же «горб» образуется как раз потому, что не Луна вращается вокруг Земли, а эти небесные тела вращаются вокруг общего центра масс.

Этот центр масс находится на прямой, соединяющей центры масс Земли и Луны, причем он сдвинут в сторону центра масс Земли, так

как Земля значительно – в 80 раз – массивнее Луны. Вот и центр масс системы «Земля-Луна» в 80 раз ближе к центру Земли, чем к центру Луны. Считая расстояние между центрами Земли и Луны примерно равным 400 тыс. км, получим, что центр масс системы будет отстоять от центра масс Земли всего на 5 тыс. км. То есть он будет находиться даже внутри Земли, немного «не дотягивая» до ее поверхности, – ведь радиус Земли составляет около 6,25 тыс. км. Этот центр показан на рис. 2.

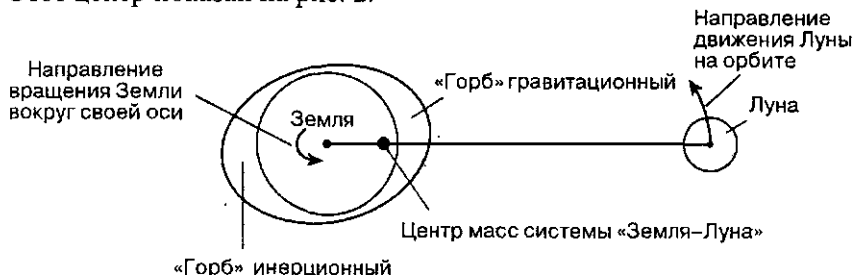


Рис. 2. Два водяных «горба» в океанах Земли

Вот и вращаются центры масс Земли и Луны вокруг этого общего центра масс, причем вода в океанах, стремясь двигаться по прямой вследствие инерции, «отодвигается» на максимально возможное расстояние от центра вращения. Так образуется второй водяной «горб» на противоположной стороне Земли. Чтобы отличить их друг от друга, назовем «горб», вытянутый к Луне, – гравитационным, а вытянутый в обратную сторону – инерционным.

Повторяются приливы и отливы через каждые 12 часов – один раз из-за «горба» гравитационного, а другой раз – из-за инерционного.

1.16. Вопрос. Как Луна «тормозит» вращение Земли?

Ответ. Если бы водяные «горбы» лежали на одной линии, соединяющей центры масс Земли и Луны, то никакого торможения Земли не было бы. Так могло случиться (и так еще будет – см. ответ на вопрос 1.14), если бы Земля и Луна были обращены друг к другу одними и теми же сторонами и периоды суточного вращения Земли и орбитального вращения Луны совпадали бы.

Но Земля вращается вокруг своей оси гораздо быстрее, чем вся система вокруг общего центра масс, и «горбы» в океанах, «привязанные» к орбитальному движению Земли, отстают от вращения суши. Трение в самой воде и воды о дно океанов создает момент, тормозящий Землю. Так как этот момент образован притяжением

Луны, то реактивный момент (обратный по направлению и такой же по величине, действующий на Луну) разгоняет Луну в ее движении по орбите (рис. 3), увеличивая ее суммарную энергию.

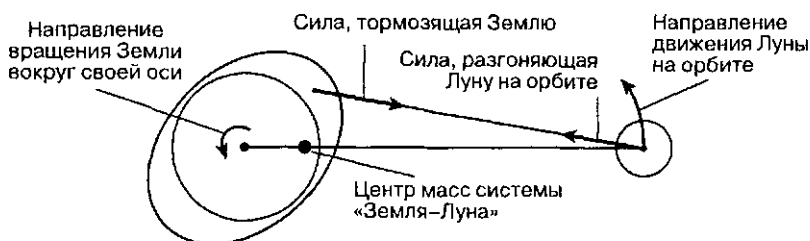


Рис. 3. Схема торможения Земли и разгона Луны на орбите из-за движения водяных «горбов» по океанам Земли

Из-за этого длительность суток на Земле постоянно увеличивается. Впервые объяснил физическую суть этого явления английский физик Уильям Томсон (лорд Кельвин, 1824–1907). А доказали это увеличение продолжительности суток так. У окаменевших кораллов, оказывается, имеются как «годовые», так и «суточные» кольца, наподобие «годовых» колец на срезах стволов деревьев. Так вот у этих кораллов, живших в океанах 400 миллионов лет назад, «суточных» колец оказалось в «годовых» 395! Продолжительность года, связанная с периодом обращения Земли вокруг Солнца, с большой степенью вероятности с тех пор не изменилась. Стало быть, тогда в сутках было всего 22 часа. А три миллиарда лет тому назад, как подсчитали ученые, сутки составляли всего девять часов (см. ответ на вопрос 1.14).

2. Инерция и инерциальные системы

2.1. Вопрос. По океану движется корабль, сила тяги винта которого уравновешена сопротивлением воды, вследствие чего корабль движется равномерно – с постоянной по величине скоростью. Можно ли сказать, что это – движение по инерции?

Ответ. Нет, этого сказать нельзя, потому что корабль движется не по прямой, а по кривой, близкой к окружности – поверхности океана. На него действует центростремительная сила – сила тяжести, поэтому он не сохраняет своего состояния по отношению к инерциальной системе отсчета. Если бы этот корабль двигался так же равномерно, но по прямой, тогда это движение было бы эквивалентно покою или движению по инерции. Заметим, что в этом вопросе серьезную ошибку допускал Галилей, считая, что покою эквивалентно движение именно по окружности.

2.2. Вопрос. Кто первым сформулировал сущность закона инерции?

Ответ. Достаточно точную формулировку закона инерции до Ньютона дал философ и математик Рене Декарт (1596–1650), современник Галилея. Декарт так же, как и Галилей, не знал о законе всемирного тяготения и описал этот закон интуитивно, по наитию. В 1644 году в своей книге «Начала философии», он так выразил законы инерции: 1) всякая вещь продолжает по возможности пребывать в одном и том же состоянии и изменяет его не иначе, как от встречи с другой; 2) каждая материальная частица в отдельности стремится продолжать дальнейшее движение *не по кривой, а исключительно по прямой*.



Рене Декарт
(1596–1650)

2.3. Вопрос. Как экспериментально доказать, что движение по кривой не может быть инерционным, и кто первым сделал это?

Ответ. Голландский ученый Христиан Гюйгенс (1629–1695), изучая движение маятника, установил, что массивное тело, подве-



Христиан Гюйгенс
(1629–1695)

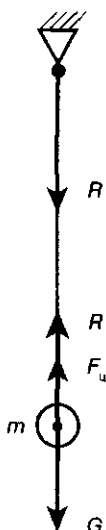


Рис. 4. Схема
действия сил
в маятнике

шенное на нити и движущееся по окружности, например маятник, нагружает нить помимо своей силы тяжести G (рис. 4) дополнительной силой F_u , которую Гюйгенс назвал центробежным стремлением или центробежной силой. (Во времена Гюйгенса любили называть силой все, что угодно, начиная от мощности и кончая душевным стремлением). Эту дополнительную силу чувствует каждый, кто раскачивается на кольцах, трапеции, качелях, «тарзанке» и т. п.

$$ma_y = F_u = R - G \quad (2.1)$$

$$R = G + F_u \quad (2.2)$$

Наличие этой дополнительной силы, растягивающей нить, опровергает предположение Галилея, а ранее – и Аристотеля, о «естественном» круговом движении. Движение по кругу, оказывается, не может быть естественным – инерционным, потому что к телу, сворачивающему с прямого пути, должна быть приложена со стороны связи (нити) сила, направленная к центру кривой – центростремительная сила, также равная по модулю F_u . Такой центростремительной силой является, к примеру, сила тяготения, не позволяющая планетам «разбежаться» по прямым. Сила эта вызывает центростремительное ускорение (которое также называют нормальным), равное

$$a_n = v^2/l, \quad (2.3)$$

где v – линейная скорость тела;
 l – длина нити.

Величина центростремительного ускорения была впервые определена Гюйгенсом [14]. Величина же центростремительной силы по второму закону Ньютона равна

$$F_{\text{ц}} = mv^2/l, \quad (2.4)$$

где m – масса тела.

Следовательно, инерционное движение может быть только прямолинейным, а для того чтобы тело (точка) свернуло с прямолинейного пути, к нему должна быть приложена внешняя центростремительная сила.

2.4. Вопрос. Что такое «инерциальная система отсчета»?

Ответ. Это такая абстрактная система отсчета, которая считается неподвижной или движущейся равномерно и прямолинейно. Если это движение происходит со скоростями, далекими от скорости света, то отличить любым механическим экспериментом неподвижную систему от движущейся равномерно и прямолинейно невозможно. В инерциальных системах (их может быть множество) соблюдается закон инерции. Иначе говоря, тело, на которое не действуют никакие неуравновешенные силы, неподвижно относительно инерциальной системы отсчета.

Абсолютно точная инерциальная система невозможна в нашем реальном мире. Систему отсчета, близкую к инерциальной, можно получить, поместив ее центр в центр Солнца (а точнее – в центр масс Солнечной системы), а оси направив на три условно неподвижные звезды. Для более грубых целей, например, технических задач, центр системы можно перенести в центр Земли, а оси направить на те же звезды. В очень грубых случаях, когда ошибки будут видны, как говорится, «на глаз», можно эту систему связать с Землей, считая ее не только неподвижной в орбитальном движении вокруг Солнца, но и неподвижной в собственном (суточном) вращении.

На самом деле, система, связанная с Землей, неинерциальна. На тела в ней действуют силы, которых в природе не существует – силы инерции. Поэтому на экваторе вес тела меньше, чем на полюсе; реки подмывают в северном полушарии правые берега, а в южном – левые; снаряд, выпущенный из пушки со строго вертикальным стволом, падая, не попадет обратно в ствол, как это должно было бы случиться в инерциальной системе, а отклонится в сторону и т. д.

Инерциальные системы отсчета в физике часто называют галилеевыми системами. Но Галилей предполагал естественным, инерционным отнюдь не прямолинейное, а круговое движение, то есть то самое, где «оживают», становятся как бы реальными эйлеровы силы инерции. Если уж нужно назвать инерциальные системы от-

счета чьим-то именем, то, наверное, справедливее было бы назвать их именем Декарта (см. вопрос 2.2).

Роль инерциальной системы отсчета в механике становится достаточно понятной только после тщательного изучения фундаментального свойства материи – инерции.

2.5. Вопрос. В древнем мире люди прекрасно знали, что некоторые тела продолжают свое движение даже после того, как силы перестают на них действовать. Чем же они объясняли это движение «по инерции», как сказали бы мы сегодня?

Ответ. Древние связывали движение тел только с приложением к ним сил. Нет сил – нет и движения. Но опыт подсказывал другое – брошенный камень продолжает свой полет уже после того, как рука перестала касаться его. Стрела, выпущенная из лука, пролетает большое расстояние уже тогда, когда тетива перестала давить на нее. Что же заставляет эти тела двигаться?

Виднейший античный ученый Аристотель предложил свою гипотезу такого движения без действующих на тело сил – «теорию антиперистасиса». В момент бросания камня или выстрела из лука рука или тетива приводят в движение не только камень или стрелу, но и окружающий эти предметы воздух. Этому воздуху якобы сообщается некий «виртус мовенс» (современного трактования этого термина нет, скорее всего, сюда подходит современное понятие импульса), который продолжает толкать тело и дальше. Постепенно, при передачах этого «виртуса мовенса» от тела воздуху и обратно, часть его теряется, и движение тела замедляется.

Ясно, что в пустоте такого движения происходить не должно, хотя там из-за отсутствия сопротивления среды свойство инерции проявляется наиболее очевидно.

Но древние (как, впрочем, и все ученые до Торричелли), пустоты не видели и не представляли себе ее. Аристотель даже издевался над теми, кто пытался использовать понятие пустоты.

«Это место без помещенных туда тел», – так шутливо характеризовал пустоту Аристотель.

Таким образом, в античном мире понятие инерции было практически не осознано. Потребовалось почти два тысячелетия, чтобы осознать и четко выразить это фундаментальное, пожалуй, основное свойство материи.

2.6. Вопрос. В научной и технической литературе часто используется термин «силы инерции». Реальны или фиктивны эти силы?

Ответ. Одним из первых классиков математики и механики, который подчеркивал нереальность сил инерции, был Леонард Эйлер (1707–1783). Он писал: «Иногда пользуются выражением «сила инерции», так как сила есть нечто противодействующее изменению состо-

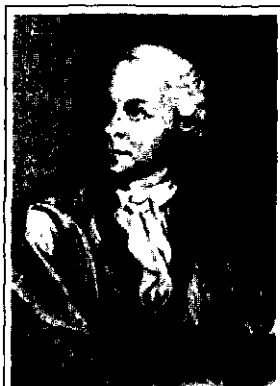
яния. Но если под силой понимать какую-то причину, изменяющую состояние тела, то здесь ее нужно понимать совсем не в этом смысле: проявление инерции в высшей степени отлично от того, которое свойственно обычным силам. Поэтому для избежания какой-либо путаницы слово «сила» не будем употреблять и будем рассматриваемое свойство тел называть инерцией» [27].

Однако как ни боялся Эйлер путаницы, она все-таки произошла.

«Виновными» в этой путанице оказались французские математики и механики Жан Лерон Даламбер (1717–1783) и Жозеф Луи Лагранж (1736–1813). Первый сформулировал свой принцип, а второй математически его обработал, так что в современной формулировке он звучит так: «Если в любой момент времени к каждой из точек системы, кроме фактически действующих на нее внешних и внутренних сил, приложить соответствующие силы инерции, то полученная система сил будет находиться в равновесии и к ней можно будет применять все уравнения статики» [25].

Пожалуй, ни одно из положений механики не вызывало, да и сейчас не перестает вызывать столько споров и путаницы, как принцип Даламбера. В 20-е годы прошлого века против него выступали философы, обвиняя его автора в недиалектичности: по принципу Даламбера изучение динамики сводится к исследованию статики, представляющей собой частный случай динамики. В 30-е годы возникла дискуссия о силах инерции между инженерами-практиками и механиками-теоретиками. Практики утверждали, что силы инерции реальны и именно они производят те действия, которые тела совершают «по инерции».

Последняя из этих дискуссий состоялась в 1983 году в актовом зале МВТУ им. Баумана и закончилась убедительной победой сторонников фиктивности сил инерции.



Леонард Эйлер
(1707–1783)



Жан Лерон Даламбер
(1717–1783)



Жозеф Луи Лагранж
(1736–1813)

Каков же современный взгляд на реальность сил инерции? Исчерпывающий ответ на этот вопрос дал академик А. Ю. Ишлинский [17]: «Реально существующими объявляются лишь силы, вызывающие ускорения материальных точек и тел относительно «абсолютной» системы координат (инерциальной системы отсчета – Н. Г.). Они выражают меру механического взаимодействия тел в природе... Следует отличать так называемые даламберовы силы инерции от сил инерции, вводимых при рассмотрении движения материальных точек и тел по отношению к подвижным системам координат. Последние будут именоваться эйлеровыми силами инерции. И даламберовы, и эйлеровы силы инерции не являются силами физическими *и в этом смысле нереальны. Введение этих несуществующих сил чисто условное...*»

Тем не менее в технической литературе существует огромное количество ошибок этого плана. Например, при изучении движения гибких связей – ремней, цепей – по криволинейным траекториям, силу, действующую на элемент массы, в учебниках чаще всего направляют не в сторону нормального ускорения, а в противоположную. Между тем, учащиеся из курса физики уже знают, что сила должна быть направлена в ту же сторону, что и вызываемое ею ускорение, согласно второму закону Ньютона. Возникает путаница, которой так боялся Эйлер!

Этому вопросу следует уделить в школе повышенное внимание, особенно со школьниками, которые в дальнейшем будут обучаться в технических вузах¹.

2.7. Вопрос. Что такое инерциод?

Ответ. Самым «вредным» последствием признания «реальности» сил инерции являются так называемые инерциоды, или безопорные движители. Согласно определению одного из создателей инерциода «это механизм, осуществляющий самостоятельное перемещение, независимое от окружающей среды, преодолевая ее сопротивление». Конечно же, это определение некорректно.

В Российской государственной библиотеке даже заведен новый библиографический раздел: «Инерциоды. Их теория.»

Созданием конструкций «безопорных движителей» и их теории заняты тысячи, если не более, человек только в России – почти столько же, сколько занимаются «вечными двигателями». Изобретатели получают патенты, изготавливают на заводах опытные образцы; публикуют статьи и даже книги по этому вопросу.

¹ *Гулия Н. В.* Правильно трактовать явление инерции. – Вестник высшей школы. – 1983. – № 5.

Каким же образом должны, по замыслу изобретателей, работать инерциды? Движение инерцида иллюстрирует рис. 5. Если бить молотком по заднему краю санок, то они толчками будут двигаться вперед. То же самое произойдет и с колесной тележкой. Если в этом опыте человека заменить механизмом, то получится инерцид.

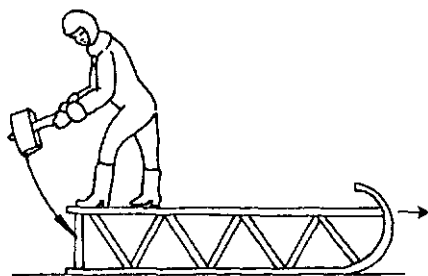


Рис. 5. Схема, поясняющая движение инерцида

Действие самых различных инерцидов, как бы сложны они ни были, сводится к одному: созданию кратковременного импульса, но с развитием большой силы, в одну сторону, и длительного, но с малой силой – в другую. Сумма импульсов равна нулю, и машина одними внутренними силами с места не сдвинется. Хитрость здесь в том, что длительность второго импульса можно сделать весьма большой, а силу – очень малой, меньше любого, даже очень незначительного трения. Тогда механизм и не сдвинется во время отведения молотка, а в сторону коротких и резких импульсов будет продвигаться толчками.

Таким образом, реально инерцид движется *только из-за сопротивления окружающей среды*, например, сил трения, удерживающих его от движения назад. Создатели же инерцидов отрицают необходимость каких-либо внешних сил для их движения, приписывая весь эффект действию «реальных» сил инерции, и планируют их применение главным образом для передвижения в космосе, где нет окружающей среды. Использование же инерцидов в реальной сопротивляющейся среде их не интересует, хотя такие машины давно созданы и работают.

2.8. Вопрос. Какие устройства применяют «принцип инерцида» для работы в реальных условиях?

Ответ. Такие устройства, называемые обычно виброходами, достаточно широко используются. В 1927 году в России был получен патент на машину, в которой эксцентрично укрепленные вращающиеся грузы передвигают машину прыжками по земле. В 1939 году в Институте механики АН СССР был разработан виброход (по принципу, показанному на рис. 5), а в институте НАМИ – импульсно-фрикционный движитель, который аналогичным образом перемещался по дороге, причем при движении вперед основание «отрывалось» от дороги, а при импульсе назад – прижималось к ней, чтобы машина не дала хода назад.

Более того, созданы устройства аналогичного действия, проби- вающие себе ходы в земле для прокладки кабелей и других комму- никаций под насыпями, путями и т. д.

Вибромолоты, устанавливаемые на сваи, тоже относятся к опи- санному типу устройств, причем этими же вибромолотами можно не только забивать, но и вытаскивать сваи. Надо сказать, что вытас- кивание свай вибромолотом, закрепленным на ее вершине – зрели- ще поистине фантастическое!

А совсем недавно найдено еще одно неожиданное применение устройств подобного рода. В 2003 году автором вместе с австралий- скими врачами запатентована самоходная «виброкapsула», переме- щающаяся в кишечнике человека для его обследования. Для переме- щения в петлях кишечника, пожалуй, другой способ движения не- возможен. Устройство было испытано в Австралии и показало хороший результат.

2.9. Вопрос. Что такое масса гравитационная и масса инертная? Как соотносятся между собой эти массы?

Ответ. Для определения массы тела в физике имеются две ос- новные зависимости. Из второго закона Ньютона массу можно опре- делить как

$$m = F/a, \quad (2.5)$$

где F – сила, действующая на массу m ;

a – ее ускорение.

Таким образом определяется инертная масса, так как в основе этого закона лежит свойство инертности.

Из закона всемирного тяготения, также открытого Ньютоном, массу m , например падающего у поверхности Земли тела, можно определить как

$$m = F/g, \quad (2.6)$$

где F – сила тяжести тела;

g – ускорение свободного падения, равное GM/R^2 , где G – грави- тационная постоянная, M – масса Земли, R – радиус Земли.

При постоянных G , M , R ускорение свободного падения у поверхно- сти Земли g постоянно. Однако масса, определенная из выражения (2.6), уже не инертная, а гравитационная. Так равны ли эти массы – инертная и гравитационная, или нет?

Доказательство их равенства может быть получено из следую- щего рассуждения. Если в вакууме одновременно сбросить на Зем- лю два тела, одно из которых массивнее другого, то оба тела будут

падать с одинаковым ускорением. Так как для обоих тел $a = g$, следовательно, и масса инертная равна массе гравитационной

$$m_{\text{ин}} = m_{\text{грав}}. \quad (2.7)$$

Как это ни удивительно, проводились достаточно хитроумные и дорогостоящие опыты, подтверждающие равенство инертной и гравитационной масс с точностью до 10^{-11} . Эта точность лишний раз свидетельствует о том, что инертная и гравитационная массы эквивалентны друг другу, попросту – это одно и то же. На этом «принципе эквивалентности» Альберт Эйнштейн (1879–1955) построил свою общую теорию относительности [24].

3. Вращение и инерция

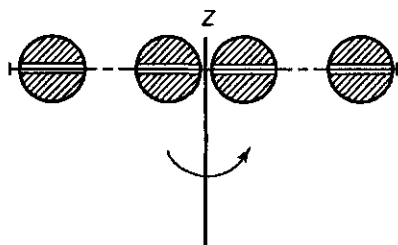
3.1. Вопрос. Можно ли вращаться «по инерции»? Чем отличается инерция прямолинейного движения от инерции вращения?

Ответ. С первого взгляда вращение даже нагляднее демонстрирует свойства инерции, чем прямолинейное движение. Вращающийся в вакууме на магнитной подвеске маховик может двигаться годами, так как внешние воздействия на него сведены к минимуму [11, 12].

Ньютон, поясняя открытый им закон инерции, дает такое разъяснение [20]: «Волчок, чье движение вследствие взаимного сцепления, отвлекают друг друга от прямолинейного движения, не перестает равномерно вращаться, поскольку это вращение не замедляется сопротивлением воздуха». Это фраза Ньютона заставляет серьезно задуматься над поставленным вопросом.

Однако, строго говоря, движение по инерции может быть только равномерным и прямолинейным. Значит, вращения по инерции в принятой нами ньютоновой механике быть не может. Но ведь твердое массивное тело сохраняет состояние покоя или равномерного вращения, пока его не выведет из этого состояния момент внешних сил. Стало быть, фактически и здесь имеет место явление инерции, хотя и отличное от классического случая. Что же общего и в чем различие между инерцией вращения и инерцией при прямолинейном движении?

Инертность массивной точки (тела) зависит только от ее массы. Масса является мерой инертности тела при поступательном, в том числе и прямолинейном, движении. Значит, при таком движении на инерцию не влияет распределение масс в теле, и это тело можно смело



принять за материальную (массивную) точку. Масса этой точки равна массе тела, а расположена точка в центре масс или центре инерции тела. Если же вращать вокруг вертикальной оси Z стержень с насаженными на него массивными грузами (рис. 6), то можно заметить, что пока грузы находятся близ центра, раскрутить

стержень легко. Но если грузы раздвинуть, то раскрутить стержень станет труднее, хотя масса его не изменилась. Стало быть, инертность тела при вращении зависит не только от массы, но в большей степени от распределения этой массы относительно оси вращения. Мерой инертности тела при вращении является осевой момент инерции I , равный сумме произведений масс m всех частиц тела на квадраты их расстояний h от оси вращения:

$$I = \sum m h^2, \quad (3.1)$$

Осевой момент инерции играет при вращательном движении ту же роль, что и масса при поступательном (прямолинейном), и таким образом, он является мерой инертности (инерции) тела при вращательном движении.

Как мы знаем, закон инерции устанавливает эквивалентность относительного покоя и равномерного прямолинейного движения — движения по инерции. Нельзя никаким механическим опытом определить, покоится ли данное тело или движется равномерно и прямолинейно. Во вращательном движении это не так. Например, совсем не безразлично, покоится ли волчок, или вращается равномерно с постоянной угловой скоростью. Как отмечал А. Ю. Ишлинский [17], угловая скорость твердого тела является величиной, характеризующей его физическое состояние. Угловую скорость можно измерить, например, с помощью определения упругих деформаций тела, без какой-либо информации о положении тела по отношению к «абсолютной» системе координат. Поэтому термин «абсолютная угловая скорость тела» в отличие от «абсолютной скорости точки» должен употребляться в прямом смысле (без кавычек).

Таким образом, механические явления в покоящейся и вращающейся системах будут протекать по-разному, не говоря уже о том, что если тело достаточно сильно раскрутить, то его разорвет на части из-за возникших в нем напряжений.

Еще одно отличие состоит в том, что прямолинейное равномерное движение и покой эквивалентны, а вращение, даже с постоянной угловой скоростью, может быть четко отграничено не только от покоя, но и от вращения с другой угловой скоростью.

Здесь уместно упомянуть о взглядах австрийского физика Эрнста Маха (1838–1916), оказавшего большое влияние на формирование принципа эквивалентности Эйнштейна. Мах «подбором» соответствующей системы координат стремился придать законам механики такой вид, чтобы они не зависели от вращения. Что получилось бы, если бы ему это удалось? Давайте поместим быстро вращающегося наблюдателя на неподвижный маховик. Тогда можно сказать, что относительно наблюдателя маховик быстро вращается, может,

даже быстрее, чем позволяет его прочность. Но маховик не разорвется, хотя наблюдателю кажется, что на него действуют огромные напряжения. А сам вращающийся наблюдатель может пострадать, так как при вращении именно в нем возникают механические напряжения.

3.2. Вопрос. Можно ли сформулировать законы инерции вращения аналогично первому закону Ньютона?

Ответ. Можно взять на себя смелость по образу и подобию первого закона Ньютона сформулировать «закон» инерции вращательного движения: «Изолированное от внешних моментов абсолютно твердое тело будет сохранять состояние покоя или равномерного вращения вокруг неподвижной оси до тех пор, пока приложенные к этому телу внешние моменты не заставят его изменить это состояние».

Почему же абсолютно твердое тело, а не любое? Потому, что у не твердого тела из-за вынужденных деформаций при вращении изменится момент инерции, а это равносильно изменению массы точки для первого закона Ньютона.

В случае вращательного движения, если момент инерции постоянен, придется принять за константу не угловую скорость, а произведение угловой скорости ω на момент инерции I – так называемый кинетический момент K . В этом случае «закон» инерции вращения примет более общую форму: «Изолированное от внешних моментов тело будет сохранять вектор своего кинетического момента постоянным». Если же тело вращается вокруг неподвижной оси: «Изолированное от внешних моментов относительно оси вращения тело будет сохранять кинетический момент относительно этой оси постоянным». Эти законы, правда, в несколько иной формулировке, называются законами сохранения кинетического момента.

3.3. Вопрос. Земля и Луна вращаются вокруг общего центра масс. Действуют ли на эти небесные тела центробежные силы?

Ответ. Представление, что при вращении материальных точек и тел вокруг оси или неподвижной точки на них должны действовать центробежные (т. е. направленные от центра вращения) силы, является обывательским заблуждением.

Например, и на Землю, и на Луну действуют силы тяготения, направленные друг к другу, а следовательно, к центру вращения (рис. 7). Каких-либо сил, направленных от центра, здесь вообще нет. Чтобы тела, движущиеся по инерции, т. е. равномерно и прямолинейно, свернули с этого пути и стали двигаться по кривым, на них должны действовать центростремительные, т. е. направленные к центру вращения, силы. Такими являются силы тяготения.

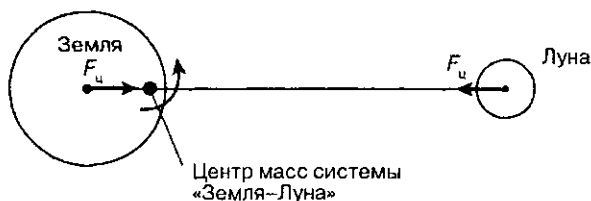


Рис. 7. Схема сил, действующих на систему «Земля – Луна»

В случае, если вращается точка A , привязанная к опоре O на гибкой невесомой связи – нити (рис. 8, a), то, пренебрегая силой тяжести (допустим, опыт поставлен в невесомости), можно сказать, что на эту точку также действует центростремительная сила F_u . На саму же нить, как на связь, со стороны точки A действует направленная от центра реакция $R_1 = F_u$, а со стороны опоры O – сила $R_2 = F_u$ (рис. 8, b). На опору O действует сила F_u , направленная от центра. На нить действует уравновешенная система сил, которая не может влиять на движение точки A .

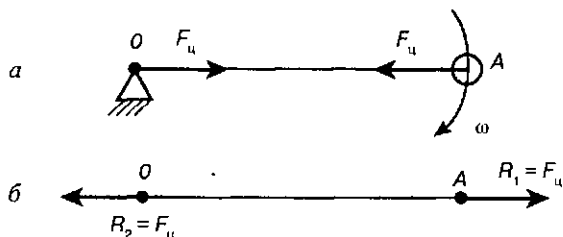


Рис. 8. Силы, действующие на тела во вращающейся системе:

a – силы, действующие на вращающуюся по окружности точку A и опору O ; b – силы, действующие на связь

В некоторых учебниках, например, для школ с углубленным изучением физики [26, с. 254] специально выделено, что «центробежные силы инерции действуют не на все тела на поверхности Земли». Такая формулировка означает, что центробежные силы существуют и действуют на н е к о т о р ы е тела. Разумеется, это неверно.

3.4. Вопрос. Почему при быстром вращении тела оно испытывает механические напряжения и может даже разрушиться, ведь никакое другое тело с ним не контактирует, на него не действуют никакие силовые поля и т. д.?

Ответ. Действительно, если опыт по вращению, допустим, металлического кольца поставить в невесомости и в вакууме, то с этим

телом не будет взаимодействовать никакое другое тело, даже воздух. Разогнать это кольцо можно вращающимся электромагнитным полем (например, возникающим в статоре асинхронного электродвигателя), особенно если кольцо стальное. После окончания разгона свободно вращающееся с угловой скоростью ω кольцо будет обладать кинетической энергией E :

$$E = I \omega^2 / 2, \quad (3.2)$$

и будет растягиваться механическим напряжением σ :

$$\sigma = \rho v^2, \quad (3.3)$$

где I – осевой момент инерции кольца;

ρ – плотность материала кольца;

v – линейная скорость кольца.

Чем же вызвано это напряжение? Выше мы видели, что на связь – нить (см. рис. 8, *а*, *б*) действуют растягивающие усилия, вызываемые точкой *А*, вращающейся вокруг опоры *О*. Ведь именно связь, действуя на точку *А* центробежной силой $F_{ц}$, постоянно сворачивает ее с естественного прямолинейного пути. В этом случае масса (точка *А*) и связь (невесомая нить) четко выделены. Но если точку *А* устранить, вместо нити взять массивное тело – стержень или цепь – и вращать его вокруг точки *О*, то картина усложнится.

В таких случаях, когда связь сама обладает массой, удобно представить ее в виде невесомой связи (нити), нагруженной отдельными массивными точками (рис. 9). Если число точек невелико, центробежные силы, действующие на эти точки, легко определить: в точке 1 это $F_{ц1}$, в точке 2 – сумма двух сил ($F_{ц1} + F_{ц2}$), а в точке 3 она максимальна – сумма трех сил ($F_{ц1} + F_{ц2} + F_{ц3}$). Отсюда легко перейти к случаю, когда масса распределена по длине связи равномерно.

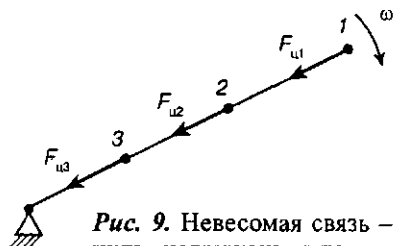


Рис. 9. Невесомая связь – нить, нагруженная точечными массами

Так и с вращающимся кольцом – если представить, что его заменяет многоугольник из невесомых нитей с помещенными в вершинах углов грузами m (рис. 10, *а*), то выделив один из грузов (рис. 10, *б*), можем определить силы $F_{цв}$, действующие на груз (их реакции действуют на нить):

$$F_{цв} = 0,5 F_{ц} \sin \alpha, \quad (3.4)$$

где $F_{ц} = m \omega^2 R$ или $m v^2 / R$, что следует из формулы (2.4).

Распределив грузы m по нити равномерно, получим массивное кольцо плотностью ρ , обладающее прочностью связи (рис. 11). Для простоты вычислений отбросим нижнюю половину кольца и обозначим через F растягивающие усилия, действующие с его стороны на верхнее полукольцо. Учитывая, что центр масс верхнего полукольца C расположен на расстоянии $2R/\pi$ вверх от центра O , нормальное ускорение этого центра масс:

$$a_n = 2\omega^2 R/\pi. \quad (3.5)$$

Записываем второй закон Ньютона в проекции на направление нормального ускорения:

$$2F = Ma_n = 2M\omega^2 R/\pi. \quad (3.6)$$

Учитывая, что напряжения $\sigma = F/S$, где S – площадь сечения кольца, масса полукольца $M = \pi\rho RS$, и что линейная скорость $v = \omega R$, записываем с учетом (3.6):

$$\sigma = F/S = \rho\omega^2 R^2 = \rho v^2. \quad (3.7)$$

Таким образом, получаем формулу (3.3).

Следовательно, вращающееся кольцо будет растягиваться с силой F и напряжениями σ даже без контакта с каким-нибудь другим телом. Аналогичным образом возникают напряжения во вращающихся телах любой конфигурации, например, в движущихся гибких мас-

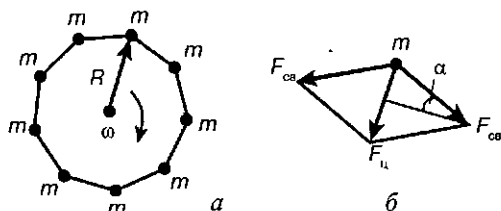


Рис. 10. Схематичное представление вращающегося кольца:

a – замкнутый вращающийся многоугольник с помещенными в вершинах углов точечными массами; b – силы, действующие на отдельный груз

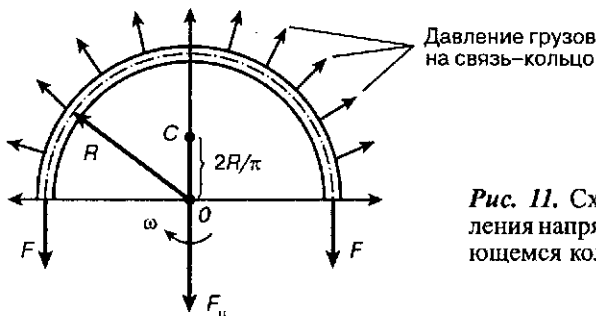


Рис. 11. Схема для определения напряжений во вращающемся кольце

сивных замкнутых связях — ремнях, цепях, а также маховиках — накопителях кинетической энергии.

3.5. Вопрос. Как накопить во вращающемся маховике наибольшую кинетическую энергию?

Ответ. Кинетическая энергия вращающегося тонкого кольца массой m , как и для прямолинейно движущейся массы, пропорциональна квадрату его линейной (окружной) скорости:

$$E = mv^2/2. \quad (3.8)$$

Ведь и в том и в другом случаях масса m движется с одной и той же скоростью v . Разница лишь в том, что в случае прямолинейного движения в движущемся теле не возникает никаких напряжений, а при вращении кольца (как и ремня, цепи, любой плоской массивной замкнутой связи), в нем возникают напряжения, не зависящие от радиуса кольца и определяемые формулой (3.3). Следовательно, в прямолинейно движущейся массе можно беспредельно (в рамках классической механики) повышать скорость и кинетическую энергию. Во вращающейся же массе, в данном случае кольце, мы жестко лимитированы прочностью материала, причем и кинетическая энергия и напряжения в материале пропорциональны квадрату окружной скорости.

А если это будет не кольцо, а тело иной формы? Удастся ли при той же прочности материала накопить большую кинетическую энергию? Для анализа этого вопроса удобнее всего выразить энергию и прочность через удельные показатели — удельную энергоемкость $e = E/m$ и удельную прочность $\chi = \sigma/\rho$. Тогда для маховика в виде вращающегося кольца

$$e = 0,5\chi = k\chi. \quad (3.9)$$

Для маховиков других форм коэффициент k будет принимать другие значения. Например, для диска с очень маленьким центральным отверстием он будет равен 0,3; для диска вообще без отверстия — 0,6. Самой лучшей формой маховика для накопления кинетической энергии является диск равной прочности. Такую форму имеют, например, диски паровых и газовых турбин — толстые в центре и тонкие на периферии.

3.6. Вопрос. Можно ли создать энергоемкий маховик с переменным моментом инерции?

Ответ. Устройство, изображенное на рис. 6, в принципе позволяет как накапливать кинетическую энергию, так и изменять момент инерции. Но из-за низкой прочности такая конструкция будет иметь ничтожную удельную энергоемкость. Если изготовить маховик из резины, то в процессе вращения его момент инерции будет расти

тем более, чем больше угловая скорость маховика. К кинетической энергии при этом добавится потенциальная, накопленная при растяжении резины.

Но интерес представляют не маховики с «пассивным» изменением момента инерции, а те, у которых этот показатель можно менять принудительно. Для чего же это может потребоваться?

При постоянном кинетическом моменте маховика можно увеличивать момент инерции за счет уменьшения угловой скорости и наоборот. Пример – человек с гантелями в руках на так называемой платформе Жуковского – диске, закрепленном на стойке на подшипниках (рис. 12, а, б).

Если человек, стоя на этой платформе с разведенными в стороны руками, вращается (рис. 12, а), то сведя руки с гантелями к центру (рис. 12, б), он снижает свой момент инерции, за счет чего значительно увеличивает угловую скорость. Маховики с регулируемым переменным моментом инерции могли бы обеспечить практически любую угловую скорость, необходимую рабочему органу машины, например, колесам автомобиля.

3.7. Вопрос. К каким последствиям может привести замена инерциальной системы отсчета на неинерциальную, например, вращающуюся?

Ответ. Каждому относительному движению тела во вращающейся системе отсчета можно поставить в соответствие движение точно такого же тела относительно инерциальной системы координат. Но для такого соответствия надо воспроизвести не только те реальные силы, которые действовали на исходное тело, но и добавить новые силы, соответствующие эйлеровым силам инерции в относительном движении исходного тела. Эйлеровы силы инерции здесь определяются как реальные силы, действующие на тело, в предположении, что подвижная система отсчета условно принимается за неподвижную. Например, если поворачивающийся автобус мы примем за неподвижный, то нам придется считать реальными центробежные силы, действующие на повороте.

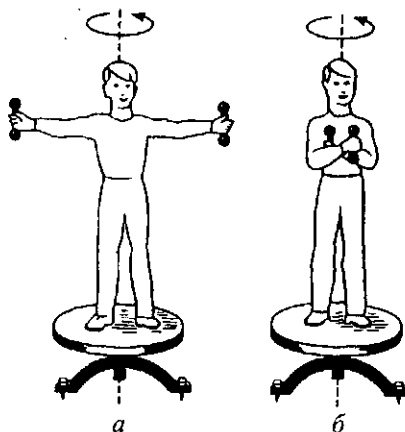


Рис. 12. Человек на платформе (скамье) Жуковского:

а – с разведенными в сторону руками и большим моментом инерции; б – со сдвинутыми к центру руками и минимальным моментом инерции

Таким образом, если мы свяжем подвижную систему координат с Землей, то ускорение точки на Земле в «абсолютной» системе – реальное ускорение – будет являться векторной суммой трех ускорений: относительного, переносного и кориолисова (по имени французского механика XIX века Густава Кориолиса), которое возникает тогда, когда подвижная система координат вращается. Вот с этим-то кориолисовым ускорением и соответствующей ему кориолисовой силой начинают происходить «чудеса» наподобие тех, что происходят с даламберовыми силами инерции. Их начинают считать реально существующими, приписывать им соответствующие действия и т. д.

Здесь надо твердо помнить, что и переносные, и кориолисовы силы инерции – силы нереальные, они зависят только от выбора системы координат и не отражают взаимодействия взятой точки с другими точками. Не имеют эти силы и противодействия, которое по третьему закону Ньютона должна иметь каждая сила. Силы инерции, какими бы они ни были, всегда нереальны; и нельзя верить, если даже в учебнике написано, что они на что-то «действуют» (см. вопрос 3.3). Силы эти, по образному выражению известного физика Ричарда Фейнмана, – «псевдосилы».

3.8. Вопрос. Можно ли определить эйлеровы силы инерции не формально, а исходя из физической сути явлений?

Ответ. Можно, хотя на это понадобится воображение [17]. Рассмотрим вспомогательное тело, полностью идентичное основному. Пусть это вспомогательное тело совершает в точности такие же движения по отношению к произвольно выбранной «абсолютной» системе координат, какие совершает основное тело по отношению к выбранной неинерциальной системе координат. Таким образом, на все точки вспомогательного тела действуют те же физические силы, что и на основное тело. Однако, чтобы движение вспомогательного тела относительно «абсолютной» системы координат в точности повторяло движение основного тела относительно неинерциальной системы координат, необходимо к вспомогательной системе приложить, помимо всех физических сил основной системы, еще и дополнительные силы. Так как движение рассматривается по отношению к «абсолютной», инерциальной системе отсчета, то это могут быть только физические силы. Очевидно, что они точно соответствуют эйлеровым силам инерции.

Таким образом, эйлеровы силы инерции равны тем физическим силам, которые следует добавить к исходным физическим силам, чтобы в точности воспроизвести относительное движение какого-либо тела как движение абсолютное, т. е. в инерциальной системе отсчета.

3.9. Вопрос. Если кориолисовы силы инерции нереальны, как они могут вызвать подмывание берегов рек? Что такое гироскопический эффект?

Ответ. Подмывание берегов рек можно качественно объяснить и без использования подвижной системы отсчета, эйлеровых сил инерции и других предположений.

Известно, что у рек, текущих в Северном полушарии, подмываются правые берега. Взглянем на Землю с высоты со стороны ее Северного полюса. Представим для простоты, что река, начинаясь на экваторе, течет прямо на север, пересекает Северный полюс и заканчивается тоже на экваторе, но уже с другой стороны. Вода в реке на экваторе имеет ту же скорость в направлении с запада на восток, как и ее берега (не течение реки, а именно скорость воды вместе с берегами и с Землей). Это при суточном вращении Земли составляет около $0,5 \text{ км/с}$. По мере приближения к полюсу скорость берегов уменьшается, а на самом полюсе она равна нулю. Но вода в реке «не хочет» уменьшать свою скорость – она подчиняется закону инерции. А скорость эта направлена в сторону вращения Земли – с запада на восток. Вот и начинает вода «давить» на восточный берег реки, который оказывается правым по течению. Дойдя до полюса, вода в реке полностью утратит свою скорость в «боковом» направлении, так как полюс – это неподвижная точка на Земле. Но река продолжает течь теперь уже на юг, и берега ее вращаются опять же с запада на восток со все увеличивающейся по мере приближения к экватору скоростью. Западный берег начинает «давить» на воду в реке, разгоняя ее с запада на восток, ну а вода, по третьему закону Ньютона, «давит» на этот берег, оказавшийся правым по течению.

На Южном полушарии все происходит наоборот. Если взглянуть на Землю со стороны Южного полюса, то вращается она уже в другом направлении. Все, у кого есть глобус, могут проверить это. Вот вам и закон Бэра, названный так в честь российского естествоиспытателя Карла Бэра (1792–1876), подметившего эту особенность рек.

А тут уже недалеко и до объяснения гироскопического эффекта вообще. Продолжим нашу реку дальше и опишем ее замкнутый круг на поверхности Земли. При этом заметим, что вся северная часть реки, находящаяся в Северном полушарии, будет стремиться направо, а вся южная часть – налево. Вот и все объяснение гироскопического эффекта, который считается едва ли не труднейшим в теоретической механике!

Итак, наша река – это огромное кольцо или маховик, вращающийся в том же направлении, что и течение реки. Если при этом



Рис. 13. Схема вращения маховика, «обернутого» вокруг Земли

поворачивать этот маховик в направлении вращения Земли, то вся северная его часть будет отклоняться вправо, а южная – влево (рис. 13). Иначе говоря, маховик будет поворачиваться так, чтобы его вращение совпало с направлением вращения Земли! Это и является качественным проявлением гироскопического эффекта.

3.10. Вопрос. Говорят, что гироскопический эффект удерживает велосипед от падения. Так ли это?

Ответ. Приходится много читать о том, что устойчивость велосипеда достигается благодаря гироскопическому эффекту его колес. Между тем – это явное преувеличение, и вот почему.

Гироскопический эффект – это возникновение момента при попытке принудительного поворота оси вращающегося тела. Но величину гироскопического момента мы пока не определяли. При поворачивании оси велосипедного колеса этот момент равен произведению момента инерции колеса на угловые скорости его вращения и поворота оси (вынужденной прецессии). Для простоты решим, что масса колеса 2 кг, радиус его 0,25 м и, стало быть, момент инерции, примерно равный произведению массы на квадрат радиуса, равен $0,125 \text{ кг} \cdot \text{м}^2$. Велосипедист спокойно маневрирует уже на скорости 1 м/с, и колесо при этом вращается с угловой скоростью 4 рад/с. Угловая скорость поворота оси колеса раз в 20 меньше и равна примерно 0,2 рад/с. В результате получаем гироскопический момент, равный 0,1 Н·м. Это то же самое, что гирьку в 1 кг подвесить на конец гвоздя, торчащего из стены всего на 1 см. Вряд ли такой ничтожный момент может что-либо изменить в движении велосипеда.

В то же время едущий велосипедист, свернув всего на 10 см от прямой, если не наклонится в сторону поворота, создаст опрокидывающий момент, равный его весу плюс примерно полвеса велосипеда, умноженные на 0,1 м, что достигает порядка 100 Н·м. Этот момент в тысячу раз больше, чем гироскопический момент! Вот таким образом, наклоняясь к центру поворота, велосипедист сохраняет устойчивость.

Кстати, если речь идет о специальных «монорельсовых» транспортных средствах, удерживающих равновесие именно благодаря массивному и быстровращающемуся маховику, то здесь, действительно, помогает гироскопический эффект. Производя вынужден-

ную прецессию (поворот оси) маховика с большим кинетическим моментом, мы вызываем огромные гироскопические моменты, удерживающие в вертикальном положении многотонные машины. Например, при моменте инерции маховика $100 \text{ кг} \cdot \text{м}^2$ (это примерно колесо от железнодорожного пассажирского вагона), угловой скорости 600 рад/с и той же, что и раньше, вынужденной прецессии $0,2 \text{ рад/с}$, гироскопический момент будет равен $12 \text{ кН} \cdot \text{м}$, что равносильно грузу $1,2 \text{ т}$, подвешенному на плече 1 м . Столь большой момент может не только стабилизировать тяжелое транспортное средство, но и разрушить быстровращающиеся подшипники маховика. Поэтому возможность возникновения гироскопических моментов надо всегда учитывать при расчете подшипников.

3.11. Вопрос. Если выстрелить из пушки вертикально вверх, то упадет ли снаряд снова в ствол пушки?

Ответ. Эта задача не давала покоя механикам XIX века. Конечно же, снаряд упадет обратно в ствол, если все происходит в абсолютной системе отсчета. А в реальной жизни, то есть на вращающейся Земле, все будет не так. Обычно эту задачу рассматривают с переходом на вращающуюся систему отсчета, что сильно усложняет ее, по крайней мере в математическом отношении. Давайте здесь попробуем рассмотреть лишь качественную сторону этой задачи в инерциальной системе отсчета.

Допустим, на широте Москвы массивная точка падает в вакууме с вышки высотой 100 м . Земля вращается с запада на восток, и точка эта имела в момент падения окружную скорость большую, чем поверхность Земли, так как дальше отстояла от ее центра. Падая, точка сохраняет свою окружную скорость, и соприкоснется она с Землей, сместившись в сторону превышения скорости, т. е. на восток. Расчет показывает, что это смещение невелико – всего $1,2 \text{ см}$.

А теперь выстрелим точечным снарядом вертикально вверх. В момент выстрела – на поверхности Земли – окружная скорость точки меньше, чем на высоте. Поэтому, поднимаясь вверх, точка будет отклоняться на запад. Особенно большое время точка проведет в верхней зоне своего полета, так как вертикальная скорость там мала, поэтому и путь, пройденный на запад, будет достаточно велик. На обратном пути точка тоже будет отклоняться на запад, правда теперь все медленнее и медленнее. Таким образом, она упадет западнее жерла пушки.

Кстати, наклонив ствол пушки чуть-чуть на восток, можно, в принципе, добиться того, чтобы снаряд, падая, коснулся снова жер-

ла пушки; но реально, особенно с учетом влияния атмосферы, это сделать невозможно – задача эта сугубо теоретического плана.

Конечно же, весь расчет можно было бы провести точно, причем без привлечения фиктивных кориолисовых сил. Но большинство специалистов-механиков считает, что помещая нашу пушку в относительную вращающуюся систему координат и вводя фиктивные кориолисовы силы, можно выполнить расчет короче и проще. Если даже это и так, то не потерять бы главного – ощущения реальности происходящего, что в физике играет не последнюю роль!

4. Движение и сила

4.1. Вопрос. Катер проходит с одинаковой скоростью относительно воды один и тот же путь туда и обратно сначала по озеру, а потом по реке. Одинаковос или разное время затратит катер на эти путешествия?

Ответ. Этот вопрос лучше всего задавать при изучении относительного движения. В сущности, вопрос провокационный – ученики обычно чуть ли не хором отвечают, что при движении по течению к скорости катера прибавляется скорость воды в реке, а обратно – эта скорость вычитается. В результате время нахождения катера в пути будет одинаковым – что в озере, что в реке. Преподаватель может возразить: если скорость течения реки равна, а то и больше скорости катера, катер обратно вообще не вернется. Или если скорость течения реки совсем незначительно меньше скорости катера – обратный путь займет очень много времени, что также указывает на ошибку в ответе учеников.

Поэтому когда в вопросе фигурируют время и скорость, ученикам следует помнить: эти параметры обратно пропорциональны друг другу, а ответ на подобные вопросы следует подкрепить расчетами.

Если скорость реки v_p , катера – v_k , длина пути – x , то время прохождения пути туда и обратно в реке

$$t_p = \frac{x}{v_k + v_p} + \frac{x}{v_k - v_p}, \quad (4.1)$$

$$\text{а в озере } t_{оз} = \frac{2x}{v_k} \quad (4.2)$$

Разница между продолжительностью пути по реке и по озеру

$$\Delta t = t_p - t_{оз} = \frac{2x}{v_k} \left(\frac{v_p^2}{v_k^2 - v_p^2} \right) = t_{оз} \left(\frac{v_p^2}{v_k^2 - v_p^2} \right). \quad (4.3)$$

Рассмотрим ряд случаев, которые могут встретиться при решении задачи.

1. $v_p = 0$; тогда второй множитель в (4.3) обращается в нуль и $\Delta t = 0$; время в пути по реке t_p будет равно времени в пути по озеру $t_{оз}$.

2. $v_k = v_p$; тогда второй сомножитель стремится в бесконечность и $\Delta t \rightarrow \infty$. Катер назад не вернется. Не вернется он назад и в том случае, если $v_p > v_k$. При этом из (4.1) видно, что время возвращения катера назад (второе слагаемое) отрицательно, чего не бывает.

3. $v_k \rightarrow \infty$ (какой-нибудь сверхскоростной скутер!); второй сомножитель и Δt стремятся к нулю. При большой разнице в скоростях v_k и v_p , t_p ненамного превосходит t_{oz} .

4. В любом случае, когда $v_k > v_p$, $\Delta t > 0$ и, стало быть, $t_p > t_{oz}$.

Вот к каким разнообразным, а для кого-то из учеников и неожиданным результатам приводит анализ, казалось бы, простейшей задачи.

К слову, все сказанное легко проверить и без заплывов по воде. На эскалаторе метро или движущемся тротуаре (желательно коротких, чтобы физически можно было пройти этот участок против движения) нетрудно поставить эксперимент по существу решенной нами задачи.

4.2. Вопрос. Как, используя простые технические средства, например трос, получить весьма большие силы, необходимые для вытаскивания завязшего автомобиля?

Ответ. Лучше, если трос будет металлическим, т. е. по возможности малорастяжимым. Подойдет и прочная металлическая цепь. Трос, цепь или аналогичная гибкая связь должна быть достаточно длинной — необходимость этого будет понятна из постановки опыта (рис. 14).

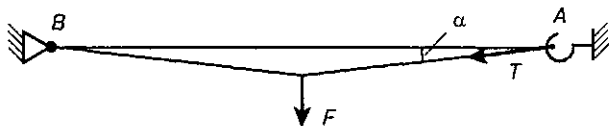


Рис. 14. Схема опыта с натянутым тросом

Закрепим один конец троса на предмете, который хотим вытащить, например, на крюке A автомобиля. Другой конец троса фиксируем на явно прочной опоре B — толстом дереве, пне, крюке в стене и т. д. Натягиваем трос как можно сильнее, затем беремся за середину его и рывком тянем в поперечном направлении (стрелка на рис. 17). Если угол между прямой AB и тросом равен α , то усилие T в тросе, действующее на крюк A , равно

$$T = F/(2 \sin \alpha) \approx F/(2\alpha), \quad (4.4)$$

где $\sin \alpha \approx \alpha$ при малых значениях угла α . Если длина троса, например, 50 м, а мы поперечной силой F оттянули его от первоначального направления на 0,5 м, то угол α равен 0,5/25, т. е. 0,02 радиана или около 1 градуса. Тогда, если сила F была равна 200 Н, что не так уж

много, то усилие T составит около 5 кН. Такой силой можно вытящить завязший легковой автомобиль без помощи трактора. Для практических целей напомним, что после каждого движения автомобиля вперед, нужно подкладывать под колеса упоры (бревна, камни и т. д.), чтобы автомобиль не откатился назад, а трос необходимо снова натянуть для последующего нового рывка.

Этим же объясняется то, что гитарист может достаточно легко порвать натянутую струну, если будет оттягивать ее за середину вбок даже с небольшой силой. Попробовал бы он порвать ее, просто растягивая руками!

4.3. Вопрос. Человек начал взбираться по приставной лестнице, и она пока не отъезжает от стены. Есть ли гарантия, что лестница не отъедет, когда человек поднимется еще выше?

Ответ. Для ответа на этот вопрос нужно воспользоваться понятием угла трения φ , связанного с коэффициентом трения f следующим соотношением:

$$\operatorname{tg} \varphi = f. \quad (4.5)$$

Пояснить роль угла трения можно следующим примером. Если к телу, лежащему на шероховатой поверхности, приложить силу P , образующую угол α с нормалью (рис. 15), то тело сдвинется только тогда, когда сдвигающее усилие $P \sin \alpha$ будет больше $P f \cos \alpha$:

$$\begin{aligned} P \sin \alpha &> P f \cos \alpha; \quad \operatorname{tg} \alpha > f; \\ \operatorname{tg} \alpha &> \operatorname{tg} \varphi; \quad \alpha > \varphi. \end{aligned} \quad (4.6)$$

Никакой силой, образующей с нормалью угол α , меньший угла трения φ , нельзя сдвинуть тело по данной поверхности.

А теперь перейдем к сути нашего вопроса. Лестница прислонена к стене под углом α (рис. 16). В предельном равновесном положении

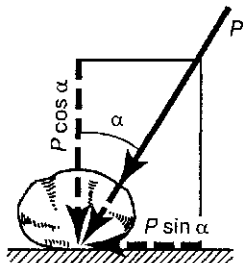


Рис. 15. Схема к определению угла трения

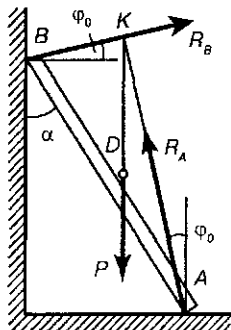


Рис. 16. Схема сил, действующих на приставную лестницу

на лестницу действуют реакции R_A и R_B пола и стены, отклоненные за счет шероховатости поверхности от нормалей к этим плоскостям на угол трения φ . Материалы стены и пола в первом приближении считаем одинаковыми, чтобы иметь одинаковый угол трения φ . Линии действия реакций пересекаются в точке K . Следовательно, при равновесии третья действующая на лестницу сила P , равная весу человека, тоже должна пройти через эту точку K . Ведь известно, что если свободное тело (например, наша лестница, где действие пола и стены заменены силами R_A и R_B) находится в равновесии под действием трех непараллельных сил в одной плоскости, то силы эти пересекаются в одной точке (это известная в механике «Теорема о трех силах»). Действительно, если бы эти силы не пересекались в одной точке, то тело, попросту говоря, завертелось бы от образовавшегося момента.

Поэтому можно сказать, что человек выше точки D (см. рис. 16) подняться не может – лестница отъедет от стены, и человек упадет вместе с ней. Обиднее и больнее всего для падающего, когда эта точка D находится на самом верху лестницы.

Следовательно, человек может подняться до конца лестницы только тогда, когда она образует со стеной угол $\alpha < \varphi$. А уж этот угол можно определить из формулы (4.5), зная коэффициент трения опорной поверхности лестницы о пол. Здесь существует очень коварное заблуждение – если лестница сама не падает, то, якобы, не упадет она и с человеком. Это не так – ведь центр тяжести самой лестницы находится практически посреди нее, например в точке D . А ведь нам бывает надо взобраться и выше.

Автор предлагает пользоваться таким приемом: если можно достать вытянутой рукой до верхней ступеньки лестницы, то нужно потянуть за нее вниз – если лестница не падает, то на нее можно забираться. Если верхняя ступенька высоко, то к ней можно привязать веревку и тянуть за нее вниз.

4.4. Вопрос. Чем была сила в понимании древних людей?

Ответ. Древние люди различали два вида движения – естественное и насильственное. В нашем понимании естественное движение – это движение инерционное, без приложения внешних сил. Летит себе астероид в космическом пространстве с постоянной скоростью и по прямой – это и есть его естественное движение.

Но древние под естественным движением имели в виду нечто другое – возвращение предмета на его «естественное» место: если это камень, то вниз, если огонь, то вверх, на небо. И чтобы изменить это естественное движение, нужно было приложить силу – поднять камень вверх и т. д.

Из древних ученых наиболее серьезно занимался вопросами движения и сил Аристотель. Интересно, что древних греков совершенно не интересовало направление движения – им были важны только начальная и конечная точки движения.

Сила, названная Аристотелем «динамис», могла быть в современных обозначениях записана так

$$F = kPL/T, \quad (4.7)$$

где P – вес движимого тела,

L – длина пути,

T – время движения,

k – безразмерный коэффициент пропорциональности, видимо, имевший что-то общее с коэффициентом трения.

Поэтому размерностью аристотелевой силы по современным понятиям будет Н·м/с, т. е. Вт – единица мощности.

Даже из рассуждений Аристотеля можно было сделать вывод, что под силой он подразумевал мощность. Он считал, что одной и той же силой можно продвинуть половинный груз на вдвое большее расстояние, или на то же расстояние в половину времени. Видно, что сила отождествлена с работой и мощностью.

Сущность Аристотелевой силы подтверждается и терминологией. Греческое «динамис» переводится латинским «*potentia*», что соответствует французскому «*puissance*», или русскому «мощность». Античное воззрение на силу отразилось и на существующей до сих пор единице мощности – лошадиной силе. В действительности же лошадиная сила – это не сила, а работа эталонной лошади, отнесенная ко времени, в течение которого эта работа была совершена, то есть мощность. И возникла эта единица как количественная оценка паровой машины Уатта по мощности, а не по силе, которая в этом случае не имеет никакого смысла.

4.5. Вопрос. В законе всемирного тяготения массы считаются точечными. А в действительности они огромны по размерам, например наша Земля. Как будет действовать этот закон внутри нашей планеты?

Ответ. При ответе на этот вопрос мы столкнемся с рядом трудностей. Если тело находится на большой высоте над Землей, к тому же в безвоздушном пространстве, то силу притяжения этого тела к Земле можно определить по закону всемирного тяготения, а зная массу этого тела – ускорение по второму закону Ньютона. Подставив силу F притяжения двух тел – Земли и падающего тела – из закона всемирного тяготения $F = G \frac{m_1 m_2}{R^2}$ в формулу второго закона Нью-

тона $F = m_{\tau} a$ и разрешив полученное выражение относительно ускорения, получим

$$a = \frac{F}{m_{\tau}} = \frac{Gm_3}{R^2}, \quad (4.8)$$

где G – гравитационная постоянная;

m_3 и m_{τ} – соответственно, массы Земли и тела;

R – расстояние между центрами масс тела и Земли.

Заметим, что ускорение a не зависит от массы самого тела.

При попадании в атмосферу Земли картина притяжения тела Землей меняется (здесь, конечно же, не идет речи об аэродинамическом сопротивлении атмосферы движению тела). С одной стороны, центр тяжести Земли становится ближе, и сила притяжения увеличивается. Вместе с тем, тело начинают притягивать массы воздуха, расположенные с другой стороны от центра масс Земли. Ускорение уже нельзя определить по формуле (4.8).

Далее, пусть тело достигнет уровня океана. Здесь перед нами встает новый вопрос: считаем ли мы, что рассматриваемое тело вращается вместе с Землей или оно неподвижно относительно «абсолютной» системы отсчета?

Если тело находится на полюсе, безразлично, на Северном или Южном, ускорение свободного падения $g = 9,83 \text{ м/с}^2$. Вращение Земли тут роли не играет: полюс – это неподвижная точка относительно инерциальной системы отсчета, если не принимать в расчет вращения Земли вокруг центра масс Солнечной системы, прецессии земной оси и других факторов, мало влияющих на отклонения движения полюса от инерционного. Но Земля «сплюснута» у полюсов и «раздута» у экватора из-за своего суточного вращения. Поэтому на полюсе тело максимально приближено к центру Земли.

На экваторе же из-за удаленности от центра, а еще более – из-за вращения Земли, которое теперь уже мы не можем игнорировать (невозможно представить себе тело, находящееся на Земле, а тем более заглубленное в нее, и не вращающееся вместе с ней!), ускорение свободного падения $g = 9,78 \text{ м/с}^2$.

Далее, величина ускорения свободного падения зависит от того, над чем находится тело: над глубоким океаном, где плотность воды невелика – около $1\,000 \text{ кг/м}^3$, или над сушей, где плотность доходит до $2\,600 \text{ кг/м}^3$ и более (например, над залежами железной руды), или над пустотами, если даже они заполнены нефтью или газом. Ускорение свободного падения тем больше, чем плотнее материал под телом, и тем меньше, чем он менее плотен.

Положение усложняется, когда мы начинаем заглублять рассматриваемое тело в Землю. Если мы опускаем его на дно океана, то над

телом оказывается легкая вода. Она хоть и притягивает тело в сторону от центра масс Земли, но этот центр, оказываясь все ближе, доминирует в притяжении. Если мы заглубляем тело в грунт, скальные породы или железнорудные залежи, то притяжение от центра все существеннее.

Следует иметь в виду, что плотность вещества в центре Земли очень высока – около $12\,000\text{ кг/м}^3$ – это побольше, чем у свинца! Поэтому величина ускорения свободного падения g еще достаточно долго при заглублении в Землю увеличивается. Но потом она неизбежно начинает уменьшаться и в центре масс Земли ускорение свободного падения равно нулю. Тело одинаково притягивается внешними слоями Земли.

Интересно, что было бы, если бы Земля была полой и вся ее масса была сосредоточена в оболочке? Тогда, оказавшись в полости, все предметы «плавали» бы в ней, находясь в невесомости, как в космическом корабле!

4.6. Вопрос. Говорят, Галилей доказал, что тяжелые и легкие тела падают на Землю с одинаковой быстротой, основываясь на опытах бросания шаров с наклонной Пизанской башни. Возможно ли это на самом деле?

Ответ. Да, действительно, существует миф о том, что Галилей бросал шары с наклонной Пизанской башни (рис. 17), измеряя при этом время падения. И, будто бы, убедился в том, что легкие и тяжелые шары достигают Земли одновременно.

Не надо ехать в Пизу и, рискуя быть арестованным, пытаться сбрасывать предметы со знаменитой «падающей» башни. Попробуйте сделать это у себя дома с балкона двадцатого этажа или выше. Внизу

поставьте счетчиков с секундомером. И сбрасывайте шары – железный, свинцовый, деревянный и из пенопласта. Что, они достигнут земли одновременно? Не нужно никаких хронометров, чтобы убедиться, что пенопластовый шар, например, будет еще «порхать» в то время, когда один за другим упадут на землю свинцовый, железный и деревянный шары.

Если бы Галилей и производил эти опыты, то нетрудно догадаться, к каким бы выводам он пришел – как и Аристотель, он бы убедился, что тяжелые тела падают быстрее лег-

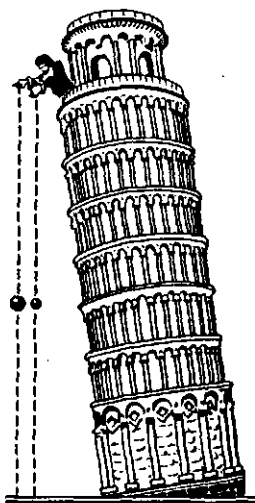


Рис. 17. Башня в Пизе (Италия), откуда по преданию Галилей бросал шары



Эванджелиста Торричелли
(1608–1647)

ких. Ведь о пустоте – вакууме, тогда не могли помышлять и самые смелые умы. Ученые смеялись над теми, кто заявлял о существовании пустоты – «места без помещенных туда тел». Впервые «увидел» пустоту (вернее, разреженные ртутные пары) Эванджелиста Торричелли (1608–1647) в 50-х годах XVII века, когда Галилей уже не было в живых.

В действительности же Галилей катал шары по наклонному желобу и по пульсу (более точного и надежного метода тогда не было) измерял время их пробега. Некорректность этих опытов в аспекте сопоставления их с падающими телами очевидна. Шары в желобе, поми-

мо прямолинейного движения центра их масс, приобретали вращение, существенно замедляющее их скорость. Угловая же скорость шаров зависела от их диаметра, распределения масс в шаре, материала шара, его плотности, упругих свойств, и т. д и т. п. На скорость шаров влияло неизбежное проскальзывание, а также трение качения, зависящее от материала шаров и желоба. Даже сопротивление воздуха, пропорциональное квадрату скорости, в верхней части шара в четыре раза больше, чем в центральной, что тоже не способствует точности опытов.

Поэтому, видимо, не рассчитывая на достоверность своих опытов, Галилей так логически «доказал» одномоментность приземления легких и тяжелых тел: «Уважаемые сеньоры, представьте, что вы вззошли на башню, имея две монеты в 5 и 3 скудо. Первая должна падать быстрее, вторая – медленнее. Если вы свяжете монеты бечевкой, вес возрастает, и они должны падать быстрее, но, с другой стороны, монета в 3 скудо, как более легкая, должна тормозить 5 скудо. Получаемое противоречие снимается одним утверждением – вес предмета не влияет на скорость свободного падения».

Если действительно произвести этот опыт, легко убедиться, что быстрее всего падает монета в 5 скудо, медленнее – связка из двух монет, так как монета в 3 скудо действительно будет тормозить монету в 5 скудо, а наиболее медленно – монета в 3 скудо. Но если попытаться поместить эти монеты в один невесомый корпус, например, легкий полый пластмассовый шарик, то быстрее всего падала бы тяжелая связка из двух монет, затем 5, а последней – 3 скудо. В любом случае опыт не вяжется с доказательством Галилея, построенным на формальной логике!

Только в вакууме, например в трубке Ньютона (рис. 18), тяжелые и легкие тела – дроби́нка и перышко – будучи отпущенными вместе, падают одновременно. Автор подчеркивает, что для этого падающие предметы должны быть отпущены именно одновременно. Если же их отпускать порознь, то этот «постулат» равного времени падения легкого и тяжелого тел не соблюдается, по крайней мере, теоретически. Но об этом подробнее в следующем вопросе.

4.7. Вопрос. Когда говорят о падении тел друг на друга, например груза на Землю, учитывается ли, что оба тела движутся навстречу друг другу?

Ответ. Эта задача принципиально близка той, где рассматривается вращение небесных тел вокруг общего центра масс. Свободные тела не могут двигаться независимо друг от друга, так как они связаны силами взаимного тяготения. Если расположить два тела на каком-нибудь расстоянии друг от друга и отпустить их, т. е. позволить им свободно перемещаться без начальной скорости, они начнут сближаться друг с другом, пока не произойдет их соприкосновение. Если одно из этих тел – небесное, то говорят о падении тел на Землю, Луну, комету, астероид и т. д. При этом чем более сопоставимы по массе тела – падающее и то, на которое оно падает – тем соизмеримее их перемещения навстречу друг другу.

Что же считать в подобных случаях «быстротой» падения? Разумнее всего критерием быстроты падения считать время, прошедшее от начала падения до соприкосновения тел.

Если мы, как это описано практически во всех учебниках, отпускаем одновременно два тела – легкое и тяжелое, то они упадут одновременно (в вакууме, конечно), потому что они оба, находясь вместе, одновременно притягиваются к себе Землю или другой объект, на который они падают. Происходит как бы сближение всего двух тел, двух масс. Два падающих тела, более и менее массивное, находясь вместе, просто не могут упасть порознь. И тело, на которое падают вместе два других тела, передвигается навстречу сразу этим двум телам.

Если же опыт провести иначе – отпустить одно тело, измерить время падения, а затем заменить это тело на более или менее массивное, проделать тот же опыт еще раз, то результат будет различный. Чем массивнее падающее тело при постоянной массе тела, на кото-

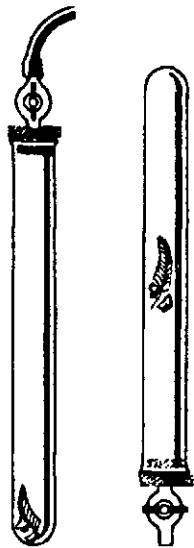


Рис. 18. Трубка Ньютона

рое оно падает, тем быстрее тела соприкоснутся, иначе говоря, тем быстрее упадет тело.

Если отвлечься от большой разности в массах (это уже количественная сторона вопроса), подобным же образом обстоит дело с падением обычных по массам тел на Землю. Если эти тела бросать поодиночке над одним и тем же местом на Земле (например, на экваторе или на полюсе, над океаном или над залежами тяжелых руд и т. д.) и измерять время падения, не забывая убирать упавшее тело куда-нибудь в космическую даль, то, чем массивнее падающее тело, тем быстрее оно «приземлится» с одной и той же высоты, и наоборот. Желательно, конечно, чтобы падающие тела были помассивнее, тогда современными средствами измерения времени можно было бы уловить разницу. Ну, а если на Землю будут падать, к примеру, планета Венера и в сравнении с ней пудовая гиля, то разница во времени падения будет ощутима и без часов!

Определим время падения одного тела на другое. Обозначим массу одного тела, например, планеты — M , а массу падающего груза — m . Как известно из закона всемирного тяготения, силы, действующие на эти тела, равны

$$F = GMm/R^2, \quad (4.9)$$

где G — гравитационная постоянная, равная $6,67 \cdot 10^{-11} \text{ Н} \cdot \text{м}^2/\text{кг}^2$;

R — расстояние между центрами масс тел.

Считая для простоты ускорения тел постоянными (допустим, падение происходит с небольшой высоты), вычисляем их: ускорение планеты $a_{\text{пл}} = F/M$, ускорение груза $a_{\text{гр}} = F/m$. Скорости планеты и груза $v_{\text{пл}} = a_{\text{пл}} t$ и $v_{\text{гр}} = a_{\text{гр}} t$, где t — время.

Скорость сближения этих тел (скорость падения)

$$v_{\text{пад}} = (a_{\text{пл}} + a_{\text{гр}})t; \quad (4.10)$$

$$\text{при этом средняя скорость падения } v_{\text{пад ср}} = v_{\text{пад к}}/2, \quad (4.11)$$

где $v_{\text{пад к}}$ — конечная скорость падения.

Считая оба тела массивными точками, определим время падения

$$t = 2R/v_{\text{пад к}}. \quad (4.12)$$

Подставляя $v_{\text{пад к}}$, получим

$$t = \sqrt{\frac{2R^3}{G(M+m)}}. \quad (4.13)$$

В знаменателе под корнем сумма масс тел, следовательно, чем больше масса падающего груза m при постоянной M , тем меньше время падения.

Приведем гипотетический пример. Расчет показывает, что если Луна падает на Землю с высоты 1 000 км, то до соприкосновения этих тел пройдет примерно 700 с (рис. 19). Если же при всех прежних условиях увеличить массу Луны до массы Земли, то падение, или, точнее, взаимное сближение, будет длиться всего 500 с.

4.8. Вопрос. В учебниках можно встретить тезис, что при падении тел с высоты в сопротивляющейся среде, например, воздухе, в первой фазе падения тело движется с ускорением, а во второй – равномерно. Может ли так быть, ведь характер физического процесса во время падения не меняется?

Ответ. Это распространенная ошибка среди людей, обладающих определенным практическим опытом, например парашютистов, но в точной науке она неприемлема. В одном очень полезном учебнике для школ с углубленным изучением физики [26], в разделе 3.16 «Установившееся движение тел в вязкой среде» написано, что при падении шарика в вязкой среде, например воздухе, где сила сопротивления движению тела (аэродинамическое сопротивление) пропорциональна квадрату скорости, уравнение движения имеет вид:

$$ma = F - kv^2, \quad (4.14)$$

где F – равнодействующая силы тяжести и архимедовой силы;

v – скорость падения тела;

k – коэффициент пропорциональности (сопротивления).

Согласно утверждению авторов учебника, в самом начале движения ускорение падения шарика почти равно ускорению свободного падения, а в дальнейшем, когда скорость нарастает, «ускорение тела обращается в нуль и, начиная с этого момента, тело будет двигаться с постоянной установившейся скоростью». Сказанное выделено курсивом в конце раздела, видимо, как очень важное положение, которое следует получше запомнить. Причем приводятся конкретные данные, когда это ускорение обращается в нуль. Для падающей авиабомбы, например, это произойдет через 5–6 км падения.

Проверим, так ли это на самом деле. Воспользуемся формулой (4.14), заимствованной из цитируемого учебника, и, чтобы быть по-

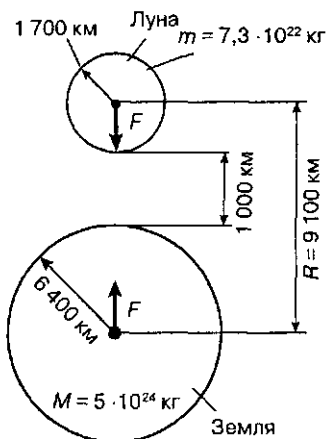


Рис. 19. Схема падения Луны на Землю

ближе к практике, расшифруем значение коэффициента k для реальных тел, падающих в воздухе:

$$k = 0,5 C_x \rho S, \quad (4.15)$$

где C_x — коэффициент обтекаемости, хорошо известный автомобилистам;

ρ — плотность воздуха;

S — площадь проекции тела на плоскость, перпендикулярную направлению движения.

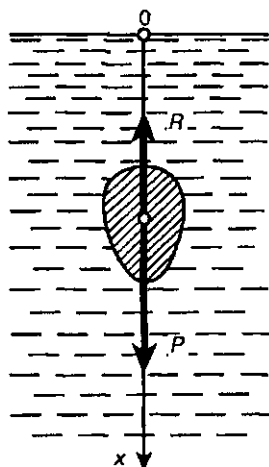


Рис. 20. Силы, действующие на тело, падающее в вязкой среде

На падающее тело действуют силы: P — разность силы тяжести и архимедовой силы, и сопротивление среды R (рис. 20):

$$R = 0,5 C_x \rho S v^2. \quad (4.16)$$

В проекции сил на ось падения тела x :

$$\Sigma F_x = P - R = P - 0,5 C_x \rho S v^2. \quad (4.17)$$

Составляем дифференциальное уравнение движения, используя формальную запись

$$\frac{dv}{dt} = \frac{dv}{dx} \frac{dx}{dt} = \frac{dv}{dx} v: \quad (4.18)$$

$$\frac{P}{g} v \frac{dv}{dx} = P - 0,5 C_x \rho S v^2.$$

$$\text{Обозначив } 2P / C_x \rho S = c^2, \quad (4.19)$$

и подставив в (4.18), получим

$$v \frac{dv}{dx} = g \left(1 - \frac{v^2}{c^2} \right) \quad (4.20)$$

или, после разделения переменных

$$-\frac{v dv}{c^2 - v^2} = -\frac{g}{c^2} dx. \quad (4.21)$$

Интегрируем обе части уравнения:

$$\ln \frac{c^2 - v^2}{c^2} = -2 \frac{g}{c^2} x + C_1. \quad (4.22)$$

При $x = 0$ $v = 0$, следовательно $C_1 = 0$. Тогда:

$$\frac{c^2 - v^2}{c^2} = e^{-2 \frac{g}{c^2} x}. \quad (4.23)$$

Отсюда окончательно находим зависимость скорости v от пути x :

$$v = c \sqrt{1 - e^{-\frac{2g}{c^2}x}}. \quad (4.24)$$

А теперь проверим, при каком значении пути падения x скорость падения достигнет предельного значения, когда ускорение падения равно нулю. С возрастанием x величина $e^{-\frac{2g}{c^2}x}$ убывает, стремясь при $x \rightarrow \infty$ к нулю, а скорость v возрастает, стремясь к некоторой предельной величине c .

Из равенства (4.19) находим:

$$v_{\text{пр}} = c = \sqrt{\frac{2P}{C_x \rho S}}. \quad (4.25)$$

Однако, как мы видим, скорость эта достигается только при $x = \infty$, а стало быть, *не достигается никогда*. Поэтому все утверждения о моменте, начиная с которого ускорение падения тела становится равным нулю, несобоснованны.

Другое дело, что скорость падения может приблизиться к предельной, а ускорение падения может стать очень малым, но равным нулю — никогда. В реальной жизни могут, конечно, встретиться случаи падения, когда тело даже начнет подниматься вверх, например, в восходящих потоках воздуха, чем успешно пользуются птицы и планеристы. Но если считать справедливыми принятые нами условия (4.14), то скорость падения тела в воздухе, как и в любой вязкой сопротивляющейся среде, где сопротивление пропорционально любой (конечной) степени скорости, продолжает расти.

4.9. Вопрос. Если толкнуть плавающее в воде тело, то как скоро оно остановится?

Ответ. С первого взгляда вопрос может показаться некорректным — кажется, что нужно знать массу тела, его обтекаемость, величину импульса толчка и т. д. Но, оказывается, это не так — теоретически тело не остановится никогда. Поясним это, казалось бы, парадоксальное утверждение.

Тело, плывущее в воде с небольшой скоростью v , испытывает сопротивление воды R , пропорциональное первой степени скорости:

$$R = \mu v, \quad (4.26)$$

где μ — коэффициент сопротивления, зависящий от целого ряда параметров, в данном случае не имеющих принципиального значения.

Итак, после сообщенного толчка тело приобретает начальную скорость v_0 , и затем вдоль линии движения на тело действует только одна сила R , направленная противоположно скорости (рис. 21).

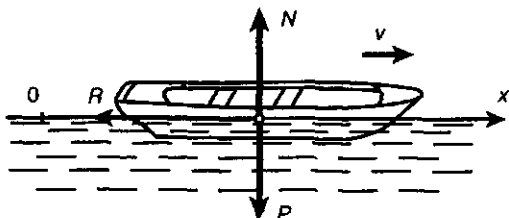


Рис. 21. Силы, действующие на плывущее в воде тело

Вычисляя проекцию силы, находим:

$$\sum F_x = -R = -\mu v. \quad (4.27)$$

Для определения времени движения составляем дифференциальное уравнение:

$$\frac{mdv_x}{dt} = \sum F_k. \quad (4.28)$$

Замечая, что $v_x = v$ и $\sum F_k = -\mu v$, записываем:

$$\frac{mdv}{dt} = -\mu v. \quad (4.29)$$

Интегрируем это уравнение, беря от обеих его частей после разделения переменных соответствующие определенные интегралы. При этом нижним пределом каждого из интегралов будет значение переменной интегрирования в начальный момент, а верхним – в произвольный момент времени.

Учитывая, что при $t = 0$, $v = v_0$, записываем:

$$\int_{v_0}^v \frac{dv}{v} = -\frac{\mu}{m} \int_0^t dt. \quad (4.30)$$

Беря интегралы, получаем:

$$\ln v - \ln v_0 = -\frac{\mu}{m} t. \quad (4.31)$$

Откуда

$$t = \frac{m}{\mu} \ln \frac{v_0}{v}. \quad (4.32)$$

Определяя время движения до остановки, из равенства (4.32) найдем, что при $v = 0$ (остановка тела) время $t = \infty$. Это означает, что при принятом законе сопротивления движению (4.26) тело теоретически будет двигаться бесконечно долго, все время уменьшая свою скорость.

Однако из практики известно, что тело рано или поздно все равно остановится, причем не исключено, что оно может сдвинуться и назад. В чем же здесь дело? А в том, что, во-первых, при чрезвычайно малых скоростях движения закон сопротивления может измениться. Во-вторых, могут измениться свойства жидкости – она может остыть и замерзнуть, покрыться тиной и т. д. Тогда будет действовать какой-то новый закон сопротивления движению тела. Но он нам не задан, а согласно принятому закону сопротивления (4.26), тело будет двигаться уже описанным образом.

Интересно определить путь, который пройдет тело до остановки. Можно предположить, что если тело никогда не остановится, то и пройденный им путь за бесконечно большое время будет тоже бесконечно большим.

Проверим и это. Применим уже известную нам формальную подстановку (см. вопрос 4.8) и составим дифференциальное уравнение движения в виде:

$$mv \frac{dv}{dx} = -\mu v. \quad (4.33)$$

Сокращая обе части его на v , разделяя переменные и учитывая, что при $x = 0$ $v = v_0$, имеем:

$$\int_{v_0}^v dv = -\frac{\mu}{m} \int_0^x dx. \quad (4.34)$$

Интегрируя, получаем:

$$v - v_0 = -\frac{\mu}{m} x, \quad (4.35)$$

откуда

$$x = \frac{m}{\mu} (v_0 - v) \quad (4.36)$$

или при $v = 0$

$$x = \frac{m}{\mu} v_0. \quad (4.37)$$

То есть получаем вполне конкретное значение пути. Например, при массе тела 100 кг, скорости $v_0 = 1$ м/с и $\mu = 10$ кг/с (средний коэффициент сопротивления для обычной лодки), получаем путь движения до остановки $x = 10$ м. Если проверять эту задачу экспериментально, то так примерно оно и получится. Хоть движение и «вечное», а вот пройденный путь вполне конечен.

Вот к каким неожиданным выводам приводит иногда механика!

4.10. Вопрос. Что такое трение качения?

Ответ. Кажалось бы, такое обыденное явление – трение при качении, а ответа – что это такое, по крайней мере, поясняющего сущность вопроса, в школьных учебниках нет. Даже для школ с углубленным изучением физики. Про теорию относительности – есть, а про трение качения, встречающееся, буквально, на каждом шагу – нет. И, может быть, это к лучшему, потому что даже в вузовских учебниках по физике, где рассматривается этот вопрос, ясности все-таки нет. А ведь трение качения – очень важный для техники вопрос, оно обнаруживает себя в любом колесном транспорте, начиная от велосипеда и роликовых коньков и заканчивая многотонными тягачами и поездами, а кроме того, в механических передачах, подшипниках качения и во многих других случаях.

Между тем, объяснить хотя бы в первом приближении – что это такое, не так уж сложно. И одним из этих приближений будет то, что опорную поверхность или дорогу, по которой катится колесо, будем считать абсолютно твердой. Второе допущение, которое совершенно реально: опорная поверхность и поверхность колеса обладают трением скольжения, предельное значение которого превышает максимальное сопротивление качению колеса. Короче говоря, при приложении к оси колеса силы, оно будет катиться, а не скользить «юзом» по дороге. Иногда говорят, что рассматриваемые поверхности «шероховатые», но это недостаточно точно отражает суть вопроса. Трудно представить себе, например, что-нибудь более гладкое, чем зеркальная рабочая поверхность плиток Йогансона, применяющихся для точных измерений расстояний в качестве эталонов длины, но попробуйте сдвинуть одну такую плитку по другой!

А теперь поставим колесо на дорогу, приложим к нему силу тяги G , нормальную силу со стороны дороги N и будем толкать колесо силой P , приложенной горизонтально к оси, пытаясь его покатыть. Мешает ли нам теоретически что-нибудь это сделать? Нет, все силы пересекаются в точке выхода оси колеса, и моменты, создающие сопротивление качению, не могут образоваться (рис. 22).

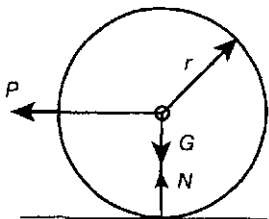


Рис. 22. Схема сил, действующих при качении абсолютно твердого колеса по абсолютно твердой дороге

Получается парадокс – выходит, при качении нет никакого сопротивления? Но заметьте, что мы совершенно не учли деформацию колеса, оно у нас как бы «абсолютно твердое», тверже алмаза. Тогда, конечно, сопротивления

качению быть не может, с учетом того, что дорогу мы уже приняли абсолютно твердой. Поэтому, чтобы уменьшить сопротивление трению качения, колёса и железную дорогу делают из очень твердых материалов (не из алмаза, конечно, но из термообработанной стали с наклепом – очень твердого материала). Железнодорожные колеса, катящиеся по рельсам, имеют сопротивление качению во много раз меньше, чем «мягкие» автомобильные колеса.

Что же происходит с «мягким» колесом при его качении? В контакте с дорогой его немного расплющивает, и из-за гистерезисных потерь (перехода части механической энергии, затраченной на деформацию, в тепло, что всегда имеет место в реальных материалах) сила давления на колесо со стороны дороги N немного смещается вперед по движению (рис. 23). Появляется плечо силы a , то есть момент, который надо преодолевать, а значит, и трение качения. Чем больше диаметр колеса и чем тверже оно (при твердой дороге), тем меньше оно сопротивляется качению. Вот почему у некоторых вездеходов колеса такие большие (до 17 м диаметром), а у поездов и трамваев они такие твердые.

А вот легковому автомобилю нельзя «позволить себе» ни того, ни другого. Если колеса будут слишком большими, автомобиль утратит мобильность, комфортабельность, эргономичность и эстетичность, а кроме того, станет слишком тяжелым. Ну, а твердые колеса будут резать асфальт, как сошедший с рельсов трамвай, да и тряска при движении станет непереносимой – мягкие шины демпфируют колебания от неровностей дороги. Вот и приходится идти на технические компромиссы.

И еще одно обстоятельство, которое вызывает недоумение у каждого, кто пытается проанализировать качение упругого колеса по твердой дороге. Нижняя часть колеса расплющивается, и ее длина становится меньше соответствующей дуги недеформированного колеса. Зная, что окружная скорость точки на ободе шины равна произведению угловой скорости колеса на радиус колеса, мы видим, что этот радиус в точке контакта с дорогой меньше, чем рядом, где колесо не касается дороги. Получается, что окружная скорость разных точек колеса – различная? Если у одной и той же шины скорость в разных точках различная, то это означает или разрыв шины, или напротив – ее сжатие.

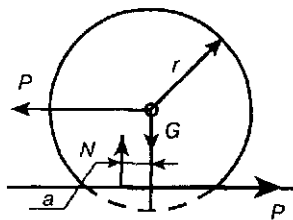


Рис. 23. Схема сил, действующих на реальное колесо, катящееся по абсолютно твердой дороге

Именно сжатие и происходит в контакте колеса с дорогой – упругая поверхность шины сжимается, проскальзывает к центру зоны контакта, а при выходе из контакта происходит обратная картина. В передней зоне контакта колеса с дорогой силы трения скольжения при проскальзывании действуют со стороны дороги на колесо назад по движению, а в задней зоне их действие противоположно. Кроме того, что это скольжение создает потери (переход механической энергии в тепло), увеличивающие сопротивление качению, силы эти играют еще одну отрицательную роль. В передней зоне контакта, где давление выше из-за смещения вперед силы N , эти силы больше, чем в задней. И это, в свою очередь, опять же повышает сопротивление качению колеса.

Не следует забывать и о боковом скольжении частей шины по дороге – ведь колесо «расплющивается» в зоне контакта и в боковом направлении.

Вот какие сложные явления возникают при трении качения, и очень важно знать физическую природу этого очень распространенного в технике явления.

Из равенства моментов (см. рис. 23) $N \cdot a = P \cdot r$, что необходимо для равномерного качения колеса по дороге, следует:

$$P = \frac{aN}{r}, \quad (4.38)$$

где a – коэффициент трения качения, имеющий размерность длины.

Надо сказать, что это очень неудобная величина и ею мало кто пользуется. Например, $a = 0,05$ мм – мало это или много? А ведь это коэффициент трения качения железнодорожного колеса по рельсу. Если диаметр колеса 1 м, а нагрузка на колесо – 10 кН, то, чтобы катить это колесо, нужна сила около 1 Н. Чтобы толкать уже стронутый с места вагон массой 60 т (весом 600 кН) без учета всех других потерь (аэродинамических, в подшипниках, уплотнениях и пр.) понадобится сила всего в 60 Н. Это кажется неправдоподобно малой силой, тем не менее, это так.

У «мягкой» автомобильной шины при движении по хорошему шоссе коэффициент трения качения в полсотню раз больше, и для толкания автомобиля массой в тонну при диаметре колеса 0,6 м понадобится уже сила 83 Н. При этом не надо забывать, что эта сила идет только на равномерное качение уже стронутого с места автомобиля с «прогретыми» шинами без учета всех других уже перечисленных сопротивлений.

Так как на практике пользование коэффициентом a неудобно, чаще всего его «переводят» в вид, похожий на коэффициент трения скольжения:

$$f = \frac{a}{r}. \quad (4.39)$$

Тогда для железнодорожного колеса $f_{\text{ж}} = \frac{5 \cdot 10^{-5} \text{ м}}{0,5 \text{ м}} = 10^{-4} = 0,0001$, а для автомобильного $f_{\text{а}} = \frac{2,4 \cdot 10^{-3} \text{ м}}{0,3 \text{ м}} = 8,3 \cdot 10^{-3} = 0,0083$. Эти значения соответствуют справочным данным; например, для автомобильного колеса на хорошей дороге $f_{\text{а}} = 0,007-0,015$.

5. Механические загадки и парадоксы

5.1. Вопрос. Можно ли двигаться на парусном судне против ветра?

Ответ. Парусные суда уже давно «ходят» против ветра, правда, зигзагами, или, как называют их моряки, галсами.

Все дело в том, что у парусных судов киль делается очень глубоким, и движение судна боком практически исключается. Если же при этом парус поставить так, чтобы его плоскость делила пополам угол между направлением киля и направлением ветра, то появляется составляющая силы, направленная вдоль киля. Ветер оказывает давление на парус практически полностью перпендикулярно его плоскости, и сила этого давления раскладывается на направление, перпендикулярное килю (куда судно двигаться почти не в состоянии), и направление вдоль киля, куда судно и движется. Это движение, правда, происходит не «в лоб» ветру, а под острым углом к нему.

Через некоторое время судно поворачивает под тем же углом к ветру, но теперь угол отсчитывается в другую сторону. Вот и идет судно зигзагами, или галсами, против ветра. Парадокс, имеющий место на практике!

Схема движения судна и направления действия сил при этом показаны на рис. 24. Сила действия ветра на парус — P_v , сила, движущая судно вдоль киля — P_k , сила, перпендикулярная килю, почти не совершающая работы (так как судно не может двигаться боком) — P_o .

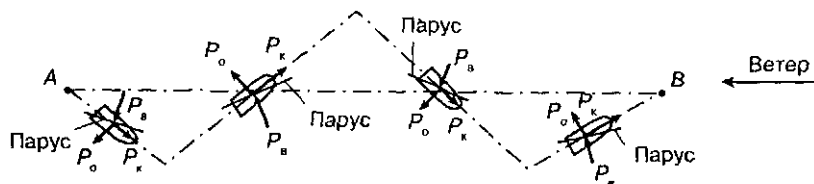


Рис. 24. Схема движения судна и направления действия сил при движении судна против ветра галсами

5.2. Вопрос. Можно ли двигаться на безмоторном судне против течения реки?

Ответ. Оказывается, и это можно, хотя кажется противоречащим законам механики. Первым эту идею воплотил в жизнь знаменитый

русский механик-самоучка Иван Петрович Кулибин (1735–1818). Когда Екатерина II увидела баржу, плывущую по Неве против течения, то была поражена. Ведь баржа была без парусов и без мотора (моторных судов, по крайней мере в России, тогда не было). Какая же сила толкала баржу против течения?

Схематически устройство подобной баржи, двигающейся против течения реки представлено на рис. 25. Баржа была снабжена большими водяными колесами, расположенными по ее бортам, наподобие тех, которые применялись на водяных мельницах, а также на так называемых «колесных» пароходах. На валу водяных колес помещались два барабана лебедки, на которые наматывались тросы. Эти барабаны могли соединяться с валом и отсоединяться от него.

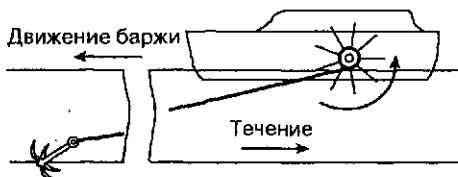


Рис. 25. Схема устройства безмоторного судна, движущегося против течения реки

Двигалась баржа следующим образом. Она становилась на один якорь, а второй отвозился на лодке далеко вперед против течения реки. Трос второго якоря сматывался с барабана, отсоединенного от вала водяных колес, которые постоянно вращались, приводимые в движение течением реки. После забрасывания второго якоря первый поднимался и второй барабан тросовой лебедки соединялся с валом водяных колес. Барабан начинал вращаться, наматывая на себя трос и «подтягивая» баржу к заброшенному вперед якорю (см. рис. 25). Вот это-то движение баржи так поразило Екатерину II.

Пока баржа двигалась, наматывая на барабан трос второго якоря, первый якорь, трос которого был намотан на первый барабан, теперь отсоединенный от вала, быстро отвозился на лодке вперед и забрасывался так же, как и предыдущий якорь. Затем первый барабан соединялся с валом водяных колес, а второй – отсоединялся от него. При движении баржи на первом тросе, второй якорь уже известным нам способом забрасывался на лодке вперед.

Вот так, или почти так (точной технологии работы этой самоходной баржи не сохранилось, и автор описал наиболее вероятный способ ее действия) двигалось безмоторное судно против течения реки, поражая современников.

5.3. Вопрос. Можно ли отапливать помещение... ветром?

Ответ. Можно получать энергию от ветроэлектростанций, которых так много в Америке и Европе, и отапливать помещение этой электроэнергией. Однако есть способ, позволяющий обойтись без электрической части ветроустановки.

Если в устройстве имеется вертикальный вал, а он почти всегда присутствует на ветряках средней мощности, то с его нижней частью можно без всякой механической передачи непосредственно соединить мешалку Джоуля, хорошо известную из школьного курса физики (рис. 26). Эта мешалка переводит механическую энергию в тепловую.

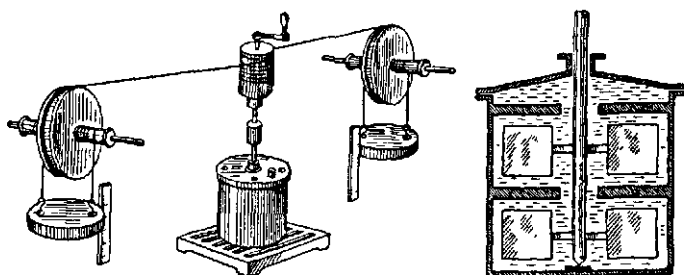


Рис. 26. Мешалка Джоуля

Схема такого ветряка с мешалкой Джоуля представлена на рис. 27. Нижняя часть вертикального вала ветряка соединена непосредственно с валом мешалки Джоуля, изготовленной, например, из обычной 200-литровой бочки. При вращении ветроколеса вода в мешалке, перемешиваемая лопастями, нагревается совсем как в опытах Джоуля. Горячая вода по патрубкам может направляться в батареи отопления или для других целей.

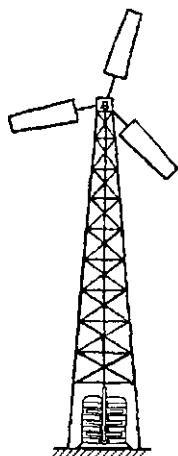


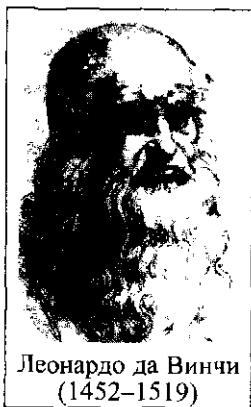
Рис. 27. Схема ветряка, вал которого непосредственно связан с мешалкой Джоуля

5.4. Вопрос. Говорят, что первый вертолет придумал Леонардо да Винчи и что построенная по его эскизам машина летала. Могло ли такое быть?

Ответ. Интересно, что в игрушки типа летающего пропеллера, которыми забавляются дети сейчас, играли и дети в Средневековье. Установлено, что такие игрушки известны аж с 1320 года [13].

Первый же эскиз большого вертолета создан Леонардо да Винчи (1452–1519). Этот эскиз представлен на рис. 28. Эскиз подписан самим автором – справа налево, и не следует думать, что это «зеркально» перевернутый рисунок. Он был левшой и часто писал таким образом.

Вот что сам Леонардо пишет об этой конструкции: «Остов винта должно сделать из желез-



Леонардо да Винчи
(1452-1519)

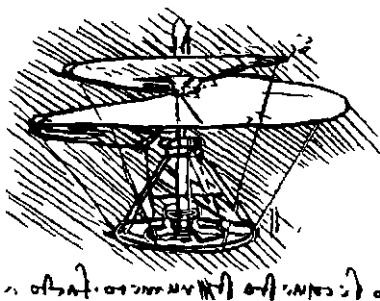


Рис. 28. Эскиз вертолета Леонардо да Винчи, подписанный автором

ной проволоки, толщиной в веревку; расстояние же от окружности до центра – 25 локтей. Если все будет сделано как следует, то есть из прочной парусины, поры в которой тщательно замазаны крахмалом, то я думаю, что при вращении с известной скоростью такой винт опишет в воздухе спираль и поднимется вверх».

Не так давно распространилось сообщение, что в США на авиазаводе в Сан-Диего по эскизам Леонардо был построен летательный аппарат, который якобы поднялся в воздух, даже с грузом.

Автор утверждает, что этого быть не могло. Или вертолет построен не по чертежам Леонардо, и работала эта машина не по заложенному им принципу, или она никогда не поднималась в воздух.

Если внимательно взглянуть на эскиз Леонардо, то в нижней части машины можно увидеть круглую платформу. По ней должны были бегать люди, вращающие кабестан, к которому крепился воздушный винт. Об этом говорится и в описании принципа работы летательного аппарата. Да и других двигателей, кроме мускульного, в то время просто не было.

Так вот, даже если не говорить о том, что ничтожной мощности этих бегающих людей не хватило бы на отрыв машины от земли, другой эффект уж точно помешал бы это сделать.

Вал винта не мог быть жестко скреплен с платформой – люди, отталкиваясь от платформы, вращали воздушный винт. Значит платформа подвешивалась на валу воздушного винта с возможностью свободного вращения, т. е. на подшипниках. Но тогда в аппарате вращаться стала бы в первую очередь сама платформа, от которой отталкивались ногами люди, а не воздушный винт, испытывающий большое сопротивление вращению – ведь именно винт должен был, «ввинчиваясь» в воздух, поднимать вертолет. А вращению самой платформы ничто не препятствовало.

5.5.Вопрос. Почему вертолет летит намного медленнее самолета?

Ответ. Вертолет поддерживается в воздухе главным образом своим несущим винтом. Для простоты будем говорить только о вертолете с одним несущим винтом, хотя, как известно, бывают и летательные аппараты с двумя винтами, вращающимися в противоположные стороны.

Почему же вертолеты не летают так же быстро, как самолеты? Оказывается, мешает этому именно несущий винт. Когда вертолет летит, а винт вращается (рис. 29), то на одну лопасть винта, которая движется в сторону полета машины, приходится набегающий поток воздуха, по скорости равный сумме скоростей вертолета V и окружной скорости лопасти ωR . На другую лопасть винта, которая движется в противоположную сторону, приходится набегающий поток, скорость которого равна разности окружной скорости лопасти и скорости полета вертолета. Поэтому, по теории движущегося крыла, первая часть винта будет обладать подъемной силой больше второй, и вертолет будет крениться.

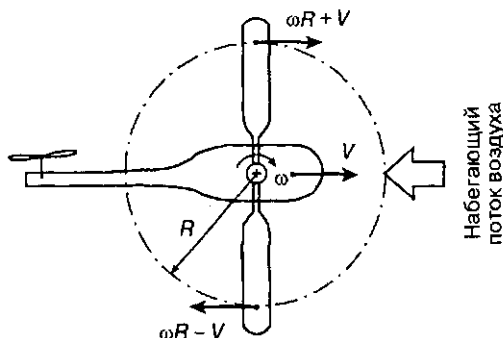


Рис. 29. Скорости движения лопастей винта летящего вертолета

Чтобы этого не происходило, а также и для других целей несущий винт вертолета содержит сложный механизм, называемый «автомат-перекос». Он в течение одного оборота лопасти винта дважды изменяет угол ее наклона к направлению воздушного потока (угол атаки) — уменьшает его там, где поток воздуха набегаёт, и увеличивает на другой стороне. В результате подъемные силы во всех частях винта уравниваются (если, конечно, не требуется искусственно создать крен, что тоже выполняется этим механизмом).

Трудно представить себе всю напряженность работы такого механизма, ведь на винте «висит» многотонная машина и винт делает сотни оборотов в минуту. Но даже автомат-перекос не может помочь, когда скорость машины сравняется с окружной скоростью винта. Тогда

вторая часть винта вообще неподвижна относительно воздуха и ее подъемная сила при любом угле атаки равна нулю. Соответственно, подъемная сила в первой части винта становится чрезмерно большой. В результате вертолет может перевернуться. Именно поэтому вертолеты и не летают так быстро, как самолеты: самолетный винт вращается в плоскости, перпендикулярной скорости полета, и описанного эффекта не наблюдается.

5.6. Вопрос. Куда движется ракета, когда в ней горит топливо? А заодно, куда движется выхлоп сгоревшего топлива?

Ответ. Для корректности постановки задачи будем считать систему отсчета «абсолютной», а ракету, заправленную топливом и окислителем, до начала сгорания топлива – неподвижной. На ракету не действуют никакие внешние силы, а вокруг нее – абсолютный вакуум.

Начинается горение топлива (соединение его с окислителем) в камере сгорания 2, и газы, получаемые в результате этого, устремляются через сопло 1 наружу (рис. 30). Газы эти, безусловно, имеют массу и, получая скорость, будут обладать определенным импульсом. Так как до начала сгорания импульс неподвижной ракеты был равен нулю, а внешние силы на нее не действуют, то при горении топлива импульс всей системы тел (ракеты с горючим, окислителем и головной частью 3) тоже будет равен нулю. Часть первоначальной массы (газы, образовавшиеся при сгорании топлива) будет двигаться в одну сторону, корпус ракеты – в другую, но центр масс всей системы останется в неизменном положении.

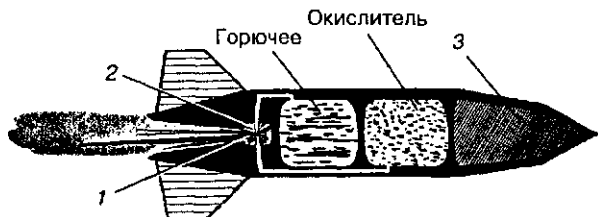


Рис. 30. Ракета с жидкими топливом и окислителем:
1 – сопло; 2 – камера сгорания; 3 – головная часть

Следовательно, центр масс всей системы тел – корпуса ракеты с людьми, топливом, окислителем, приборами и т. д. – при сгорании топлива никуда двигаться не будет, так как просто не сможет этого сделать без действия внешних сил, которых по условию нет. А внутренними силами центр масс системы сдвинуть невозможно!

Получается, на первый взгляд, парадоксальная ситуация – корпус ракеты (или ее головная часть) несется с огромной скоростью,

а центр масс первоначальной ракеты так и не сдвинулся с места. Но тем не менее это так! Головная часть ракеты может вылететь хоть за пределы Солнечной системы, но отработавшие газы, массой намного больше этой головной части, вылетят за пределы этой же системы, но в другую сторону. А центр масс навечно останется на одном и том же месте!

А теперь о том, куда движутся отработавшие газы, в которые превратилось топливо, соединившееся с окислителем. Если вообразить себе неподвижного наблюдателя, то в начале работы ракеты он увидит, что корпус ракеты будет двигаться относительно него, допустим, вправо, а газы — влево. Потом, по мере того, как корпус достигнет скорости, большей скорости истечения газов (для химического топлива эта скорость находится в пределах 3 км/с), наблюдатель увидит, что и корпус ракеты и газы, истекающие из сопла, будут двигаться в одном направлении, в данном случае — вправо. Однако, скорость газов будет всегда меньше скорости корпуса ракеты на величину скорости истечения газов. Например, при скорости корпуса 8 км/с и скорости истечения 3 км/с, скорость движения газов в направлении движения корпуса составит 5 км/с.

Естественно, что при малых скоростях истечения, для создания большого импульса нужны большие массы топлива и еще большие — окислителя. Выгоднее отбрасывать от корпуса ракеты частицы с гораздо более высокой скоростью, чтобы при этом же значении импульса их масса была меньше. Например, протоны можно разогнать даже сравнительно низковольтными ускорителями до 10 тыс. км/с, что в тысячи раз уменьшит массу отбрасываемого вещества.

5.7. Вопрос. Казалось бы, шуточный вопрос: что тяжелее — тонна железа или тонна дерева?

Ответ. Вопрос этот не так уж шуточен, как кажется. При ответе на него ошибались даже известные популяризаторы науки, такие, как, например, Я. И. Перельман. Он утверждал, что тяжелее будет тонна дерева. Вот как он это доказывал:

«Каждое тело в воздухе «теряет» из своего веса столько, сколько весит вытесненный телом объем воздуха. Дерево и железо тоже, конечно, теряют в воздухе часть своего веса. Чтобы получить их истинные веса, нужно «потерю» прибавить. Следовательно, истинный вес дерева в нашем случае равен 1 т плюс вес воздуха в объеме дерева; истинный вес железа равен 1 т плюс вес воздуха в объеме железа.

Но 1 т дерева занимает гораздо больший объем, нежели 1 т железа (раз в 15), поэтому истинный вес 1 т дерева больше истинного веса 1 т железа! Выражаясь точнее, мы должны были бы сказать: истинный вес того дерева, которое в воздухе весит 1 т, больше истинного веса того железа, которое весит в воздухе тоже 1 т.

Так как 1 т железа занимает объем в $1/8 \text{ м}^3$, а 1 т дерева – 2 м^3 , то разность в весе вытесняемого ими воздуха должна составить около 2,5 кг. Вот насколько 1 т дерева в действительности тяжелее 1 т железа!»

Попробуем доказать обратное. Что такое тонна? Это тысяча килограммов. Что такое килограмм? Это единица массы вещества. При этом не имеет значения, где это вещество находится – в вакууме, воздухе или воде. А то, насколько одно тело тяжелее или легче другого, измеряют весами так, как это предполагал делать в своем доказательстве Я. И. Перельман. При взвешивании в вакууме сила тяжести численно равна весу тела:

$$P = mg, \quad (5.1)$$

где m – масса тела;

g – ускорение свободного падения.

Напомним, что сила тяжести и вес, будучи численно равными друг другу, отличаются тем, что первая приложена в центре масс самого тела, а второй – к связи, например, чаше весов.

При взвешивании в воздухе часть веса «теряется» – вверх действует выталкивающая архимедова сила воздуха. Но она больше у дерева, следовательно, кусок железа массой в 1 т будет весить при взвешивании в воздухе больше, чем кусок дерева той же массы, что и требовалось доказать.

Кстати, массу в 1 т может иметь и определенный объем водорода, который в воздухе будет иметь вообще отрицательный вес. Поэтому «взвесить одну тонну» водород, гелий и другие вещества легче воздуха не могут, если даже вдруг начать считать тонну мерой веса, хотя иметь массу в 1 т им не возбраняется.

Вот в какие дебри может завести использование одной единицы измерения вместо другой, например, силы вместо массы, что делается в быту достаточно часто!

5.8. Вопрос. В чем можно накопить больше потенциальной энергии – в растянутой пружине или резине?

Ответ. Обычно отвечают, что в пружине, но это не так. Чтобы упростить задачу, представим себе, что мы просто растягиваем стержень из того или иного материала. На упругий элемент, допустим, стальной стержень, действует сила P , зависящая от величины перемещения h конца этого стержня. Умножив среднюю силу на перемещение, получим значение накопленной потенциальной энергии:

$$A = 0,5Ph. \quad (5.2)$$

А если растягивать не металлический элемент, а допустим, резиновый? Для растяжения резины на ту же величину потребуются в

десять раз меньшая сила. При этом резина выдерживает в сотни раз больше растяжение – сталь-то растягивается в упругой зоне очень незначительно – примерно на 1–2 % (большее значение относится к особо прочной – пружинной проволоке). Да и плотность резины в несколько раз меньше, чем у стали. В результате удельная энергия, или энергия, отнесенная к килограмму массы упругого элемента, у резины оказывается в десятки раз больше, а конкретно – 3–4 кДж/кг.

Почему же повсеместно не применяют вместо стальных пружин резиновые элементы? Например, резиновые энергоаккумуляторы для часов, приборов, заводных игрушек и т. д.?

Во-первых, иногда применяют, когда действительно имеется потребность в высокой удельной энергии. Летящие игрушки или модели самолетов снабжают именно резиномоторами, так как еще ни одна летающая модель, снабженная пружинным энергоаккумулятором, не поднялась в воздух. Это свидетельствует о высоких энергоаккумулирующих свойствах резины. Всякого рода амортизаторы, ловители в авиации, «отбойники» в автомобилях, даже «рогатки» – детские катапульты – делают с использованием резины. Попробуйте, изготовьте «рогатку» с пружинами вместо резинок и выстрелите из нее.

Но широко применять резиновые энергоаккумуляторы мешают малые долговечность, надежность, стабильность свойств. Кроме того, при деформации резиновых элементов много механической энергии переходит в тепло из-за упругого гистерезиса.

Если уж говорить о накоплении потенциальной энергии, то непревзойденным по удельной энергоемкости является газ. Благодаря малой плотности и огромной сжимаемости газ накапливает энергию в десятки раз больше, чем резина той же массы. Но при сжатии газ нагревается, и это тепло чаще всего рассеивается при «хранении» энергии. Отсюда – большие потери энергии и малый КПД газовых накопителей энергии.

Следует упомянуть еще об одном перспективном «упругом» накопителе энергии. Это – так называемые «псевдоупругие» материалы, в основном, сплавы титана и никеля. Практически это те же материалы, которые обладают «памятью формы». Проволоку из такого материала можно деформировать, например, растягивать, раз в десять больше, чем стальную. Отсюда и на порядок большая удельная энергоемкость. Более того, псевдоупругие материалы не подвержены усталости, как обычные материалы, например, сталь, и крайне долговечны.

Одно плохо – пользоваться ими пока можно разве только в саунах, причем сильно нагретых, так как свойство «псевдоупругости» приобретает только при 150–200 °С. При обычной же температуре такие материалы ведут себя «вяло», будто бы изготовлены из смолы, только очень прочной. КПД накопления и выделения энергии в таких случаях ничтожен.

Интересно, что при часто повторяющихся деформациях из-за перехода механической энергии в тепло, такой материал сперва нагревается, а когда температура его достигает нужного уровня, он начинает работать с полной силой и высоким КПД.

Если будут разработаны материалы, проявляющие свойство «псевдоупругости» при комнатных температурах, это будет «прорывом» в создании весьма эффективных «упругих» накопителей энергии.

5.9. Вопрос. Почему песочные часы «прижились», а водяные – нет?

Ответ. Механические процессы, происходящие в водяных часах (клеипсидах) и песочных, различны. В водяных часах скорость истечения жидкости зависит от высоты ее уровня. Торричелли вывел зависимость скорости истечения жидкости v от высоты ее уровня над отверстием h :

$$v = 2gh. \quad (5.3)$$

Поэтому, если из сосуда, вмещающего, например, 30 л воды, в первую секунду вытекает 1 л, то полное опорожнение сосуда произойдет не за 30 с, как если бы вода вытекала равномерно, а за вдвое больший срок. Для водяных часов такая неравномерность не годится. Правда, можно колбу сделать сужающейся книзу, что и было использовано в клеипсидах (рис. 31), но это все равно неточно.

Французский физик Мариотт придумал сосуд, из которого хотя бы часть времени жидкость вытекает равномерно (рис. 32). Это бутыл с узким горлом, полностью заполненная жидкостью, через пробку которой вставлена стеклянная трубка. Если открыть кран 3 ниже конца трубки, то жидкость будет выливаться из него с одним и тем же напором, пока уровень воды в сосуде не опустится до нижнего конца трубки (на уровне пробки 2). Вдвинув трубку вниз почти до уровня крана 3, можно заставить всю жидкость, находящуюся выше уровня отверстий, вытекать равномерно.

Как это происходит? При открытии крана 3 под действием атмосферы прежде всего выливается вода из стеклянной трубки. Уровень жидкости внутри нее опускается до конца трубки. Далее воздух через трубку поступает в верхнюю часть сосуда и теперь выталкивает через кла-

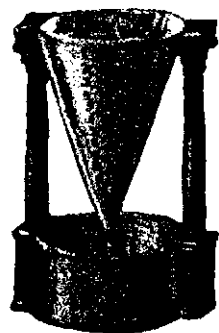


Рис. 31. Водяные часы – клеипсида

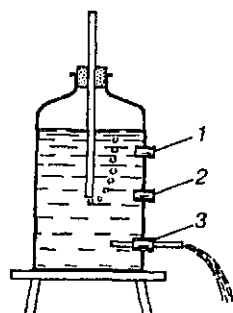


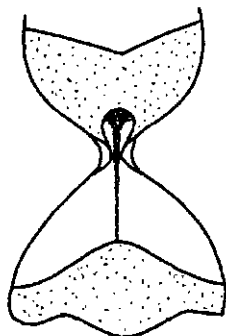
Рис. 32. Сосуд Мариотта:

- 1 – верхняя пробка;
- 2 – средняя пробка;
- 3 – кран

пан 3 воду сосуда. При этом на уровне пробки 2 давление равно атмосферному. Значит, вода из крана 3 вытекает лишь под давлением слоя воды 2–3, потому что давление атмосферы изнутри и снаружи сосуда уравнивается. А так как толщина слоя 2–3 остается постоянной, то и струя вытекает с одинаковой скоростью. Однако в качестве измерителя времени сосуд Мариотта не прижился, видимо, из-за сложности.



а



б

Рис. 33. Песочные часы (а) и обрушения свода в них (б)

Ну, а почему же песочные часы (рис. 33), в отличие от водяных, показывают ход времени равномерно? Потому, что песок, в отличие от жидкости, истекает равномерно и формуле Торричелли не подчиняется. В чем же здесь дело?

Песок истекает иначе, чем жидкость, потому, что в нем есть внутреннее трение. В песчаном грунте можно сделать небольшой свод, и он будет держаться. Но если мы будем все больше и больше расширять этот свод, то он рано или поздно обрушится.

Если хорошо приглядеться к песочным часам, то можно увидеть, что сразу же после их переворачивания сверху высыпается немного песка; затем в верхней колбе у отверстия образуется постоянно обрушивающийся свод (рис. 33, б), величина которого зависит от сорта песка, определяющего внутреннее трение в нем. Свод этот имеет постоянную высоту, и безразлично, какова будет высота слоя песка над сводом, ибо давление песка у отверстия будет постоянным. Поэтому и скорость истечения песка будет тоже постоянной. Конечно, эта скорость будет не точно, а почти постоянной, так как в начале и конце процесса скорость истечения несколько меньше установившейся.

Но высокой точности от песочных часов никто и не требует, а соревнование с календарями они выиграли неспроста – преимущества их безусловны.

5.10. Вопрос. Известно, что внутренними силами нельзя привести тело в движение; а можно ли внутренними силами или моментами привести тело во вращение?

Ответ. Применительно к человеку этот вопрос будет звучать так: может ли человек раскрутить сам себя на платформе или скамье Жуковского? Законы механики здесь дают однозначно отрицательный ответ. Тогда как же понимать следующий опыт?

Встанем на скамью Жуковского и отведем правую руку с какой-нибудь тяжестью, например гантелью, в сторону, допустим, налево. Затем резко отведем руку направо. Туловище наше, согласно закону сохранения кинетического момента, повернется справа налево. После этого поднимем руку с грузом вверх и, проведя ее через верх, опустим в противоположную сторону, то есть в исходное положение слева. Повторим предыдущее движение, и снова развернем туловище налево. Продслывая эти движения, мы будем вращать свое туловище, казалось бы, своими же внутренними моментами, с явными нарушениями законов механики.

Однако анализ опыта показывает, что законы механики здесь не пострадали. Дело в том, что человек целиком в этом опыте не вращается. Одна его часть – туловище, поворачивается справа налево, а рука с гантелью, обладая существенным моментом инерции, в результате поворачивается слева направо. Можно было упростить этот опыт, сделав его, правда, более уязвимым для разоблачения, просто вращая руку с гантелью над головой. Туловище в этом случае стало бы вращаться в противоположную сторону.

Сбивает с толку в этих опытах то, что мы справедливо подмечаем вращение туловища, а то, что рука с гантелью тоже совершает вращательное движение вокруг оси вращения скамьи Жуковского, не учитываем.

Так как кинетический момент системы до начала движения был равен нулю, то таким же он остается и во время движения частей тела человека, потому что внешние моменты (со стороны других тел) на нас при этом не действуют.

Надо заметить, что кошки в падении инстинктивно используют этот закон механики (закон сохранения кинетического момента системы) для приземления на лапы из любого положения. Мгновенно оценивая ситуацию, кошка понимает, куда ей нужно повернуться, и начинает быстро вращать вытянутым хвостом в противоположную сторону. Если кошка почему-либо без хвоста, или он у нее короткий, то животное начинает вращать задней частью туловища, совсем как мы вращали над головой руку с гантелью. И делает это кошка до тех пор, пока не повернется всеми четырьмя (или, по крайней мере, двумя передними) лапами вниз.

Рассмотрим другой парадоксальный опыт.

Поставим скамью Жуковского чуть наклонно, подложив, например, с одной стороны под нее книгу. Затем встанем на этот диск, выпрямившись поровнее. И почувствуем, что... начинаем раскручиваться! Сами, без каких-нибудь телодвижений или посторонней помощи. Обычно удержаться на таком все ускоряющем свое вращение

диске более минуты невозможно, и человек в самых нелепых позах слетает на пол.

В чем же здесь дело? Стоя вертикально, человек инстинктивно смещает давление своих подошв на верхнюю половину диска. Диск при этом, конечно же, проворачивается, чтобы груз, то есть человек, занял наиболее низкое положение, согласно известному принципу наименьшего действия (минимума потенциальной энергии). Человек опять же инстинктивно пытается снова стать прямо, и весь описанный цикл повторяется. Так человек раскручивает диск все быстрее, пока тот не сбросит его на пол.

Однако, если поставить на этот диск статую, то она, разумеется, раскручиваться не будет, иначе мы получим самый настоящий вечный двигатель. Так вот, если человек хочет удержать себя от раскручивания, то он должен стоять на этом наклонном диске как статуя – тоже наклонно. Но, как показал опыт, человеку это очень трудно сделать.

И в этом опыте законы механики дают вращению объяснение. Диск вращает внешняя сила – вес тела человека. Линия действия этой силы не проходит через ось вращения, поэтому-то она и вызывает момент, вращающий диск с человеком.

5.11. Вопрос. Какую мощность может развить человек?

Ответ. Тут вопрос в том, в течение какого времени эта мощность развивается и какая при этом энергия выделяется – механическая или тепловая.

В справочниках по физике можно прочесть, что средняя мощность человека – это 150–300 ватт. Давайте остановимся на меньшей цифре и проверим это утверждение.

Что такое 150 Вт применительно к человеку? Это мощность, которую развивает человек, непрерывно каждые 2 секунды поднимая пудовую гирю. Попробуйте проделать это упражнение хотя бы 3 минуты и, если вы не профессиональный гиревик, то поймете, что такое 150 Вт! Замерьте время, в течение которого вы осиливаете это упражнение, а затем поделите на это время 6–8 часов – время рабочего дня. Полученная двух, а то и трехзначная цифра покажет, во сколько раз преувеличены возможности человека.

Меньшие мощности человек переносит легче. Измерять их лучше всего на велотренажере, где мощность прямо высвечивается на табло. На современных велотренажерах вы можете даже получить работу в джоулях, совершенную за тот или иной промежуток времени. Так вот, работая и отдыхая в течение рабочего дня, сложите полученную сумму работ, поделите ее на продолжительность вашего рабочего дня в секундах и получите вашу среднюю мощность в ваттах. Не огорчайтесь, если получится очень малая цифра – к сожалению

нию, это так и есть, если только вы не олимпийский чемпион по велоспорту.

Кстати, о чемпионах. Очень сильные люди, например штангисты, при рывке штанги двумя руками (первое движение двоеборья) могут развить мощность до 1,5–2 кВт и более, но очень коротковременно, не более 2–3 секунд. А средняя мощность обычного человека за 6–8 часов близка к мощности карманного фонарика и равна нескольким ваттам. Спокойно едущий велосипедист развивает мощность до 20 Вт, но попробуйте непрерывно проехать около 7 часов!

А как же справочные данные по средней мощности человека? Видимо, авторы справочника имели в виду не механическую, а тепловую мощность. Если раздетый человек стоит в ледяной проточной воде, то выделяемая им мощность на согревание воды будет поболее 300 Вт! В холодное время года средняя тепловая мощность человека больше, а в теплое – меньше. Поэтому зимой, особенно на холоде, человек ест больше, предпочитая калорийную жирную пищу. И очень небольшая часть энергии, выделяемой пищей в результате ее «сгорания» в организме, менее 6–8 %, выделяется в виде механической энергии.

Даже лошадь в среднем развивает мощность от 0,1 до 0,5 лошадиной силы. Следует помнить, что для определения эталона мощности – лошадиной силы или 736 Вт, была загнана насмерть за несколько часов одна из самых сильных лошадей!

5.12. Вопрос. Иногда говорят, что вращающийся маховик весит меньше неподвижного; может ли это быть?

Ответ. Действительно, в печати иногда появляются сообщения о том, что вращающийся с высокой скоростью маховик «теряет в весе». Это явление объясняют действием некой «антигравитации».

Если попробовать взвесить вращающийся маховик на чаше весов, то действительно можно обнаружить обескураживающее явление – кажущееся убавление веса маховика, причем существенное. Если предположить, что весы невероятно точны, а маховик вращается также с невероятной скоростью, то, согласно положениям релятивистской механики, возможно некоторое увеличение массы маховика за счет накопленной в нем энергии. Но чем же можно объяснить уменьшение веса?

Рассмотрим вращающийся маховик, нижняя плоскость которого находится вблизи плоскости чаши весов (рис. 34). Опыт проводится в воздухе, поэтому в щели между маховиком и чашей весов, а также над маховиком образуется разрежение, так как воздух отгоняется наружу как в центробежном насосе. Воздух, отгоняемый наружу верхней плоскостью вращающегося маховика, создает разрежение, «втягивающее» маховик вверх. Внешняя сила давления воздуха снизу на

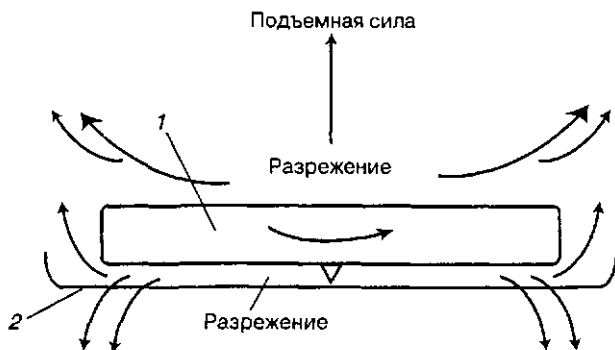


Рис. 34. Почему вращающийся в воздухе маховик весит меньше неподвижного:
1 – маховик; 2 – чаша весов

чашу весов (так как давление воздуха здесь выше, чем у верхнего торца маховика) нарушает равновесие весов, якобы уменьшая массу килограммового маховика на десятки граммов.

Весьма точные опыты по взвешиванию вращающегося маховика гироскопа проводились и в вакууме, где было также обнаружено уменьшение веса маховика, но уже всего на миллиграммы [11, с. 144].

Тщательная проверка этого парадокса в Институте Механики РАН показала, что объясняется он вполне «земными» причинами. Прежде всего, вибрация, которой неизбежно сопровождается вращение маховика, оказывает влияние на чувствительные элементы весов – их призмы. При этом сопротивление в призмах то уменьшается, то растет в зависимости от направления ускорений при вибрации. В результате при ходе коромысла весов в сторону маховика призмы из-за дополнительной нагрузки более загрузлены в показаниях, чем при обратном ходе, когда они разгружены. Поэтому чаша весов с неподвижными гирями при вибрациях перевешивает «активную» вибрирующую чашу.

Такими образом, нет оснований полагать, что вращающийся маховик будет иметь массу меньше неподвижного.

5.13. Вопрос. Можно ли сдвинуть ось вращения Земли, ускорить или замедлить ее вращение, находясь на ней самой?

Ответ. Вопрос этот несколько похож на вопрос 5.10 потому, что его можно сформулировать и так: «Можно ли внутренними моментами изменить значение кинетического момента Земли?»

Согласно законам механики этого, конечно, сделать нельзя. Но если дополнительные устройства, необходимые для этого, не счи-

тать принадлежащими самой Земле, то принципиально можно и замедлить и убыстрить вращение Земли, как и сместить на определенный угол ось ее вращения.

В действительности каждый наш шаг, движение каждой молекулы уже изменяют упомянутые параметры вращения Земли на ничтожно малые значения, если, конечно, считать нас самих или эту молекулу, не входящими в «состав» Земли. Речь идет о том, как не будучи ограниченными в технических и финансовых возможностях, изменить упомянутые параметры в ощутимых пределах.

Для увеличения или уменьшения частоты вращения Земли, иначе говоря, для изменения продолжительности суток можно в районе полюса, удобнее в районе Южного географического полюса, так как там суша, установить соосно самой Земле громадный маховик с приводом его вращения в ту или другую сторону. Сам привод, например огромный электродвигатель, естественно, закреплен на Земле, а маховик посажен на его вал (рис. 35). Раскручивая махо-

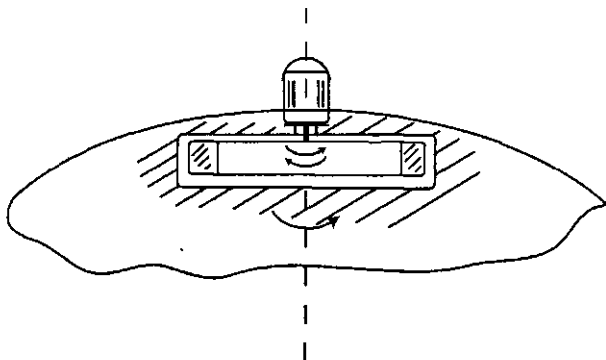


Рис. 35. Маховик в недрах Антарктиды, вращающийся соосно Земле

вик в сторону вращения Земли, мы реактивным моментом, передающимся Земле корпусом двигателя, замедляем угловую скорость планеты. Разгоняя маховик в противоположную сторону, мы увеличиваем угловую скорость вращения Земли. Однако в любом случае кинетический момент системы «Земля – маховик» останется постоянным. Заметим, что существует похожий способ ориентирования космических аппаратов, и маховичные устройства для этого называются гироскопами.

Если разместить столь же крупный маховик в районе экватора (рис. 36) и раскрутить его, то вектор его кинетического момента, складываясь с вектором кинетического момента Земли, образует новое

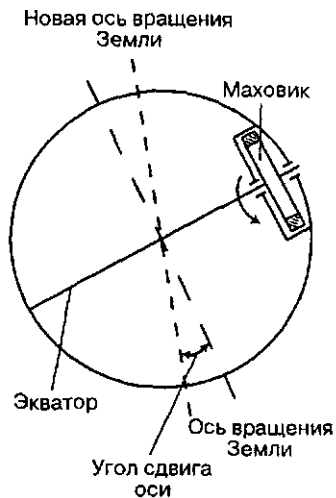


Рис. 36. Схема расположения маховика на Земле для поворота оси Земли

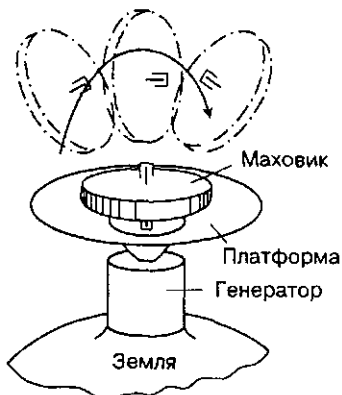


Рис. 37. Маховик на платформе на полюсе Земли

блин на сковороде, и опять «снимаем» разность угловых скоростей генератором. И будем поступать так, пока Земля не перестанет вращаться!

Неужели действительно таким образом можно использовать энергию вращения Земли? Ответ на этот вопрос можно получить из следующего опыта.

направление суммарного вектора, который изменит положение оси вращения Земли. Вот мы и сумели обойтись без жюль-верновской стрельбы из сверхпушки, которая, как оказалось, мало чем смогла бы помочь в изменении положения земной оси.

5.14. Вопрос. Можно ли, находясь на самой Земле, использовать энергию вращения Земли?

Ответ. О том, что это можно сделать, находясь на Луне, уже было сказано. Луна постоянно отнимает от энергии вращения Земли огромные величины. Но можно ли сделать это, находясь на самой Земле?

Поместим на полюсе Земли платформу и плашмя положим на нее неподвижный маховик в опорах – подшипниках (рис. 37). Угловые скорости маховика и Земли будут совпадать. Затем каким-нибудь мощным манипулятором ухватим маховик за опоры и перевернем его на другую сторону.

Угловая скорость маховика по величине сохранится, но направлена она будет уже в другую сторону. Платформа будет вращаться в сторону, противоположную вращению Земли, и ее относительная угловая скорость будет равна удвоенной угловой скорости Земли.

Включаем генератор и отбираем энергию, пока угловые скорости Земли и платформы не совпадут. После этого опять поворачиваем маховик, как

Встанем на скамью Жуковского, держа в руках за неподвижную ось переднее колесо велосипеда, желательнее побольше диаметром и помассивнее (рис. 38). Прижимая колесо к себе шиной, раскрутимся на скамье до угловой скорости, которую легко сможем выдержать не падая. Затем, отодвинув колесо от себя, перевернем его за ось на 180 градусов на другую сторону. Колесо будет вращаться в подшипниках на оси с той же угловой скоростью, что и раньше, только в другую сторону. Затормозим колесо, прижав его к себе шиной, тем самым отобрав у него кинетическую энергию вращения. Теперь опять перевернем это колесо, опять же тормозя его и отбирая кинетическую энергию.



Рис. 38. Опыт, имитирующий отбор энергии от вращающейся Земли

Этим опытом мы смоделируем предполагаемое использование энергии вращения Земли с помощью переворачиваемого маховика. Обратим внимание на то, что угловая скорость скамьи Жуковского, имитирующей Землю, не уменьшается (не учитывая, конечно, потери в подшипниках на собственное вращение), несмотря на то, что после каждого переворота колеса мы тормозим его, отбирая кинетическую энергию.

Интересно, какое объяснение дадут этому «неправдоподобному» опыту сами ученики. Можно только добавить, что будем считать упомянутый мощный манипулятор, который, как руками, сможет подхватить маховик за подшипники и перевернуть его, технически исполнимым.

Объяснение этого парадокса заключается в том, что, переворачивая маховик, мы вызываем гироскопический момент, разгоняющий Землю. Вновь «скрепляя» Землю с маховиком после его переворота, мы Землю тормозим. Поэтому скорость вращения Земли при переворачивании маховика никак не изменится. А энергия, затраченная на «переворот» маховика, перейдет в тепло при его соприкосновении с Землей.

Так что энергии от вращения Земли, находясь на ней самой, получить нельзя.

Список использованной и рекомендуемой литературы

1. *Аппель П.* Теоретическая механика. – М.: Физматгиз, 1960.
2. *Асламазов Л. Г., Варламов А. А.* Удивительная физика. – М.: Добросвет, 2002.
3. *Бронштэн В. А.* Гипотезы о звездах и Вселенной. – М.: Наука, 1974.
4. *Выгодский М. Я.* Галилей и инквизиция. – М.-Л.: Гостехтеориздат, 1934.
5. *Галилей Галилео.* Беседы и математические доказательства... – М.-Л.: Гостехтеориздат, 1934.
6. *Галилей Галилео.* Избранные труды. – М.: Наука, 1964.
7. *Гарднер М.* Теория относительности для миллионов. – М.: Атомиздат, 1979.
8. *Герц Г.* Принципы механики, изложенные в новой связи. – М.: АН СССР, 1959.
9. *Григорьев В. Н., Мякишев Г. Л.* Силы в природе. – М.: Наука, 1977.
10. *Григорьян А. Т.* Механика от античности до наших дней. – М.: Наука, 1974.
11. *Гулиа Н. В.* Инерция. – М.: Наука, 1982.
12. *Гулиа Н. В.* Накопители энергии. – М.: Наука, 1980.
13. *Гулиа Н. В.* Удивительная физика. О чем умолчали учебники. – М.: НЦ ЭНАС, 2003.
14. *Гюйгенс Х.* О центробежной силе. Три мемуара по механике. – М.: АН СССР, 1951.
15. *Даламбер Ж. Л.* Динамика. Трактат. – М.-Л.: Гостехтеориздат, 1950.
16. *Декарт Р.* Избранные произведения. – М.: АН СССР, 1950.
17. *Ишлинский А. Ю.* Механика относительного движения и силы инерции. – М.: Наука, 1981.
18. *Калашников Н. П., Смондырев М. А.* Основы физики. Т. I. – М.: Дрофа, 2003.

19. Коперник Николай. О вращениях небесных сфер. – М.: Наука, 1964.
20. Ньютон И. Математические начала натуральной философии. – СПб., 1915.
21. Павлов В. А. Гироскопический эффект. – Л.: Судостроение, 1978.
22. Перельман Я. И. Занимательная физика. Кн. 1. – М.: Наука, 1979.
23. Перельман Я. И. Занимательная физика. Кн. 2. – М.: Наука, 1986.
24. Суорц Кл. Э. Необыкновенная физика обыкновенных явлений. Т.1. – М.: Наука, 1986.
25. Тарг С. М. Краткий курс теоретической механики. – М.: Наука, 1970.
26. Физика (Механика) / Под ред. Г. Д. Мякишева. – М.: Просвещение, 1995.
27. Эйлер Л. Основы динамики точки. – М.-Л.: ОНТИ, 1938.
28. Эйнштейн А. Физика и реальность. – М.: Наука, 1965.

Гулия Нурбей Владимирович

Ф и з и к а

Парадоксальная механика в вопросах и ответах

Редактор *А. Б. Таранин*
Художественный редактор *Н. И. Комиссарова*
Технический редактор *Ж. М. Голубева*
Компьютерная верстка *М. А. Толочковой*
Корректор *В. В. Смирнова*

Санитарно-эпидемиологическое заключение
№ 77.99.02.953.П.000413.03.04 от 12.03.2004 г.

Подписано в печать 01.10.2004. Формат 60×90^{1/16}. Бумага офсетная
Гарнитура Таймс. Усл. печ. л. 5,0. Уч.-изд. л. 5,01.
Тираж 10 000 экз. (1-й завод 1–3 000 экз.). Изд. № 435. Заказ № 9241.

ЗАО «Издательство НЦ ЭНАС».
115201, г. Москва, Каширское ш., д. 22, корп. 3.
Тел./факс: (095) 113-53-90, 234-71-82.
E-mail: adres@enas.ru
<http://www.enas.ru>

Отпечатано с готовых диапозитивов
в ФГУП «Производственно-издательский комбинат ВИНТИ».
140010, г. Люберцы, Московская обл., Октябрьский пр-т, 403.
Тел. 554-21-86.

КНИГА – ПОЧТОЙ

Вы можете получить любую книгу
нашего издательства по почте, заказав по адресу:

127030, Москва, а/я 1 АбсолютПост,
или по телефону (095) 933–41–53,
либо по E-mail: Knigi@Post.ru

Закажите и получите
бесплатный каталог книг, аудио и видеопroduкции.

ПОРТФЕЛЬ УЧИТЕЛЯ

ЭНАС
Издательство

Сёмке А. И.

Физика. Занимательные материалы к урокам. 7 кл. – 2003.

120 с., обл., 60×90 1/16

Сёмке А. И.

Физика. Занимательные материалы к урокам. 8 кл. – 2004.

152 с., обл., 60×90 1/16



В пособиях приведены задачи с использованием дополнительных материалов из смежных школьных дисциплин, качественные вопросы, исторические справки о великих физиках и их открытиях, занимательные цифры и факты, карточки индивидуальных заданий, физические диктанты, кроссворды и пр. Пособия помогут учителям сделать уроки физики и внеклассные мероприятия более увлекательными и разнообразными, заинтересовать школьников предметом.

ЭНАС

Издательство

Приобрести книги можно в ИЗДАТЕЛЬСТВЕ «ЭНАС»

115201, г. Москва, Каширское ш., д. 22, корп. 3

Тел. (095) 234-71-82, тел./факс: 113-53-72, 113-03-81

E-mail: adres@enas.ru Internet: www.enas.ru

Издательство «ЭНАС» предлагает

СЕРИЯ
ФАКУЛЬТАТИВ



Р. Фейнман

**ХАРАКТЕР ФИЗИЧЕСКИХ ЗАКОНОВ:
НОБЕЛЕВСКАЯ И МЕССЕНДЖЕРОВСКИЕ ЛЕКЦИИ**



Ритмы законов природы
Симметрия физических законов
Нужна ли физике математика
Интуиция и аналогия в физике

Ричард Ф. Фейнман – один из великих физиков-теоретиков XX века – известен своим знаменитым циклом лекций по физике, которые стали настольной книгой нескольких поколений физиков во всем мире. В издание включены нобелевская и мессенджеровские лекции Р. Фейнмана, отличающиеся простотой и доступностью изложения сложнейшего материала о фундаментальных законах природы. В этих лекциях даже неподготовленному читателю открывается потрясающая картина физического мира. Для широкого круга читателей.

176 с., обл., 60х90 1/16



Издательство

Приобрести книги можно в ИЗДАТЕЛЬСТВЕ «ЭНАС»

115201, г. Москва, Каширское ш., д. 22, корп. 3.

Тел.: (095) 234-71-82, тел./факс: 113-53-72; 113-03-81

E-mail: adres@enas.ru Internet: www.enas.ru

СЕРИЯ
ФАКУЛЬТАТИВ



Книги серии «Факультатив» –
для увлеченных, кому недостаточно
материалов учебников,
кто не ограничивается
рамками учебных программ

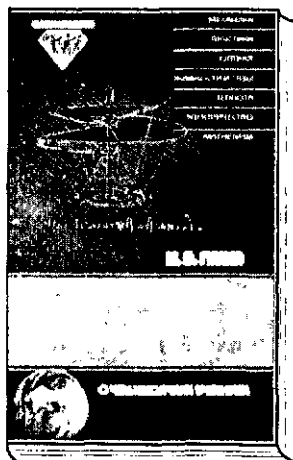
Н. В. Гулиа

УДИВИТЕЛЬНАЯ ФИЗИКА: О ЧЕМ УМОЛЧАЛИ УЧЕБНИКИ

Механика
Акустика
Оптика
Жидкости и газы
Теплота
Электричество
Магнетизм

Эта книга – не учебник. В увлекательной форме изложены оставшиеся за рамками школьной программы сведения по основным разделам физики, описаны драматические истории великих научных открытий, приведены нестандартные подходы к пониманию физических явлений, нетрадиционные взгляды на научное наследие известных ученых.

Книга интересна учителям, старшеклассникам, студентам, тем, кто желает открыть для себя неизвестную, полную тайн и парадоксов физику.



416 с., обл., 60х90 1/16



Издательство

Приобрести книгу можно в **ИЗДАТЕЛЬСТВЕ «ЭНАС»**

115201, г. Москва, Каширское ш., д. 22, корп. 3

Тел.: (095) 234-71-82, тел./факс: 113-53-72, 113-03-81

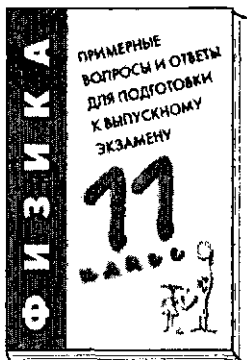
E-mail: adres@enas.ru Internet: www.enas.ru



ПРИМЕРНЫЕ ВОПРОСЫ И ОТВЕТЫ ДЛЯ ПОДГОТОВКИ К ВЫПУСКНОМУ ЭКЗАМЕНУ

Примерные вопросы и ответы для подготовки к выпускному экзамену составлены в соответствии с программами, предложенными Министерством образования и науки РФ, и удовлетворяют требованиям, предъявляемым на экзамене. Предлагаемые вопросы и ответы помогут школьникам систематизировать и закрепить свои знания, быстро и эффективно подготовиться к экзамену.

Формат 60х90 $\frac{1}{16}$, обложка



Физика. 11 кл.

Авт.-сост.: В. Серова, Д. Пчелинцев
64 с.

Пособие содержит примерные вопросы, предлагаемые в экзаменационных билетах по физике, и ответы на них. Книга адресована учащимся 11 классов общеобразовательных учреждений и преподавателям для подготовки к устной итоговой аттестации.



Издательство

Приобрести книгу можно в ИЗДАТЕЛЬСТВЕ «ЭНАС»

115201, г Москва, Каширское ш., д 22, корп 3

Тел (095) 234-71-82, тел /факс 113-53-72, 113-03-81

E-mail. adres@enas.ru Internet www.enas.ru

интернет-магазин

OZON.RU



26442102

Уважаемый учитель!

Вы держите в руках книгу из серии
«Портфель учителя».

Назначение серии – передать российскому учителю-предметнику разнообразный дополнительный материал, с помощью которого можно украсить, оживить урок, организовать увлекательные внеклассные занятия, школьные соревнования, олимпиады, наладить кружковую работу.

Начинающему учителю будут полезны методические и дидактические разработки авторов серии – талантливых ученых, опытных педагогов, учителей-новаторов, победителей конкурсов «Учитель года».

Обмен опытом через книгу – вот главная задача серии. «Портфель учителя» постоянно пополняется. Приглашаем учителей, которым есть чем поделиться со своими коллегами, стать авторами будущих книг серии.

Издательство



ISBN 5-93196-486-X



9785931964867

«Издательство НЦ ЭНАС».

115201, г. Москва, Каширское ш., д. 22, корп. 3.

Тел./факс (095)113-53-90, 234-71-82. <http://www.enas.ru>

E-mail: adres@enas.ru